Caderno: ____________

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E
22 de abril de 2017
1º teste (A) – Duração: 2h00

Nome completo: ____

N.º aluno: ____________ Curso: ______________________________

Nas alíneas das perguntas 1–4 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma não resposta vale 0 valores.

1.		2.		3.		4.	
(a)	A B C D E	(a)	A B C D E	(a)	A B C D E	(a)	A B C D E
(b)	A B C D E	(b)	A B C D E	(b)	A B C D E	(b)	A B C D E
(c)	A B C D E	(c)	A B C D E	(c)	A B C D E		
(d)	A B C D E						

1. O tempo de vida, em anos, de uma espécie particular de abetos é uma v.a. X com a seguinte função de distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ 1 - e^{-0.025x}, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

(1.0) (a) O valor de $P(10 \leq X < 20)$ é:
(A) 0.148 (B) 0.394 (C) 0.221 (D) 0.172 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (b) A probabilidade de uma destas árvores durar mais de 50 anos, sabendo que já ultrapassou os 30 anos é:
(A) 0.287 (B) 0.670 (C) 0.607 (D) 0.368 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (c) A mediana do tempo de vida, em anos, desta espécie de árvores é:
(A) 0.5 (B) 34.66 (C) 27.73 (D) 0 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (d) Numa floresta com 150 abetos, a probabilidade de apenas 40 ultrapassarem os 50 anos de vida é:
(A) 0.063 (B) 0.287 (C) 0.048 (D) 0.267 (E) Nenhuma das outras opções

2. Considere a variável aleatória X com distribuição geométrica de parâmetro p $(0 < p < 1)$.

(1.0) (a) O valor médio da variável aleatória $Y = \frac{1-X}{2}$ é dado por:
(A) $\frac{1-p}{p}$ (B) $\frac{p-1}{2p}$ (C) $\frac{2p-1}{2p}$ (D) $-\frac{1}{2p}$ (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (b) Sendo X_1, X_2 duas variáveis aleatórias independentes e idênticamente distribuídas a X, o desvio padrão de $X_1 - X_2$ é dado por:
(A) 0 (B) $\frac{\sqrt{p-1}}{\sqrt{2}p}$ (C) $\frac{\sqrt{2}\sqrt{1-p}}{p}$ (D) $\frac{2(1-p)}{p^2}$ (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (c) Considere agora que $p = 0.4$ é a probabilidade de um míssil terra-ar acertar num alvo e que

$$X = \text{número de mísseis terra-ar disparados até se acertar no alvo pela primeira vez.}$$

Sabendo que foi necessário disparar mais de 2 mísseis terra-ar, para acertar num alvo, a probabilidade de ser necessário disparar entre 2 e 4 mísseis até ao primeiro acerto no alvo é:
(A) 0.4704 (B) 0.84 (C) 0.3744 (D) 0.64 (E) Nenhuma das outras opções

Total de folhas entregues: ____________

3. Um teste de diagnóstico tem probabilidade 0.95 de dar um resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que sofre de uma determinada doença, e probabilidade 0.10 de dar um resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que não sofre da mesma doença. Estima-se que 0.5% da população sofre dessa doença.

(1.0) (a) A probabilidade do resultado do teste ser positivo é:
(A) 0.1425 (B) 0.0995 (C) 0.10425 (D) 0.00475 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (b) A probabilidade de, dado um resultado positivo, a pessoa sofrer da doença é:
(A) 0.3333 (B) 0.0456 (C) 0.0003 (D) 0.0545 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (c) A probabilidade do teste de diagnóstico dar um resultado errado é:
(A) 0.0998 (B) 0.0995 (C) 0.9003 (D) 0.0095 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) 4. (a) O acontecimento A ocorre com probabilidade 0.4 e o acontecimento B ocorre com probabilidade 0.5. Se A e B são acontecimentos disjuntos, a probabilidade de ambos não ocorrerem é:
(A) 0.1 (B) 0.3 (C) 0.7 (D) 0.9 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (b) Num torneio de futebol, três equipas (designadas por A, B e C) jogam entre si uma única vez. Caso um jogo termine empatado, no final do tempo regulamentar, faz-se o desempate por grandes penalidades. Assuma que as probabilidades de A vencer B, A vencer C e B vencer C, são 0.6, 0.7 e 0.6, respetivamente. Assumindo que os resultados dos jogos são independentes, qual a probabilidade de todas as equipas ganharem um jogo no torneio?
(A) 0.24 (B) 0.252 (C) 0.22 (D) 0.168 (E) Nenhuma das outras opções

---

5. Seja X uma variável aleatória discreta tomando os valores -1 e 1, cada um com probabilidade 0.5. Seja Y outra variável aleatória, igual a 0 se $X = -1$ e igual a -2 ou 2, com igual probabilidade, se $X = 1$.

(0.8) (a) Apresente a função de probabilidade conjunta de (X, Y).

(1.2) (b) Determine $P(Y > X)$ e a covariância de (X, Y).

(1.0) (c) As variáveis (X, Y) são independentes? Justifique.

6. Seja X uma variável aleatória com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x^2, & 0 < x \leq 1, \\ \frac{3}{4}, & 1 < x < 2, \\ 0, & \text{outros valores de } x; \end{cases}$$

(1.0) (a) Mostre que $f(x)$ é uma função densidade de probabilidade.

(1.4) (b) Determine a função de distribuição de X.

(1.4) (c) Calcule $P(X < 0.5 | X < 1)$.

(1.2) (d) Calcule $E(X)$ e $E(Y)$, sendo $Y = X - 1$.

Formulário

Distribuição	$P(X = k)$	Suporte	Valor médio	Variância
$H(N, M, n)$	$\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}/\binom{N}{n}$	$\max(0, M + n - N) \leq k \leq \min(M, n),\ k \in \mathbb{N}_0$	nM/N	$\dfrac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)}$
$B(n, p)$	$\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	$0 \leq k \leq n,\ k \in \mathbb{N}_0$	np	$np(1-p)$
$P(\lambda)$	$e^{-\lambda}\lambda^k/k!$	$k \in \mathbb{N}_0$	λ	λ
$G(p)$	$p(1-p)^{k-1}$	$k \in \mathbb{N}$	$1/p$	$(1-p)/p^2$
Distribuição	$f(x)$	Suporte	Valor médio	Variância
$U(a, b)$	$\dfrac{1}{b-a}$	$a < x < b,\ x \in \mathbb{R}$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$
$E(\lambda, \delta)$	$\frac{1}{\delta}e^{-(x-\lambda)/\delta}$	$x > \lambda,\ x \in \mathbb{R}$	$\lambda + \delta$	δ^2

Caderno: ____________

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E
22 de abril de 2017
1º teste (B) – Duração: 2h00

Nome completo: ______________________________

N.º aluno: ____________ Curso: ______________________________

Nas alíneas das perguntas 1–4 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma não resposta vale 0 valores.

1.
(a) A B C D E
(b) A B C D E
(c) A B C D E
(d) A B C D E

2.
(a) A B C D E
(b) A B C D E
(c) A B C D E

3.
(a) A B C D E
(b) A B C D E
(c) A B C D E

4.
(a) A B C D E
(b) A B C D E

1. O tempo de vida, em anos, de uma espécie particular de abetos é uma v.a. X com a seguinte função de distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ 1 - e^{-0.02x}, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

(1.0) (a) O valor de $P(10 \leq X < 20)$ é:
(A) 0.148 (B) 0.394 (C) 0.221 (D) 0.172 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (b) A probabilidade de uma destas árvores durar mais de 50 anos, sabendo que já ultrapassou os 30 anos é:
(A) 0.287 (B) 0.670 (C) 0.607 (D) 0.368 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (c) A mediana do tempo de vida, em anos, desta espécie de árvores é:
(A) 0.5 (B) 34.66 (C) 27.73 (D) 0 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (d) Numa floresta com 150 abetos, a probabilidade de apenas 60 ultrapassarem os 50 anos de vida é:
(A) 0.063 (B) 0.287 (C) 0.048 (D) 0.267 (E) Nenhuma das outras opções

2. Considere a variável aleatória X com distribuição geométrica de parâmetro p $(0 < p < 1)$.

(1.0) (a) O valor médio da variável aleatória $Y = 1 - \frac{X}{2}$ é dado por:
(A) $\frac{1-p}{p}$ (B) $\frac{p-1}{2p}$ (C) $\frac{2p-1}{2p}$ (D) $-\frac{1}{2p}$ (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (b) Sendo X_1, X_2 duas variáveis aleatórias independentes e idênticamente distribuídas a X, a variância de $X_1 - X_2$ é dada por:
(A) 0 (B) $\frac{p-1}{2p^2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}\sqrt{1-p}}{p}$ (D) $\frac{2(1-p)}{p^2}$ (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (c) Considere agora que $p = 0.6$ é a probabilidade de um míssil terra-ar acertar num alvo e que

$$X = \text{número de mísseis terra-ar disparados até se acertar no alvo pela primeira vez.}$$

Sabendo que foi necessário disparar mais de 2 mísseis terra-ar, para acertar num alvo, a probabilidade de ser necessário disparar entre 2 e 4 mísseis até ao primeiro acerto no alvo é:
(A) 0.4704 (B) 0.84 (C) 0.3744 (D) 0.64 (E) Nenhuma das outras opções

3. Um teste de diagnóstico tem probabilidade 0.95 de dar um resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que sofre de uma determinada doença, e probabilidade 0.10 de dar um resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que não sofre da mesma doença. Estima-se que 0.5% da população sofre dessa doença.

(1.0) (a) A probabilidade do resultado do teste ser positivo é:
(A) 0.1425 (B) 0.0995 (C) 0.10425 (D) 0.00475 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (b) A probabilidade de, dado um resultado positivo, a pessoa sofrer da doença é:
(A) 0.0003 (B) 0.0545 (C) 0.3333 (D) 0.0456 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (c) A probabilidade do teste de diagnóstico não dar um resultado errado é:
(A) 0.0998 (B) 0.0995 (C) 0.9003 (D) 0.0095 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) 4. (a) O acontecimento A ocorre com probabilidade 0.2 e o acontecimento B ocorre com probabilidade 0.5. Se A e B são acontecimentos disjuntos, a probabilidade de ambos não ocorrerem é:
(A) 0.1 (B) 0.3 (C) 0.7 (D) 0.9 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (b) Num torneio de futebol, três equipas (designadas por A, B e C) jogam entre si uma única vez. Caso um jogo termine empatado, no final do tempo regulamentar, faz-se o desempate por grandes penalidades. Assuma que as probabilidades de A vencer B, A vencer C e B vencer C, são 0.6, 0.7 e 0.4, respetivamente. Assumindo que os resultados dos jogos são independentes, qual a probabilidade de todas as equipas ganharem um jogo no torneio?
(A) 0.24 (B) 0.252 (C) 0.22 (D) 0.168 (E) Nenhuma das outras opções

---

5. Seja X uma variável aleatória discreta tomando os valores -1 e 1, cada um com probabilidade 0.5. Seja Y outra variável aleatória, igual a 0 se $X = -1$ e igual a -2 ou 2, com igual probabilidade, se $X = 1$.

(0.8) (a) Apresente a função de probabilidade conjunta de (X, Y).

(1.2) (b) Determine $P(Y > X)$ e a covariância de (X, Y).

(1.0) (c) As variáveis (X, Y) são independentes? Justifique.

6. Seja X uma variável aleatória com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x^2, & 0 < x \leq 1, \\ \frac{3}{4}, & 1 < x < 2, \\ 0, & \text{outros valores de } x; \end{cases}$$

(1.0) (a) Mostre que $f(x)$ é uma função densidade de probabilidade.

(1.4) (b) Determine a função de distribuição de X.

(1.4) (c) Calcule $P(X < 0.5 | X < 1)$.

(1.2) (d) Calcule $E(X)$ e $E(Y)$, sendo $Y = X - 1$.

Formulário

Distribuição	$P(X=k)$	Suporte	Valor médio	Variância
$H(N,M,n)$	$\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}/\binom{N}{n}$	$\max(0, M+n-N) \leq k \leq \min(M,n),\ k \in \mathbb{N}_0$	nM/N	$\dfrac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)}$
$B(n,p)$	$\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	$0 \leq k \leq n,\ k \in \mathbb{N}_0$	np	$np(1-p)$
$P(\lambda)$	$e^{-\lambda}\lambda^k/k!$	$k \in \mathbb{N}_0$	λ	λ
$G(p)$	$p(1-p)^{k-1}$	$k \in \mathbb{N}$	$1/p$	$(1-p)/p^2$
Distribuição	$f(x)$	Suporte	Valor médio	Variância
$U(a,b)$	$\dfrac{1}{b-a}$	$a < x < b,\ x \in \mathbb{R}$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$
$E(\lambda,\delta)$	$\frac{1}{\delta}e^{-(x-\lambda)/\delta}$	$x > \lambda,\ x \in \mathbb{R}$	$\lambda+\delta$	δ^2

Caderno: ____________

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E
24 de maio de 2017
2º teste (A) – Duração: 2h00

Nome completo: ____

N.º aluno: ____________ Curso: ______________________________

Nas alíneas das perguntas 1–3 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma não resposta vale 0 valores.

1.
(a) A B C D E
(b) V F
(c) V F
(d) A B C D E

2.
(a) A B C D E
(b) A B C D E
(c) A B C D E

3.
(a) A B C D E
(b) A B C D E
(c) A B C D E
(d) A B C D E
(e) A B C D E
(f) V F

1. Admita que a intensidade da corrente elétrica num determinado componente electrónico, segue uma distribuição Normal. Escolheram-se aleatoriamente e de forma independente 20 componentes para os quais se observou uma média e desvio padrão amostrais de 10.43 e 1.98 Amperes, respectivamente.

(1.5) (a) O intervalo de confiança a 99% para a média populacional ($IC_{99\%}(\mu)$) é dado por:
(A) $[9.66, 11.20]$ (B) $[9.70, 11.16]$ (C) $[9.29, 11.57]$ (D) $[9.16, 11.70]$
(E) Nenhuma das outras opções

(0.5) (b) Indique o valor lógico da seguinte proposição: Para a mesma amostra de dimensão 20, a amplitude do $IC_{90\%}(\mu)$ é maior ou igual do que a amplitude do $IC_{99\%}(\mu)$.

(0.5) (c) Considere o intervalo com 99% de confiança para a média populacional, μ, pedido na alínea (a). Indique o valor lógico da seguinte proposição: A probabilidade da média populacional estar contida nesse intervalo de confiança é igual a 0.99.

(1.5) (d) O intervalo de confiança a 90% para o desvio padrão populacional é dado por:
(A) $[1.39, 3.30]$ (B) $[1.57, 2.72]$ (C) $[1.93, 10.89]$ (D) $[2.47, 7.38]$
(E) Nenhuma das outras opções

2. Considere as variáveis aleatórias $X \sim N(1, 2^2)$ e $Y \sim N(2, 3^2)$. Assumindo que as variáveis aleatórias X e Y são independentes, indique

(1.2) (a) o valor de $P(X > 3)$:
(A) 0.8413 (B) 0.1587 (C) 0.3085 (D) 0.0013 (E) Nenhuma das outras opções

(1.2) (b) o valor y tal que $P(Y \leq y) = 0.0228$:
(A) -4 (B) 4 (C) -1 (D) 1 (E) Nenhuma das outras opções

(1.5) (c) a distribuição de $3X - Y$:
(A) $N(1, 27)$ (B) $N(5, 27)$ (C) $N(1, 45)$ (D) $N(5, 45)$ (E) Nenhuma das outras opções

Total de folhas entregues: ____________ Folha nº 1

3. Uma transportadora garante que, no máximo, 5% das entregas são feitas com atraso. De um grande fornecimento feito por esta empresa, foi seleccionada uma amostra de 100 encomendas, tendo-se apurado que 7 delas chegaram com atraso.

(0.5) (a) A estimativa pontual da proporção de encomendas entregues com atraso é:
(A) 0.05 (B) 0.07 (C) 0.5 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opções

(0.5) (b) Para avaliar a garantia da transportadora, vamos considerar o teste de hipóteses: $H_0 : p \leq p_0 \ vs. \ H_1 : p > p_0$. O valor de p_0 é:
(A) 0.05 (B) 0.07 (C) 0.5 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opções

(1.2) (c) O valor observado da estatística de teste sobre a garantia da empresa é:
(A) 0.9177 (B) -0.7839 (C) 0.7839 (D) -0.9177 (E) Nenhuma das outras opções

(1.2) (d) Para o nível de 20% de significância, a região de rejeição do teste de hipóteses indicado na alínea (c) é
(A) $]0.5793, \infty[$ (B) $]1.28, \infty[$ (C) $]-\infty, -1.28[\cup]1.28, \infty[$
(D) $]0.84, \infty[$ (E) Nenhuma das outras opções

(1.2) (e) Com outra amostra de dimensão 36 obteve-se um valor observado da estatística de teste de -1.25. O *valor-p* do teste é:
(A) 0.2112 (B) 0.8944 (C) 0.1056 (D) 0.05
(E) Nenhuma das outras opções

(0.5) (f) Indique o valor lógico: Se o teste de hipóteses apresentar um *valor-p* igual a 0.1336, rejeitamos a hipótese nula para o nível de significância de 14%.

[Responda nas folhas do caderno]

(2.5) 4. A quantidade de energia gerada durante uma hora por um aerogerador, em Megawatt-hora (MWh), é uma variável aleatória X com valor médio $E(X) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ e variância $V(X) = \frac{4-\pi}{2}$ $(\pi = 3.1415)$. Assuma que as quantidades de energia geradas pelo aerogerador, em horas distintas, são independentes. Determine a probabilidade aproximada do aerogerador produzir mais de 82 MWh, durante um período de 64 horas.

[Mude de folha]

5. Seja $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ uma amostra aleatória duma população com distribuição de Rayleight, isto é, com função densidade

$$f(x) = \frac{x}{\theta^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\theta}\right)^2}, \quad x > 0,$$

sendo $\theta > 0$ um parâmetro desconhecido. Sabe-se que $E(X) = \theta\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ e $V(X) = \theta^2\left(\frac{4-\pi}{2}\right)$ $(\pi = 3.1415)$.

(1.5) (a) Determine o estimador dos momentos de θ e verifique se o estimador dos momentos é centrado e consistente.

(1.0) (b) Verifique que a função log-verosimilhança é

$$l(\theta) = \ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \ln x_i - 2n\ln(\theta) - \frac{1}{2\theta^2}\sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

(1.0) (c) Determine o estimador de máxima verosimilhança de θ.

(1.0) (d) Considere a amostra de dimensão $n = 6$ desta população: 2.13 0.79 0.96 1.30 2.19 0.67. Determine o valor médio amostral, o desvio padrão amostral, o coeficiente de variação amostral e uma estimativa pontual do parâmetro θ.

Caderno: ____________

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E
24 de maio de 2017
2º teste (B) – Duração: 2h00

Nome completo: ____

N.º aluno: ____________ Curso: ______________________________

Nas alíneas das perguntas 1–3 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma não resposta vale 0 valores.

1.
(a) A B C D E
(b) A B C D E
(c) A B C D E

2.
(a) A B C D E
(b) V F
(c) V F
(d) A B C D E

3.
(a) A B C D E
(b) A B C D E
(c) A B C D E
(d) A B C D E
(e) A B C D E
(f) V F

1. Considere as variáveis aleatórias $X \sim N(1, 2^2)$ e $Y \sim N(2, 3^2)$. Assumindo que as variáveis aleatórias X e Y são independentes, indique

(1.2) (a) o valor de $P(X \leq 3)$:
(A) 0.8413 (B) 0.1587 (C) 0.3085 (D) 0.0013 (E) Nenhuma das outras opções

(1.2) (b) o valor y tal que $P(Y \leq y) = 0.1586$:
(A) -4 (B) 4 (C) -1 (D) 1 (E) Nenhuma das outras opções

(1.5) (c) a distribuição de $3X - Y$:
(A) $N(1, 27)$ (B) $N(1, 45)$ (C) $N(5, 27)$ (D) $N(5, 45)$ (E) Nenhuma das outras opções

2. Admita que a intensidade da corrente elétrica num determinado componente electrónico, segue uma distribuição Normal. Escolheram-se aleatoriamente e de forma independente 20 componentes para os quais se observou uma média e desvio padrão amostrais de 10.43 e 1.98 Amperes, respectivamente.

(1.5) (a) O intervalo de confiança a 90% para a média populacional ($IC_{90\%}(\mu)$) é dado por:
(A) $[9.66, 11.20]$ (B) $[9.70, 11.16]$ (C) $[9.29, 11.57]$ (D) $[9.16, 11.70]$
(E) Nenhuma das outras opções

(0.5) (b) Indique o valor lógico da seguinte proposição: Para a mesma amostra de dimensão 20, a amplitude do $IC_{90\%}(\mu)$ é menor ou igual do que a amplitude do $IC_{99\%}(\mu)$.

(0.5) (c) Considere o intervalo com 90% de confiança para a média populacional, μ, pedido na alínea (a). Indique o valor lógico da seguinte proposição: A probabilidade da média populacional estar contida nesse intervalo de confiança é igual a 0.90.

(1.5) (d) O intervalo de confiança a 90% para a variância populacional é dado por:
(A) $[1.39, 3.30]$ (B) $[1.57, 2.72]$ (C) $[1.93, 10.89]$ (D) $[2.47, 7.38]$
(E) Nenhuma das outras opções

3. Uma transportadora garante que, no máximo, 5% das entregas são feitas com atraso. De um grande fornecimento feito por esta empresa, foi seleccionada uma amostra de 100 encomendas, tendo-se apurado que 7 delas chegaram com atraso.

(0.5) (a) A estimativa pontual da proporção de encomendas entregues com atraso é:
(A) 0.05 (B) 0.07 (C) 0.5 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opções

(0.5) (b) Para avaliar a garantia da transportadora, vamos considerar o teste de hipóteses: $H_0 : p \leq p_0 \ vs. \ H_1 : p > p_0$. O valor de p_0 é:
(A) 0.05 (B) 0.07 (C) 0.5 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opções

(1.2) (c) O valor observado da estatística de teste sobre a garantia da empresa é:
(A) -0.9177 (B) -0.7839 (C) 0.7839 (D) 0.9177 (E) Nenhuma das outras opções

(1.2) (d) Para o nível de 10% de significância, a região de rejeição do teste de hipóteses indicado na alínea (c) é
(A) $]0.5398, \infty[$ (B) $]1.28, \infty[$ (C) $]-\infty, -1.28[\cup]1.28, \infty[$
(D) $]0.84, \infty[$ (E) Nenhuma das outras opções

(1.2) (e) Com outra amostra de dimensão 36 obteve-se um valor observado da estatística de teste de 1.25. O *valor-p* do teste é:
(A) 0.2112 (B) 0.8944 (C) 0.1056 (D) 0.05
(E) Nenhuma das outras opções

(0.5) (f) Indique o valor lógico: Se o teste de hipóteses apresentar um *valor-p* igual a 0.1336, rejeitamos a hipótese nula para o nível de significância de 10%.

[Responda nas folhas do caderno]

(2.5) 4. A quantidade de energia gerada durante uma hora por um aerogerador, em Megawatt-hora (MWh), é uma variável aleatória X com valor médio $E(X) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ e variância $V(X) = \frac{4-\pi}{2}$ $(\pi = 3.1415)$. Assuma que as quantidades de energia geradas pelo aerogerador, em horas distintas, são independentes. Determine a probabilidade aproximada do aerogerador produzir mais de 82 MWh, durante um período de 64 horas.

[Mude de folha]

5. Seja $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ uma amostra aleatória duma população com distribuição de Rayleight, isto é, com função densidade

$$f(x) = \frac{x}{\theta^2} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x}{\theta})^2}, \quad x > 0,$$

sendo $\theta > 0$ um parâmetro desconhecido. Sabe-se que $E(X) = \theta\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ e $V(X) = \theta^2\left(\frac{4-\pi}{2}\right)$ $(\pi = 3.1415)$.

(1.5) (a) Determine o estimador dos momentos de θ e verifique se o estimador dos momentos é centrado e consistente.

(1.0) (b) Verifique que a função log-verosimilhança é

$$l(\theta) = \ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \ln x_i - 2n\ln(\theta) - \frac{1}{2\theta^2}\sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

(1.0) (c) Determine o estimador de máxima verosimilhança de θ.

(1.0) (d) Considere a amostra de dimensão $n = 6$ desta população: 2.13 0.79 0.96 1.30 2.19 0.67. Determine o valor médio amostral, o desvio padrão amostral, o coeficiente de variação amostral e uma estimativa pontual do parâmetro θ.

Caderno: ____________

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E
7 de junho de 2017
3º teste (A) – Duração: 1h30

Nome completo: ______________________________

N.º aluno: ____________ Curso: ______________________________

Nas alíneas das perguntas 1 e 2 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma não resposta vale 0 valores.

1.
(a) A B C D
(b) A B C D E
(c) A B C D E
(d) A B C D E
(e) V F

2.
(a) A B C D E
(b) A B C D E
(c) A B C D E
(d) A B C D E
(e) A B C D E
(f) V F

1. Considere o número de utilizadores ligados à internet através de um servidor, durante um período de um minuto. Na seguinte tabela apresentamos os valores registados nos primeiros $n = 30$ minutos. Pretende-se testar a aleatoriedade usando o teste das sequências ascendentes e descendentes.

88	84	85	85	84	85	83	85	88	89	91	99	104	112	126
138	146	151	150	148	147	149	143	132	131	139	147	150	148	145

(1.0) (a) A hipótese nula (H_0) do teste das sequências ascendentes e descendentes é:
(A) A amostra exibe tendência. (B) A amostra não é aleatória.
(C) A amostra é aleatória. (D) O número de sequências é igual a $\frac{2n-1}{3}$.

(1.0) (b) O número de sequências observadas na correspondente amostra de sinais é
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (c) Para um nível de significância de 2%, a região de rejeição do teste é:
(A) $]-\infty\,;\,-2.05[\,\cup\,]2.05\,;\,\infty[$ (B) $]-\infty\,;\,-2.33[\,\cup\,]2.33\,;\,\infty[$ (C) $]2.05\,;\,\infty[$
(D) $]1.75\,;\,\infty[$ (E) Nenhuma das outras opções

(1.5) (d) Outra amostra de igual dimensão forneceu um valor observado da estatística de teste $z_{obs} = -1.23$. O valor-p do teste das sequências ascendentes e descendentes é:
(A) 0.0129 (B) 0.0258 (C) 0.1093 (D) 0.2186 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (e) Indique o valor lógico da seguinte proposição: Para um valor observado da estatística de teste igual a -1.23 deve-se rejeitar a hipótese de aleatoriedade da amostra, a um nível de significância de 2%.

2. Considere a amostra do exercício anterior. Pretende-se testar a hipótese do número de utilizadores ligados à internet através de um servidor ter distribuição normal de valor médio 120 e variância 784. Os dados foram organizados nas classes apresentadas no quadro abaixo. O quadro também tem algumas frequências observadas e algumas probabilidades de X pertencer à classe i, supondo verdadeira a hipótese a testar (p_i).

i	Classe i	Freq. observada	p_i
1	$]-\infty, 95]$	11	0.1867
2	$]95, 115]$	3	p_2
3	$]115, 130]$	o_3	0.2120
4	$]130, 145]$	o_4	p_4
5	$]145, \infty[$	9	0.1867

(1.5) (a) O valor de p_2 é aproximadamente igual a
(A) 0.1000 (B) 0.1727 (C) 0.2073 (D) 0.2419 (E) Nenhuma das outras opções

(0.5) (b) O valor de o_4 é igual a
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) Nenhuma das outras opções

(1.5) (c) O valor observado da estatística de teste é aproximadamente igual a
(A) 13.5 (B) 14.4 (C) 15.3 (D) 16.0 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (d) Para o nível de significância de 5%, a região crítica do teste é:
(A) $[0\,;\,0.484[\,\cup\,]11.1\,;\,\infty[$ (B) $]9.49\,;\,\infty[$ (C) $]7.78\,;\,\infty[$
(D) $[0\,;\,0.711[\,\cup\,]9.49\,;\,\infty[$ (E) Nenhuma das outras opções

(1.5) (e) Supondo que o valor observado da estatística de teste é $x^2_{obs} = 11.1$, o valor-p é aproximadamente igual a
(A) 0.01 (B) 0.025 (C) 0.05 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (f) Indique o valor lógico da seguinte proposição: Se $x^2_{obs} = 11.1$, então rejeito a hipótese nula, ao nível de significância 5%.

[Responda nas folhas do caderno]

3. Pretende-se estudar a relação existente entre o rendimento de uma reacção química (y) e a temperatura do laboratório onde se realiza a experiência (x). Registaram-se os seguintes valores:

temperatura	15	16	17	18	15	16	17	18
rendimento	81	88	84	91	79	83	88	90

$$\sum x_i = 132 \quad \sum x_i^2 = 2188 \quad \sum y_i = 684 \quad \sum y_i^2 = 58616$$

(1.5) (a) Estime os parâmetros β_0, β_1 e σ^2 do modelo de regressão linear simples de y sobre x.

(2.5) (b) Podemos afirmar que o declive da recta de regressão é positivo? Fundamente a responda fazendo um teste de hipóteses adequado, ao nível de 10% de significância.

(2.5) (c) Deduza e calcule o intervalo de 95% de confiança para σ^2.

(1.0) (d) Calcule o coeficiente de determinação e comente o valor obtido.

Caderno: ____________

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E
7 de junho de 2017
3º teste (B) – Duração: 1h30

Nome completo: ____

N.º aluno: ____________ Curso: ______________________________

Nas alíneas das perguntas 1 e 2 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma não resposta vale 0 valores.

1.
(a) A B C D
(b) A B C D E
(c) A B C D E
(d) A B C D E
(e) V F

2.
(a) A B C D E
(b) A B C D E
(c) A B C D E
(d) A B C D E
(e) A B C D E
(f) V F

1. Considere o número de utilizadores ligados à internet através de um servidor, durante um período de um minuto. Na seguinte tabela apresentamos os valores registados nos primeiros $n = 30$ minutos. Pretende-se testar a aleatoriedade usando o teste das sequências ascendentes e descendentes.

88	84	85	85	84	85	83	85	88	89	91	99	104	112	126
138	146	151	150	148	147	149	143	132	131	139	147	150	148	151

(1.0) (a) A hipótese nula (H_0) do teste das sequências ascendentes e descendentes é:
(A) A amostra exibe tendência. (B) A amostra é aleatória.
(C) A amostra não é aleatória. (D) O número de sequências é igual a $\frac{2n-1}{3}$.

(1.0) (b) O número de sequências observadas na correspondente amostra de sinais é
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (c) Para um nível de significância de 4%, a região de rejeição do teste é:
(A) $]-\infty\,;\,-2.05[\;\cup\;]2.05\,;\,\infty[$ (B) $]-\infty\,;\,-2.33[\;\cup\;]2.33\,;\,\infty[$ (C) $]2.05\,;\,\infty[$
(D) $]1.75\,;\,\infty[$ (E) Nenhuma das outras opções

(1.5) (d) Outra amostra de igual dimensão forneceu um valor observado da estatística de teste $z_{obs} = -2.23$. O valor-p do teste das sequências ascendentes e descendentes é:
(A) 0.0129 (B) 0.0258 (C) 0.1093 (D) 0.2186 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (e) Indique o valor lógico da seguinte proposição: Para um valor observado da estatística de teste igual a -2.23 deve-se rejeitar a hipótese de aleatoriedade da amostra, a um nível de significância de 4%.

Total de folhas entregues: ____________ Folha nº 1

2. Considere a amostra do exercício anterior. Pretende-se testar a hipótese do número de utilizadores ligados à internet através de um servidor ter distribuição normal de valor médio 120 e variância 784. Os dados foram organizados nas classes apresentadas no quadro abaixo. O quadro também tem algumas frequências observadas e algumas probabilidades de X pertencer à classe i, supondo verdadeira a hipótese a testar (p_i).

i	Classe i	Freq. observada	p_i
1	$]-\infty, 95]$	11	0.1867
2	$]95, 110]$	2	p_2
3	$]110, 125]$	o_3	0.2120
4	$]125, 145]$	o_4	p_4
5	$]145, \infty[$	10	0.1867

(1.5) (a) O valor de p_2 é aproximadamente igual a
(A) 0.1000 (B) 0.1727 (C) 0.2073 (D) 0.2419 (E) Nenhuma das outras opções

(0.5) (b) O valor de o_4 é igual a
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) Nenhuma das outras opções

(1.5) (c) O valor observado da estatística de teste é aproximadamente igual a
(A) 13.5 (B) 14.4 (C) 15.3 (D) 16.0 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (d) Para o nível de significância de 10%, a região crítica do teste é:
(A) $[0\,;\,0.484[\,\cup\,]11.1\,;\,\infty[$ (B) $]9.49\,;\,\infty[$ (C) $]7.78\,;\,\infty[$
(D) $[0\,;\,0.711[\,\cup\,]9.49\,;\,\infty[$ (E) Nenhuma das outras opções

(1.5) (e) Supondo que o valor observado da estatística de teste é $x^2_{obs} = 13.3$, o valor-p é aproximadamente igual a
(A) 0.01 (B) 0.025 (C) 0.05 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (f) Indique o valor lógico da seguinte proposição: Se $x^2_{obs} = 13.3$, então rejeito a hipótese nula, ao nível de significância 10%.

[Responda nas folhas do caderno]

3. Pretende-se estudar a relação existente entre o rendimento de uma reacção química (y) e a temperatura do laboratório onde se realiza a experiência (x). Registaram-se os seguintes valores:

temperatura	15	16	17	18	15	16	17	18
rendimento	81	88	84	91	79	83	88	90

$$\sum x_i = 132 \qquad \sum x_i^2 = 2188 \qquad \sum y_i = 684 \qquad \sum y_i^2 = 58616$$

(1.5) (a) Estime os parâmetros β_0, β_1 e σ^2 do modelo de regressão linear simples de y sobre x.

(2.5) (b) Podemos afirmar que o declive da recta de regressão é positivo? Fundamente a responda fazendo um teste de hipóteses adequado, ao nível de 10% de significância.

(2.5) (c) Deduza e calcule o intervalo de 95% de confiança para σ^2.

(1.0) (d) Calcule o coeficiente de determinação e comente o valor obtido.

Caderno: ____________

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E
23 de junho de 2017
Exame (A) – Duração: 2h30

Nome completo: ____

N.º aluno: ______________ Curso: ______________________________

Nas alíneas das perguntas 1–4 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma não resposta vale 0 valores.

1.	**2.**	**3.**	**4.**
(a) A B C D E	(a) A B C D E	(a) A B C D E	(a) A B C D E
(b) A B C D E	(b) A B C D	(b) A B C D E	(b) A B C D E
	(c) A B C D E	(c) A B C D E	
	(d) A B C D E	(d) A B C D E	

(1.2) 1. (a) Sabe-se que a gripe suína afeta 1 em cada 10 000 pessoas em Portugal. Suponha que a probabilidade de um falso positivo (resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que não sofre da doença) no teste de sangue para a gripe suína é 2% e que a probabilidade de um falso negativo (resultado negativo quando aplicado a uma pessoa que sofre da doença) é 0. Se o teste de sangue duma pessoa deu positivo, qual é a probabilidade dessa pessoa ter gripe suína?

(A) 0.005 (B) 0.05 (C) 0.02 (D) 0.0001 (E) Nenhuma das anteriores

(1.0) (b) O acontecimento A ocorre com probabilidade 0.8 e o acontecimento B ocorre com probabilidade 0.5. Se $A \cup B$ é o acontecimento certo, a probabilidade de ocorrerem ambos os acontecimentos é:

(A) 0.2 (B) 0.3 (C) 0.35 (D) 0.4 (E) Nenhuma das anteriores

2. O tempo que um aluno demora a fazer o trajeto de casa para a faculdade, é uma variável aleatória com distribuição normal e desvio padrão igual a 6 min. O aluno cronometrou os trajetos de 10 dias, escolhidos ao acaso, e obteve a seguinte amostra (em minutos):

$$43, \quad 33, \quad 35, \quad 37, \quad 39, \quad 43, \quad 55, \quad 40, \quad 37, \quad 42$$

(1.2) (a) Se o aluno pretender que a amplitude do intervalo com nível de confiança 95% para o tempo médio do trajeto não exceda os 2 minutos, deverá cronometrar os tempos de trajetos em:

(A) pelo menos 139 dias (B) pelo menos 102 dias (C) pelo menos 97 dias
(D) pelo menos 145 dias (E) Nenhuma das anteriores

(0.6) (b) Suponha que pretende testar a hipótese de que o tempo médio do trajeto difere de 40 minutos. Considerando um dos testes de hipóteses estudados nesta disciplina, indique qual a hipóteses nula (H_0) e qual a hipótese alternativa (H_1) a considerar:

(A) H_0: $\bar{x} \neq 40$ vs. H_1: $\bar{x} = 40$ (B) H_0: $\bar{x} = 40$ vs. H_1: $\bar{x} \neq 40$
(C) H_0: $\mu \neq 40$ vs. H_1: $\mu = 40$ (D) H_0: $\mu = 40$ vs. H_1: $\mu \neq 40$

(1.0) (c) Suponha que pretende testar a hipótese de que o tempo médio do trajeto difere de 40 minutos, a um nível de significância de 5%. O *valor-p* associado a este teste de hipóteses é:

(A) 0.8336 (B) 0.5832 (C) 0.4168 (D) 0.05 (E) Nenhuma das anteriores

(1.2) (d) Se for desconhecida a variância do tempo do trajeto, a estimativa por intervalo de 99% de confiança para o tempo médio do trajeto é

(A) $[33.76; 47.04]$ (B) $[34.10;\ 46.70]$ (C) $[35.42; 45.38]$
(D) $[34.23; 46.57]$ (E) Nenhuma das anteriores

Total de folhas entregues: ____________

Folha nº 1

(1.0) 3. (a) Os clientes chegam a uma loja, de acordo com uma distribuição de Poisson de valor médio 2, a cada 15 minutos. A probabilidade de entrarem 5 clientes, durante 30 minutos, é

(A) 0.036 (B) 0.156 (C) 0.180 (D) 0.195 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (b) Um carro vai fazer um percurso com 4 semáforos. Os semáforos funcionam de modo independente e, em cada um, a probabilidade do carro parar é 0.4. A probabilidade do carro só parar uma vez nesse percurso é:

(A) 0.038 (B) 0.154 (C) 0.086 (D) 0.346 (E) Nenhuma das outras opções

(1.2) (c) Seja Y uma variável aleatória discreta com suporte $D = \{-4, 1, c\}$, $c \in \mathbb{R}$. Se $P(Y = -4) = P(Y = c) = E(Y) = 0.2$, então c tem valor:

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) 4 (E) 3

(1.2) (d) Seja X uma variável aleatória com distribuição normal com valor médio e variância iguais a 34 e 64, respectivamente. A probabilidade de X ser menor ou igual a 26 é

(A) 0.8413 (B) 0.4503 (C) 0.5497 (D) 0.1587 (E) Nenhuma das outras opções

4. Pretende-se estudar a relação existente entre o rendimento de uma reacção química (y) e a temperatura do laboratório onde se realiza a experiência (x). Registaram-se os seguintes valores:

temperatura	15	16	17	18	15	16	17	18
rendimento	41	44	48	51	39	45	46	50

(1.0) (a) O coeficiente de determinação pertence ao intervalo

(A) $]0.8; 0.9]$ (B) $]0.9; 0.925]$ (C) $]0.925; 0.95]$ (D) $]0.95; 0.975]$ (E) $]0.975; 1]$

(1.0) (b) A estimativa pontual do declive da reta de regressão é:

(A) -10.6 (B) 0 (C) 1.033 (D) 3.4 (E) Nenhuma das outras opções

---

5. Considere uma população com distribuição dada pela função densidade de probabilidade,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{2}, & -1 < x < 1, \\ 0, & \text{outros valores de } x; \end{cases}$$

(2.0) (a) Determine o valor médio e a variância de X e de $Y = 1 - X$.

(1.5) (b) Calcule $P(X < 0.5 | X > 0)$.

---

6. Os dados da tabela abaixo dizem respeito ao número de dias de espera até se observar um dia de negociação positiva na bolsa de valores americana Standard & Poor's 500 (S&P500) durante os anos de $1990 - 2011$.

Número de dias	1	2	3	4	5	6	7	
Frequência	1532	760	338	194	74	33	17	(Total=2948)

(2.5) (a) Teste, ao nível de significância de 5%, a hipótese do número de dias de espera, até à ocorrência do primeiro dia de negociação positiva seguir uma distribuição geométrica com parâmetro igual a 0.5. Admitindo válida a hipótese nula, temos: $P(X=1) = 0.5000$, $P(X=2) = 0.2500$, $P(X=3) = 0.1250$, $P(X=4) = 0.0625$, $P(X=5) = 0.0312$, $P(X=6) = 0.0156$, $P(X=7) = 0.0078$

(1.0) (b) Independentemente do resultado da alínea (a), assuma que a população tem distribuição geométrica com parâmetro p desconhecido. Verifique que o estimador da máxima verosimilhança do parâmetro p é dado por $\hat{p} = n / \sum_{i=1}^{n} X_i$.

(0.4) (c) Utilizando os dados apresentados na tabela, estime o parâmetro p através do estimador de máxima verosimilhança.

Caderno: ____________

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E
23 de junho de 2017
Exame (B) – Duração: 2h30

Nome completo: ______________________________

N.º aluno: ____________ Curso: ______________________________

Nas alíneas das perguntas 1–4 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma não resposta vale 0 valores.

1.		**2.**		**3.**		**4.**	
(a)	A B C D E	(a)	A B C D E	(a)	A B C D E	(a)	A B C D E
(b)	A B C D	(b)	A B C D E	(b)	A B C D E	(b)	A B C D E
(c)	A B C D E					(c)	A B C D E
(d)	A B C D E					(d)	A B C D E

1. O tempo que um aluno demora a fazer o trajeto de casa para a faculdade, é uma variável aleatória com distribuição normal e desvio padrão igual a 6 min. O aluno cronometrou os trajetos de 10 dias, escolhidos ao acaso, e obteve a seguinte amostra (em minutos):

$$43, \quad 33, \quad 35, \quad 37, \quad 39, \quad 43, \quad 55, \quad 40, \quad 37, \quad 42$$

(1.2) (a) Se o aluno pretender que a amplitude do intervalo com nível de confiança 95% para o tempo médio do trajeto não exceda os 2 minutos, deverá cronometrar os tempos de trajetos em:
(A) pelo menos 145 dias (B) pelo menos 102 dias (C) pelo menos 97 dias
(D) pelo menos 139 dias (E) Nenhuma das anteriores

(0.6) (b) Suponha que pretende testar a hipótese de que o tempo médio do trajeto difere de 40 minutos. Considerando um dos testes de hipóteses estudados nesta disciplina, indique qual a hipóteses nula (H_0) e qual a hipótese alternativa (H_1) a considerar:
(A) H_0: $\mu \neq 40$ vs. H_1: $\mu = 40$ (B) H_0: $\mu = 40$ vs. H_1: $\mu \neq 40$
(C) H_0: $\bar{x} \neq 40$ vs. H_1: $\bar{x} = 40$ (D) H_0: $\bar{x} = 40$ vs. H_1: $\bar{x} \neq 40$

(1.0) (c) Suponha que pretende testar a hipótese de que o tempo médio do trajeto difere de 40 minutos, a um nível de significância de 5%. O *valor-p* associado a este teste de hipóteses é:
(A) 0.8336 (B) 0.5832 (C) 0.4168 (D) 0.05 (E) Nenhuma das anteriores

(1.2) (d) Se for desconhecida a variância do tempo do trajeto, a estimativa por intervalo de 99% de confiança para o tempo médio do trajeto é
(A) $[33.76; 47.04]$ (B) $[35.42; 45.38]$ (C) $[34.10;\ 46.70]$
(D) $[34.23; 46.57]$ (E) Nenhuma das anteriores

(1.2) 2. (a) Sabe-se que a gripe suína afeta 1 em cada 10 000 pessoas em Portugal. Suponha que a probabilidade de um falso positivo (resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que não sofre da doença) no teste de sangue para a gripe suína é 2% e que a probabilidade de um falso negativo (resultado negativo quando aplicado a uma pessoa que sofre da doença) é 0. Se o teste de sangue duma pessoa deu positivo, qual é a probabilidade dessa pessoa ter gripe suína?
(A) 0.005 (B) 0.05 (C) 0.02 (D) 0.0001 (E) Nenhuma das anteriores

(1.0) (b) O acontecimento A ocorre com probabilidade 0.7 e o acontecimento B ocorre com probabilidade 0.5. Se $A \cup B$ é o acontecimento certo, a probabilidade de ocorrerem ambos os acontecimentos é:
(A) 0.2 (B) 0.3 (C) 0.35 (D) 0.4 (E) Nenhuma das anteriores

3. Pretende-se estudar a relação existente entre o rendimento de uma reacção química (y) e a temperatura do laboratório onde se realiza a experiência (x). Registaram-se os seguintes valores:

temperatura	15	16	17	18	15	16	17	18
rendimento	42	44	48	51	41	45	46	50

(1.0) (a) O coeficiente de determinação pertence ao intervalo
(A) $]0.8; 0.9]$ (B) $]0.9; 0.925]$ (C) $]0.925; 0.95]$ (D) $]0.95; 0.975]$ (E) $]0.975; 1]$

(1.0) (b) A estimativa pontual do declive da reta de regressão é:
(A) -2.8 (B) 0 (C) 0.801 (D) 2.95 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) 4. (a) Os clientes chegam a uma loja, de acordo com uma distribuição de Poisson de valor médio 2, a cada 15 minutos. A probabilidade de entrarem 3 clientes, durante 30 minutos, é
(A) 0.036 (B) 0.156 (C) 0.180 (D) 0.195 (E) Nenhuma das outras opções

(1.0) (b) Um carro vai fazer um percurso com 4 semáforos. Os semáforos funcionam de modo independente e, em cada um, a probabilidade do carro parar é 0.6. A probabilidade do carro só parar uma vez nesse percurso é:
(A) 0.038 (B) 0.154 (C) 0.086 (D) 0.346 (E) Nenhuma das outras opções

(1.2) (c) Seja Y uma variável aleatória discreta com suporte $D = \{-4, 1, c\}$, $c \in \mathbb{R}$. Se $P(Y = -4) = P(Y = c) = 0.2$ e $E(Y) = 0.6$, então c tem valor:
(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) 4 (E) 3

(1.2) (d) Seja X uma variável aleatória com distribuição normal com valor médio e variância iguais a 34 e 64, respectivamente. A probabilidade de X ser menor ou igual a 26 é
(A) 0.8413 (B) 0.4503 (C) 0.5497 (D) 0.1587 (E) Nenhuma das outras opções

---

5. Considere uma população com distribuição dada pela função densidade de probabilidade,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{2}, & -1 < x < 1, \\ 0, & \text{outros valores de } x; \end{cases}$$

(2.0) (a) Determine o valor médio e a variância de X e de $Y = 1 - X$.

(1.5) (b) Calcule $P(X < 0.5|X > 0)$.

---

6. Os dados da tabela abaixo dizem respeito ao número de dias de espera até se observar um dia de negociação positiva na bolsa de valores americana Standard & Poor's 500 (S&P500) durante os anos de $1990 - 2011$.

Número de dias	1	2	3	4	5	6	7	
Frequência	1532	760	338	194	74	33	17	(Total=2948)

(2.5) (a) Teste, ao nível de significância de 5%, a hipótese do número de dias de espera, até à ocorrência do primeiro dia de negociação positiva seguir uma distribuição geométrica com parâmetro igual a 0.5. Admitindo válida a hipótese nula, temos: $P(X=1) = 0.5000$, $P(X=2) = 0.2500$, $P(X=3) = 0.1250$, $P(X=4) = 0.0625$, $P(X=5) = 0.0312$, $P(X=6) = 0.0156$, $P(X=7) = 0.0078$

(1.0) (b) Independentemente do resultado da alínea (a), assuma que a população tem distribuição geométrica com parâmetro p desconhecido. Verifique que o estimador da máxima verosimilhança do parâmetro p é dado por $\hat{p} = n/\sum_{i=1}^{n} X_i$.

(0.4) (c) Utilizando os dados apresentados na tabela, estime o parâmetro p através do estimador de máxima verosimilhança.