

3. (a)

2º Teste ADA - 2016/17

1. (a) 2-4-0-1-3

1. (b) (4,0) (0,1) (2,0)

1. (c) Length:

0	1	2	3	4	5
4	5	0	6	2	$+\infty$

via:

0	1	2	3	4	5
4	0	2	4	2	ND

2º f
< Ana, Escola >

2. Para ser função potencial válida, é necessário obedecer a 2 regras.

1. $\phi(D_0) = 0$

2. $\phi(D_i) \geq 0$ para $i \geq 1$

1- Inicialmente, todas as posições dos vetores têm listas vazias, logo

o tamanho das listas é zero e, conseqüentemente, a soma é zero.

Assim, $\phi(D_0) = 0$

2- $\phi(G) \geq 0$ para qualquer G pois as listas não podem ter tamanho negativo

Operação	Custo Real c	Dif. Potencial $\phi(P') - \phi(P)$	Custo Amortizado $\epsilon = c + \Delta\phi$
AddEdge	1	$TE+2 - TE = 2$	$2+1=3 \quad O(1)$
removeEdge	1	$TE-2 - TE = -2$	$-2+1=-1 \quad O(1)$
isEdgeRet	1	$TE - TE = 0$	$0+1=1 \quad O(1)$
colourIncident edges	5	$TE-5 - TE = -5$	$-5+5=0 \quad O(1)$

} $O(1)$

(*) TE = totalEdges

A complexidade de cada operação é $O(1)$, logo, fazendo n ops a complexidade é $O(n)$

3. O problema da coloração de vértices em grafos orientados é NP pelas dois seguintes motivos.

1. Existe um algoritmo polinomial que, dados:

- um grafo $G=(V,A)$
- um inteiro positivo n

existe uma coloração dos vértices de G com n cores

O algoritmo percorre o grafo, testando se num caminho de comprimento dois passa, pelo menos, por dois vértices de cores distintas. Depois, testa se o número de cores distintas em G é igual a n . O algoritmo retorna true se, e só se, estes testes tiverem sucesso.

A complexidade temporal do algoritmo é polinomial no número de vértices do grafo G e no número de arestas (A). Se o conjunto de arestas estiver guardado num vetor, o nr de passos do algoritmo é $O(n^2) = O(|V| \times |A|)$

2. O tamanho do inteiro positivo n é polinomial no tamanho de G porque G tem, pelo menos, n vértices de cores distintas, sendo $n \leq |V|$. Para ser NP-completo, tem de ser NP e NP-difícil.

Para provar que é NP-difícil, pega-se num NP-completo e reduz-se para o problema da coloração de vértices em grafos orientados, e essa redução tem de ser polinomial.

$$\begin{array}{lcl} \text{HAMILTON} & \longmapsto & \text{coloração vértices} \\ (V, A) & \longrightarrow & (V, A', |V|) \end{array}$$

$$\text{em que } A' = \{(x, y) \mid (x, y) \in A \vee \exists (y, x) \mid (x, y) \in A\}$$