Inteligência Artificial - 2013/2014

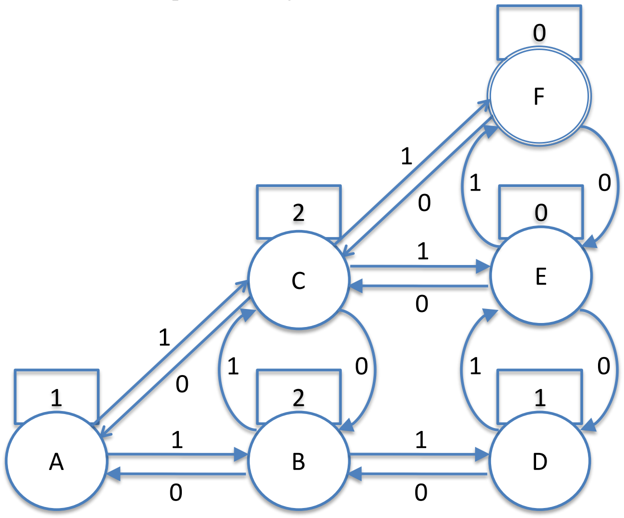
9/Jan/2014 **DI/FCT/UNL** **Exame**

Para repescagem do 1º Teste responder a: todas as perguntas dos grupos I e II (2h00).
Para repescagem do 2º Teste responder a: todas as perguntas dos grupos III e IV (2h00).

Para Exame de Recurso responder a: 4 perguntas à escolha do grupo I;
4 perguntas à escolha do grupo III e;
todas as perguntas dos grupos II e IV (3h00).

GRUPO I

I.1) Considere o seguinte grafo de estados de um problema de procura. Os valores apresentados nos arcos correspondem ao custo do operador (acção) respectivo, enquanto os valores nos rectângulos correspondem ao valor da heurística. O estado objectivo é o F. Não se representam os nomes dos operadores, correspondendo cada arco a um operador distinto. Escolha um algoritmo de procura e explique como se comporta partindo do estado inicial B. Deve explicitar os conteúdos das estruturas de dados auxiliares ao longo das iterações do algoritmo, colocando entre parêntesis o valor da função de avaliação para cada nó na lista. Indique a solução obtida, assim como o seu custo.



I.2) Pretende-se minimizar a função $f(x)=(x-10)(x-4)$ recorrendo ao algoritmo trepa-colinas em que x toma valores inteiros entre 0 e 10. Considere as vizinhanças de uma configuração obtidas por variação (incremento ou decremento) de uma unidade de x. Indique a sequência de configurações obtida pelo algoritmo a partir de uma configuração inicial à sua escolha e qual o respectivo valor mínimo obtido para a função.

I.3) Pretende-se minimizar a função da alínea anterior para valores reais de $x \in [0,10]$ recorrendo a um algoritmo genético. Escolheu-se neste caso uma representação de 10 bits para cada individuo com o objectivo de garantir uma precisão de 2 casas decimais. Considere os seguintes indivíduos i_1=0111010110 e i_2=1011011011 a serem recombinados pelo método de recombinação uniforme. Sabendo que a máscara é 1010011010 quais os descendentes gerados.

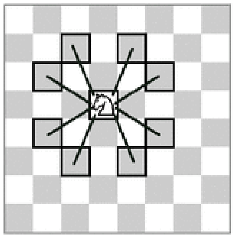
I.4) Sejam x, y e z variáveis inteiras positivas com valores entre 1 e 9, sujeitas à restrição: $x^2y^3 \leq 2z$
Indique todos os valores de x que são consistentes com a restrição. Justifique.

I.5) Use o algoritmo de Davis-Putnam, para provar que `(d ∨ e)` é uma consequência lógica do seguinte conjunto de fórmulas proposicionais:

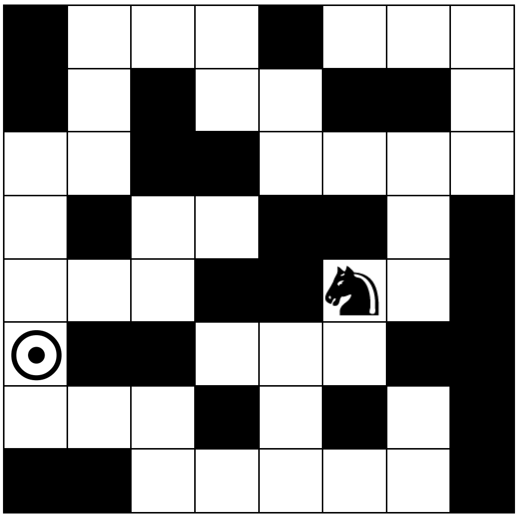
```
a ∨ b ∨ c
a → d
¬e → ¬b
(a ∨ c) → ¬c
```

GRUPO II

Considere um labirinto representado por uma grelha de $n \times n$ quadrículas (p pretas e as restantes brancas) e um único agente que apenas se pode movimentar nas quadrículas brancas de acordo com as regras de movimentação de um cavalo de xadrez. A figura da direita ilustra a movimentação de um cavalo num tabuleiro de xadrez (no caso do labirinto o cavalo apenas pode ir para casas brancas podendo saltar por cima das casas pretas). Dada uma determinada posição inicial do cavalo pretende-se determinar a menor sequência de movimentos de modo a chegar a uma posição objectivo (a posição inicial e a posição objectivo são casas brancas especificadas inicialmente).



Uma instância concreta do problema encontra-se representada abaixo para um labirinto de 8×8 quadrículas:



- o cavalo está inicialmente na 4ª linha, 6ª coluna: (4,6);
- o objectivo é chegar à 3ª linha, 1ª coluna: (3,1);
- da posição inicial o cavalo pode deslocar-se para: (3,4), (5,4), (6,5), (6,7), (2,7) ou (2,5);
- Uma solução possível com 6 movimentos: (4,6)→(6,7)→(7,5)→(8,3)→(6,2)→(4,3)→(3,1);

II.1) Indique uma solução óptima para a instância dada.

II.2) Formule claramente o problema para ser resolvido recorrendo a algoritmos de procura em espaço de estados, indicando o estado inicial, teste de estado objectivo e função que devolve os sucessores de um estado, não esquecendo de indicar o custo dos operadores. A formulação deve funcionar para qualquer problema deste tipo e não apenas para uma instância em concreto.

II.3) Indique qual a dimensão do espaço de estados em função dos valores de n e p.

II.4) Considere cada uma das seguintes funções heurísticas descritas abaixo. Indique quais delas garantem a obtenção de uma solução óptima pelo algoritmo A* de procura em árvores para a classe de problemas descrita. Justifique sucintamente a sua resposta, quer para os casos de garantia quer para as situações de não garantia.

Sejam E e M, respectivamente, a distância Euclidiana e a distância de Manhattan entre a posição do cavalo e do objectivo no estado para o qual se vai avaliar a função heurística.

a) E
b) M
c) $\max((E-1)/2,0)$
d) $M/2$
e) $E/\sqrt{5}$

GRUPO III

III.1) Recorra ao método de resolução para demonstrar que a seguinte fórmula é uma tautologia:

$$(\neg\forall x\ \mathrm{P}(x)) \rightarrow (\exists x\ \neg\mathrm{P}(x))$$

III.2) Seja P o programa em lógica normal apresentado abaixo.

```
r :- not s, not p.
p :- not q, r.
q :- not p, not s.
```

Diga se os modelos M_1=`{r,p}` e M_2=`{r,q}` são modelos estáveis do programa justificando através da sua definição.

III.3) Considere as variáveis aleatórias booleanas A, B e C cuja distribuição de probabilidade conjunta se encontra representada na tabela seguinte.

	a		¬a	
	b	¬b	b	¬b
c	0.108	0.012	0.072	0.008
¬c	0.016	0.064	0.144	0.576

Determine o valor de:

a) P(a)
b) P(¬a∨¬c)
c) P(a|b)
d) P(a→b|c)

III.4) Num problema de aprendizagem de árvores de decisão com 3 atributos A, B e C, foram obtidos os seguintes exemplos:

A	B	C	Classificação
true	true	false	false
true	false	true	false
true	false	false	true
false	true	false	true
false	false	false	false
false	false	true	true

Qual o atributo que seria escolhido para a raiz da árvore de decisão de acordo com o algoritmo DTL? Justifique. Para facilitar os cálculos, listam-se de seguida alguns valores do logaritmo de base 2 que poderá utilizar, caso entenda necessário.

log2(1/5)= -2,32193	log2(1/4)= -2,0	log2(1/3)= -1,58496	log2(2/5)= -1,32193	log2(1/2)= -1
log2(3/5)= -0,73697	log2(2/3)= -0,58496	log2(3/4)= -0,41504	log2(4/5)= -0,32193	log2(1)= 0

III.5) Apresente uma rede neuronal com apenas um neurónio e função de activação limiar que implemente a função booleana (¬**X** → ¬**Y**) ∨ **Z** em que **X**, **Y** e **Z** são variáveis booleanas. A função limiar tem o valor 1 quando o seu argumento é maior ou igual a zero; tendo o valor 0 caso contrário.

GRUPO IV

Considere que existem três sintomas S1, S2 e S3 que apenas podem ser causados directa ou indirectamente por duas doenças D1 e D2 com probabilidades à priori de P(D1)=0.1% e P(D2)=0.2%. O sintoma S1 apenas pode ser causado pela doença D1 e manifesta-se em 30% dos casos. Quanto ao sintoma S2, ambas as doenças o podem causar, sabendo-se que aparece em 90% dos pacientes que sofrem de ambas as doenças, descendo para 40% de ocorrências nos casos em que apenas uma das doenças está presente. O sintoma S3 é apenas causado directamente pela doença D2, no entanto, a ocorrência do sintoma S2 duplica a probabilidade de S3 se manifestar: na ausência do sintoma S2, 35% dos pacientes com a doença D2 apresentam o sintoma S3; esta probabilidade sobe para 70% quando S2 ocorre.

IV.1) Modele a situação anterior com uma rede de Bayes, indicando as variáveis aleatórias, seus domínios, topologia da rede e tabelas de probabilidade condicionada.

IV.2) Calcule a probabilidade do sintoma S3.

IV.3) Sabendo apenas que um paciente apresenta o sintoma S2 qual das doenças seria a mais provável? Justifique.

IV.4) Sabendo apenas que um paciente apresenta o sintoma S2 e não apresenta o sintoma S3 qual seria a probabilidade de apresentar o sintoma S1? Justifique.