

## 2º Teste (Modelo A) – Com consulta limitada –

**D) [6val]** Uma companhia aérea pretende renovar o fardamento dos seus assistentes de bordo. Para o efeito, especificou uma série de condições para o “design” das fardas. Em primeiro lugar, só é considerado como calçado botas, sapatos ou ténis. Como partes de cima foram selecionadas fato, camisa, blusa ou casaco, e como partes de baixo novamente o fato e ainda calça, saia ou calção. O objectivo é obter um fardamento para homens e mulheres obtido a partir de combinações das peças anteriores, juntamente com outras restrições adicionais a detalhar. Após análise do problema decidiu-se utilizar a programação por conjuntos de resposta, no dialecto do CLINGO, para sugerir os fardamentos possíveis, utilizando como manequins profissionais o António, o Bernardo, a Catarina e a Diana. Para facilitar a sua resolução, o seguinte conhecimento já se encontra devidamente modelado:

calçado(botas). calçado(sapatos). calçado(ténis).	cima(fato). cima(camisa). cima(blusa). cima(casaco).	baixo(fato). baixo(calça). baixo(saia). baixo(calção).	homem(antónio). homem(bernardo). mulher(catarina). mulher(diana).
pessoa(X) :- homem(X). pessoa(X) :- mulher(X).	1 {coloca(X,Y):calçado(Y)} 1 :- pessoa(X). 1 {coloca(X,Y):cima(Y)} :- pessoa(X). 1 {coloca(X,Y):baixo(Y)} 1 :- pessoa(X).		

Para responder às seguintes questões, pode utilizar predicados auxiliares, caso entenda necessário.

- a) Explique qual é o efeito da seguinte restrição de integridade, quando adicionada ao programa anterior:  

$$:- \text{pessoa}(X), \text{not } \text{coloca}(X, \text{calção}).$$
- b) Especifique as regras/restrições necessárias para garantir que os homens não usam blusas nem saias.
- c) A companhia aérea pretende impor que quando alguém coloca fato tem de usar blusa ou camisa. Especifique as regras/restrições necessárias para representar esta imposição.
- d) Especifique as regras/restrições necessárias para obrigar a que todas as pessoas usem o mesmo calçado.
- e) Explique sucintamente o efeito da restrição abaixo e apresente uma fórmula em lógica de primeira ordem equivalente a essa restrição imposta pela companhia aérea:

```

:- not r.
r :- baixo(P), aux1(P).
aux1(P) :- baixo(P), not aux2(P).
aux2(P) :- pessoa(X), baixo(P), not coloca(X,P).
    
```

XX

**II) [4val]** Considere os seguintes atributos e respectivos valores possíveis:

$$x_1 \in \{old, mid, new\} \quad x_2 \in \{Y, N\}$$

e o seguinte conjunto de 7 exemplos a ser usados na construção de uma árvore de decisão usando o algoritmo DTL.

	$x_1$	$x_2$	Classificação
D <sub>1</sub>	old	Y	+
D <sub>2</sub>	old	Y	+
D <sub>3</sub>	old	Y	-
D <sub>4</sub>	old	N	-
D <sub>5</sub>	mid	N	-
D <sub>6</sub>	mid	Y	+
D <sub>7</sub>	mid	N	-

- a) Qual o ganho de informação (IG) de cada um dos atributos? Apresente os cálculos. Os seguintes valores de entropia poderão ajudar:

$x$	$y$	$H\left(\frac{x}{y}, 1 - \frac{x}{y}\right)$
1	1	0,00
1	2	1,00
1	3	0,92

$x$	$y$	$H\left(\frac{x}{y}, 1 - \frac{x}{y}\right)$
1	4	0,81
1	5	0,72
1	6	0,65

$x$	$y$	$H\left(\frac{x}{y}, 1 - \frac{x}{y}\right)$
1	7	0,59
1	8	0,54
2	5	0,97

$x$	$y$	$H\left(\frac{x}{y}, 1 - \frac{x}{y}\right)$
2	7	0,86
3	7	0,99
3	8	0,95

- b) Qual o atributo a ser escolhido como raiz da árvore? Justifique. Se necessário, desempate a favor do atributo de menor índice (e.g.  $x_1$  vence sobre  $x_2$ ).
- c) Apresente a árvore de decisão induzida pelo algoritmo DTL. Justifique e apresente os cálculos efectuados.



Nome:

Número:

<p><b>I.a)</b> Impede a existência de modelos estáveis em que alguém não use calções, ou seja, só permite modelos estáveis em que todas as pessoas usem calções.</p>	
<p><b>I.b)</b> :- homem(X), coloca(X,saia). :- homem(X), coloca(X,blusa).</p>	
<p><b>I.c)</b> ok(X) :- pessoa(X), coloca(X,camisa). ok(X) :- pessoa(X), coloca(X,blusa). :- pessoa(X), coloca(X,fato), not ok(X).</p>	
<p><b>I.d)</b> :- pessoa(X1), pessoa(X2), calçado(Y1), calçado(Y2), coloca(X1,Y1), coloca(X2,Y2), X1 != X2, Y1 != Y2.</p>	
<p><b>I.e)</b> Fórmula: <math>\exists x [baixo(x) \wedge \forall y [pessoa(y) \Rightarrow coloca(y, x)]]</math> Explicação: <b>aux2</b> é verdadeiro para uma dada parte de baixo P quando essa parte de baixo não foi usada por alguma pessoa. <b>aux1</b> é verdadeiro quando <b>aux2</b> é falso, ou seja, quando uma dada parte de baixo é usada por todas as pessoas. O átomo <b>r</b> é verdadeiro quando existe alguma parte de baixo para o qual <b>aux1</b> seja verdadeiro i.e. <b>r</b> é verdadeiro quando alguma parte de baixo foi usada por todas as pessoas. A primeira regra (restrição de integridade) impede que <b>r</b> seja falso i.e. obriga a que <b>r</b> seja verdadeiro i.e. obriga a que exista uma parte de baixo (x na fórmula) que seja usada por todas as pessoas (y na fórmula).</p>	

<p><b>II.a)</b> <math>IG(x_1) = 0,024</math>    <math>IG(x_2) = 0,527</math> Cálculos: <math display="block">IG(x_1) = H\left(\frac{3}{7}, \frac{4}{7}\right) - \left[\frac{4}{7} \cdot H\left(\frac{2}{4}, \frac{2}{4}\right) + \frac{3}{7} \cdot H\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right] = 0,99 - \left(\frac{4}{7} \cdot 1 + \frac{3}{7} \cdot 0,92\right) = 0,024</math> <math display="block">IG(x_2) = H\left(\frac{3}{7}, \frac{4}{7}\right) - \left[\frac{4}{7} \cdot H\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{7} \cdot H\left(\frac{3}{3}, \frac{0}{3}\right)\right] = 0,99 - \left(\frac{4}{7} \cdot 0,81 + \frac{3}{7} \cdot 0\right) = 0,527</math></p>	
--	--

<p><b>II.b)</b> Atributo: <math>x_2</math> Justificação: Porque tem o maior ganho de informação</p>	
---	--

<p><b>II.c)</b> Árvore:</p> <pre> graph TD     A[x2?] -- N --&gt; B[-]     A -- Y --&gt; C[x1?]     C -- old --&gt; D[+]     C -- mid --&gt; E[+]     C -- new --&gt; F[+]     </pre>	<p>Justificação/cálculos: Com <math>x_2 = N</math>, todos os exemplos são classificados com “-” pelo que será um nó terminal com valor “-”. No caso de <math>x_2 = Y</math> é necessário testar o atributo <math>x_1</math>. Nesse teste, no caso de <math>x_1 = Old</math>, nem todos os exemplos concordam, mas como não há mais atributos, o nó é terminal com valor igual à moda i.e. “+”. Com <math>x_1 = Mid</math> todos os exemplos (no caso apenas um) são classificados com “+” pelo que será um nó terminal com esse valor. Com <math>x_1 = New</math> não há exemplos pelo que o nó é terminal com valor igual à moda do conjunto de exemplos do nó pai (<math>x_1</math>) i.e. “+”.</p>
---	--

III	1. B	2. E	3. A	4. F	5. C	6. D
-----	------	------	------	------	------	------

**IV.a) Plano:**

**Restrições:**

Start < Finish  
 Start < B  
 B < Finish  
 Start < C  
 C < Finish  
 C < B

**Linearização: C → B**

**IV.b) Óptimo [SIM/NÃO]: NÃO** Tamanho igual a  $n$  [SIM/NÃO]: **NÃO**

**Justificação:** O resultado do GraphPlan é um plano de ordem parcial, podendo conter mais do que uma ação por nível – logo, o número de acções pode ser superior a  $n$ . Mais, como podem existir vários planos parciais no mesmo grafo de planeamento, potencialmente com um número de acções diferente, e o algoritmo de extração da solução tem não-determinismo na escolha de acções, não dando portanto garantias de qual dos planos existentes vai escolher, não temos a garantia que o plano escolhido seja óptimo no número de ações, entre os planos de nível em causa. Acresce que o plano óptimo pode nem sequer existir no nível  $n$ , podendo haver um plano disponível num nível superior a  $n$  no grafo de planeamento com menos acções do que todos os planos disponíveis no nível  $n$ .

**V.a)**

$$\begin{aligned}
 P(\neg c) &= \sum_A \sum_B \sum_D P(A, B, \neg c, D) = \\
 &= \sum_A \sum_B \sum_D P(A)P(B|A)P(\neg c|B)P(D|B) = \\
 &= \sum_A P(A) \sum_B P(B|A)P(\neg c|B) \sum_D P(D|B) = \\
 &= 0,4 \cdot [0,8 \cdot 0,8 \cdot (0,8 + 0,2) + 0,2 \cdot 0,7 \cdot (0,5 + 0,5)] + 0,6 \cdot [0,5 \cdot 0,8 \cdot (0,8 + 0,2) + 0,5 \cdot 0,7 \cdot (0,5 + 0,5)] = \\
 &= 0,762 = 76,2\%
 \end{aligned}$$

**V.b)**

$$\begin{aligned}
 P(b|\neg c) &= \alpha P(b, \neg c) = \alpha \sum_A \sum_D P(A, b, \neg c, D) \\
 \sum_A \sum_D P(A, B, \neg c, D) &= \sum_A \sum_D P(A)P(B|A)P(\neg c|B)P(D|B) = \\
 &= P(\neg c|B) \sum_A P(A)P(B|A) \sum_D P(D|B) = \\
 \mathbf{B = true:} & \quad 0,8 \cdot [0,4 \cdot 0,8 \cdot (0,8 + 0,2) + 0,6 \cdot 0,5 \cdot (0,8 + 0,2)] = 0,496 \\
 \mathbf{B = false:} & \quad 0,7 \cdot [0,4 \cdot 0,2 \cdot (0,5 + 0,5) + 0,6 \cdot 0,5 \cdot (0,5 + 0,5)] = 0,266 \\
 P(b|\neg c) &= \frac{0,496}{0,496 + 0,266} \approx 0,6509 = 65,09\%
 \end{aligned}$$

Nome:

Número:

V.c)

$$\begin{aligned}
 P(b|\neg c) &= \\
 &= \alpha P(\neg c|B) \sum_A P(A) P(B|A) \sum_D P(D|B) \\
 &= \alpha P(\neg c|B) \sum_A P(A) P(B|A) \sum_D f_D(B,D) \\
 &= \alpha P(\neg c|B) \sum_A P(A) P(B|A) f_{\bar{D}}(B) \\
 &= \alpha P(\neg c|B) \sum_A P(A) f_B(A,B) f_{\bar{D}}(B) \\
 &= \alpha P(\neg c|B) \sum_A f_A(A) f_B(A,B) f_{\bar{D}}(B) \\
 &= \alpha P(\neg c|B) \sum_A f_{AB\bar{D}}(A,B) \\
 &= \alpha P(\neg c|B) f_{\bar{AB}\bar{D}}(B) \\
 &= \alpha f_C(B) f_{\bar{AB}\bar{D}}(B) \\
 &= \alpha f_{\bar{ABC}\bar{D}}(B) \\
 &= \frac{0,496}{0,496 + 266} \approx 0,6509 = 65,09\%
 \end{aligned}$$

$$f_D$$

B	D	$f_D(B,D)$
t	t	0,8
t	f	0,2
f	t	0,5
f	f	0,5

$$f_{\bar{D}}$$

B	$f_{\bar{D}}(B)$
t	1
f	1

$$f_B$$

A	B	$f_B(A,B)$
t	t	0,8
t	f	0,2
f	t	0,5
f	f	0,5

$$f_A$$

A	$f_A(A)$
t	0,4
f	0,6

$$f_{AB\bar{D}}$$

A	B	$f_{AB\bar{D}}(A,B)$
t	t	$0,8 \times 0,4 = 0,32$
t	f	$0,2 \times 0,4 = 0,08$
f	t	$0,5 \times 0,6 = 0,3$
f	f	$0,5 \times 0,6 = 0,3$

$$f_{\bar{AB}\bar{D}}$$

B	$f_{\bar{AB}\bar{D}}(B)$
t	$0,32 + 0,3 = 0,62$
f	$0,08 + 0,3 = 0,38$

$$f_C$$

B	$f_C(B)$
t	0,8
f	0,7

$$f_{\bar{ABC}\bar{D}}$$

B	$f_{\bar{ABC}\bar{D}}(B)$
t	$0,62 \times 0,8 = 0,496$
f	$0,38 \times 0,7 = 0,266$

VI

i. FALSA

ii. FALSA

iii. FALSA

iv. FALSA

v. VERDADEIRA

VII

$$P(D|\neg b) = \frac{\sum_A P(A) P(\neg b|A) \sum_C P(C|A, \neg b) P(D|C)}{\sum_D \sum_A P(A) P(\neg b|A) \sum_C P(C|A, \neg b) P(D|C)}$$