

22/Julho/2015 —Duração: 3h

Exame de Época Especial **– Sem consulta –**

Leia com atenção a informação constante desta página, enquanto espera a indicação do docente para começar a resolução do exame.

Este enunciado é composto por:

- Uma Folha de Rosto (esta)
- Cinco Folhas de Respostas
- Três Folhas de Perguntas
- Duas Folhas de Rascunho

O exame é constituído por três grupos de perguntas:

- GRUPO I: Composto por 10 perguntas de resposta curta valendo 10 valores no total.
- GRUPO II: Composto por 3 perguntas valendo 5 valores no total.
- GRUPO III: Composto por 6 perguntas valendo 5 valores no total.

A simplicidade e clareza das respostas contarão na avaliação. Poderá inclusivamente ter uma cotação de 0 valores numa pergunta se a sua solução for muito mais complicada do que o necessário.

Preenchimento:

- Todas as respostas deverão ser dadas nas folhas de respostas fornecidas.
- Comece por identificar cada uma delas a caneta.
- As zonas sombreadas das folhas de respostas não deverão ser preenchidas.
- Os alunos poderão responder a lápis, contudo não podem posteriormente alegar qualquer alteração às respostas fornecidas.
- Para contribuir para a legibilidade da folha de respostas, minimizando rasuras, agradece-se a utilização do espaço de rascunho fornecido (quer ao longo do enunciado, quer no fim do mesmo) antes de escrever a resposta final na folha de respostas.
- Existe uma página nas folhas de respostas com espaço extra de resposta para todos os grupos, que poderá ser utilizado livremente caso entenda necessário.
- No fim de 3 horas de exame os docentes recolherão as folhas de respostas.

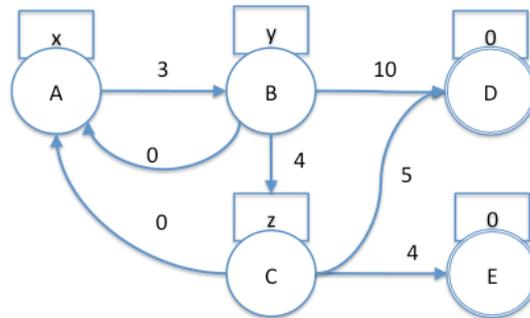
Aconselha-se que veja todas as perguntas do exame antes de começar a sua resolução, para melhor planear a estratégia de resolução. Tem em média 10 minutos para responder a cada uma das questões. umas demorarão menos tempo, outras mais.

AVISO: Qualquer tentativa de fraude detectada no momento da realização da prova, ou descoberta *a posteriori*, implica a reprovação automática na disciplina.

Bom Trabalho!

GRUPO I

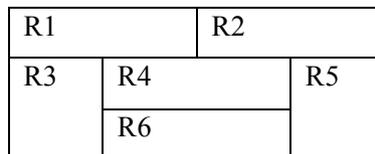
I.1) Considere o seguinte grafo de estados de um problema de procura. Os valores apresentados nos arcos correspondem ao custo do operador (acção) respectivo, enquanto os valores nos rectângulos correspondem ao valor da heurística. Os estados objectivo são o D e o E. Não se representa os nomes dos operadores, correspondendo cada arco a um operador distinto. Indique os valores máximos para x , y e z de forma a que a heurística seja admissível, justificando.



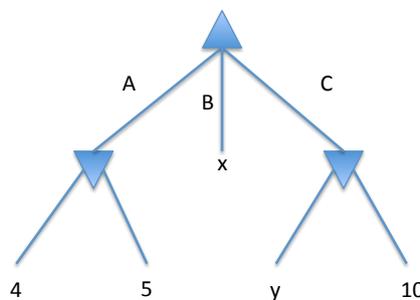
I.2) Considere novamente o grafo da questão 1. Explique como se comporta o algoritmo de procura A* em grafos, partindo do estado inicial A e assumindo que $x=2$, $y=1$ e $z=1$. Deve explicitar os conteúdos das estruturas de dados auxiliares ao longo das iterações do algoritmo, colocando entre parêntesis o valor da função de avaliação para cada nó na lista. Indique a solução obtida assim como o seu custo e diga se a solução encontrada é ótima.

I.3) Considere novamente o grafo da questão 1 e estado inicial A. Indique o comportamento do algoritmo de procura em profundidade primeiro (em árvore) em que se escolhe sempre para expansão o arco com menor custo.

I.4) Considere o seguinte grafo planar com 6 regiões. Cada região tem de ser colorida garantindo que regiões adjacentes não fiquem coloridas com a mesma cor, tendo à sua disposição quatro cores. Formule esta situação como um problema de satisfação de restrições (CSP).



I.5) Apresenta-se abaixo a árvore de um jogo com 2 adversários. O primeiro jogador é um jogador MAX. Indique as condições sobre os valores x e y para que o primeiro jogador efetue a jogada A, B ou C, respectivamente. Concretize cada uma das três situações com valores inteiros entre 0 e 20 para x e y .



I.6) Considere o programa PROLOG listado abaixo que define o predicado $x/3$. Desenhe a árvore de derivação para a interrogação $?- x([1,2],[3,4,5],L)$ e indique a(s) resposta(s) obtida(s) pela ordem que seriam devolvidas.

```
x( _, _, [ ] ).
x( [A|As], [B|Bs], [A,B|Cs] ) :- x( As, Bs, Cs ).
```

I.7) Seja Q o programa em lógica normal listado abaixo. Indique, caso exista, um modelo estável do programa Q. Justifique a sua resposta.

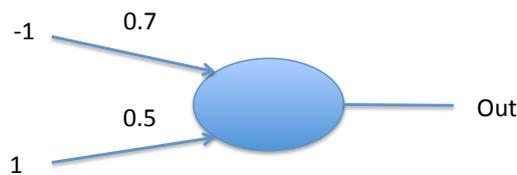
```
a :- not b, not c.
b :- not a, not c.
c :- not a, not b.
d :- a.
d :- b.
r :- not d, not r.
```

I.8) Seja T a teoria em lógica de primeira ordem constituída pelas fórmulas $\forall_x \exists_y (p(x) \Rightarrow (q(y) \vee r(y)))$ e $\forall_z (q(z) \Rightarrow r(z))$. Verifique se $T \models p(a) \Rightarrow \exists_w r(w)$ recorrendo ao método de resolução, sendo a uma constante.

I.9) Sejam A, B e C os seguintes esquemas de ação na linguagem STRIPS. Apresente um plano de ordem parcial tal como gerado pelo algoritmo POP para atingir o estado final em que p e r são verdadeiros, partindo do estado inicial em que apenas p é verdadeiro.

ACÇÃO:	A	B	C
PRECONDIÇÕES:	p, q	p	
EFEITOS:	r, ~ p, ~ q	q, ~ p	p

I.10) Considere o neurónio representado produzindo saída contínuas no intervalo 0 a 1. A função de activação é a função sigmoide $\text{sig}(x) = 1 / (1 + e^{-x})$. Sabendo que a saída deverá ser 0.5, indique justificando a variação de cada um dos pesos (aumenta, diminui, constante) resultante da utilização do algoritmo de retropropagação. Não é necessário indicar o valor final dos pesos.



Alguns valores para a função e^{-x}

x	e^{-x}
-0.5	1.648721271
-0.4	1.491824698
-0.3	1.349858808
-0.2	1.221402758
-0.1	1.105170918
0	1
0.1	0.904837418
0.2	0.818730753
0.3	0.740818221
0.4	0.670320046
0.5	0.60653066

GRUPO II

Uma clínica dentária mantém um registo informatizado dos seus clientes tendo obtido o seguinte conhecimento. Em primeiro lugar, verificou que 25% dos homens são fumadores enquanto 20% das mulheres são fumadoras. Adicionalmente, 60% das mulheres lavam os dentes todos os dias mas no caso dos homens só 40% o faz. Sabe-se ainda que todos os fumadores ou clientes que não lavam os dentes sofrem de halitose (mau hálito); nos restantes casos 10% dos clientes sofre de halitose. Os clientes de sexo feminino que lavam os dentes têm cáries em cerca de 20% das situações, mas os homens que lavam os dentes só em 10% dos casos é que têm cáries; os clientes que não lavam os dentes têm todos cáries. Assuma uma distribuição equiprovável para todos os casos não descritos.

II.1) Modele a situação anterior com uma rede de Bayes, indicando as variáveis aleatórias, seus domínios, topologia da rede e tabelas de probabilidade condicionada.

II.2) Calcule a probabilidade do cliente ser mulher, não ter cáries nem halitose.

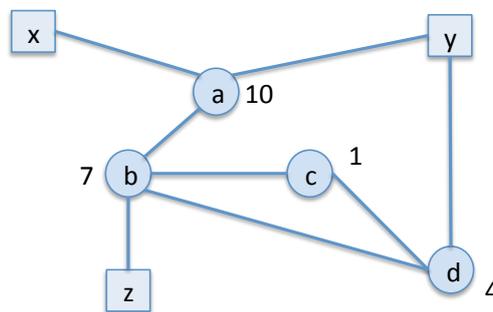
II.3) Determine qual o sexo mais provável de um cliente sabendo que tem cáries e não é fumador.

Espaço de rascunho:

GRUPO III

Seja G um grafo não dirigido com vértices V e arestas A . Cada vértice representa uma unidade militar ou um centro de comunicações; as unidades militares formam um subconjunto $U \subseteq V$, sendo os restantes vértices de V centros de comunicação. As arestas correspondem a ligações de comunicação ponto a ponto entre centros de comunicação e outros centros de comunicação ou unidades militares; as unidades militares não podem comunicar diretamente entre si. Duas unidades militares podem comunicar se existir um caminho entre elas no grafo. Cada centro de comunicação tem associado um custo d (número inteiro positivo) necessário à sua destruição. O objetivo deste problema consiste em descobrir quais os centros de comunicação a destruir de forma a que quaisquer duas unidades militares não possam comunicar entre si, minimizando o custo total.

Uma instância concreta do problema encontra-se representada graficamente abaixo, onde os rectângulos e círculos representam unidades militares e centros de comunicação, respetivamente. Os valores inteiros indicam o custo de destruição do vértice correspondente. Por exemplo, se forem destruídos os centros de comunicação a , b , c e d , o custo da solução é $10+7+1+4=22$.



Por exemplo, o problema acima é formalizado pelo grafo com vértices $V=\{x,y,z,a,b,c,d\}$ e $U=\{x,y,z\}$, arestas $A=\{ \{a,x\}, \{a,y\}, \{a,b\}, \{b,c\}, \{b,d\}, \{b,z\}, \{c,d\}, \{d,y\} \}$ e função de custo $d(a)=10$, $d(b)=7$, $d(c)=1$ e $d(d)=4$.

III.1) Indique qual a solução óptima para a instância dada.

III.2) Indique qual a dimensão do espaço de estados em função do número n de centros de comunicação.

III.3) Formule claramente o problema para ser resolvido recorrendo a algoritmos de procura em espaço de estados, indicando o estado inicial, teste de estado objectivo e função que devolve os sucessores de um estado, não esquecendo de indicar o custo dos operadores. A formulação deve funcionar para qualquer problema deste tipo e não apenas para a instância em concreto.

NOTA: Não é necessário apresentar qualquer código Java, desde que fique perfeitamente claro e sem ambiguidades como definiria e implementaria cada um dos itens da alínea.

III.4) Considere cada uma das seguintes funções heurísticas descritas abaixo. Indique quais delas garantem a obtenção de uma solução óptima pelo algoritmo A* de procura em árvores para a classe de problemas descrita. Justifique sucintamente a sua resposta, quer para os casos de garantia quer para as situações de não garantia. Assuma que todas as heurísticas devolvem 0 quando o valor calculado como descrito abaixo é negativo.

- O número de componentes ligados do grafo.
- O número de componentes ligados do grafo com pelo menos 2 unidades militares.
- A heurística é $d_1+\dots+d_m$ sendo m o número de componentes ligados com pelo menos um par de unidades militares. Para cada componente ligado l do grafo com pelo menos 2 unidades militares, d_l é o mínimo de custo de destruição dos centros de comunicação desse componente l .
- A soma de **b**) com **c**).

III.5) Formule o problema para resolução com o algoritmo trepa-colinas, caso entenda possível. Justifique.

FIM