
Introdução à Investigação Operacional

4ª aula T - Resumo

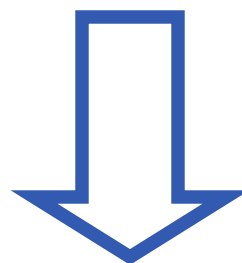
Formulação Matricial do Simplex

Var.s Básicas

Var.s Não Básicas

TI

$$\left[\begin{array}{cc|c} B & D & b \\ \hline -C_B & -C_D & 0 \end{array} \right]$$



$$\left[\begin{array}{cc|c} I & B^{-1} \times D & B^{-1} \times b \\ \hline 0 & -C_D + C_B \times B^{-1} \times D & (+C_B) \times B^{-1} \times b \end{array} \right]$$

 X_B – variáveis básicas

r – coeficientes de
otimalidade

F – valor da f.o.

$$\left[\begin{array}{c|c|c} B & D & b \\ \hline -C_B & -C_D & 0 \end{array} \right] \quad 2$$

1 – Critério de Otimalidade: Analisar $r = -C_D + C_B \cdot B^{-1} \cdot D$

Se existir algum coeficiente $r_k < 0$, a solução não é ótima e entra na base a variável correspondente ao coeficiente r_k com o valor mais negativo.

2 – Determinação das variáveis que pertencem à Nova Base:

Se quisermos fazer entrar para a base a k-ésima variável, deveremos começar por calcular o vetor $v_k = B^{-1} \cdot a_k$ onde a_k representa a k-ésima coluna da matriz A.

Em seguida, calculamos, para cada restrição, os quocientes

$$\Delta_i = (B^{-1} \cdot b)_i / (v_k)_i, \quad \text{para } (v_k)_i > 0$$

Por fim, calculamos, $\Delta = \min (\Delta_i)$ com $i = 1, 2, \dots, m$. Se $\Delta = \Delta_s$ a s-ésima variável da base deverá deixar a base.

3 – Mudança de Base: Escrever as matrizes B , D , C_B e C_D correspondentes à nova base.

Resumo – IIO – T4

Análise de Sensibilidade / Pós-Optimalidade

Variações nos coeficientes da função objetivo:

$$\left[\begin{array}{c|c|c} I & B^{-1}.D & B^{-1}.b \\ \hline 0 & -CD' + C_B'.B^{-1}.D & CB'.B^{-1}.b \end{array} \right]$$

$r' = \nearrow$ $F' = \nearrow$

Admissibilidade OK!

A otimalidade pode ser posta em causa!

Variações nos termos independentes das restrições:

$$\left[\begin{array}{c|c|c} I & B^{-1}.D & B^{-1}.b' \\ \hline 0 & -CD + C_B.B^{-1}.D & C_B.B^{-1}.b' \end{array} \right]$$

$r = \nearrow$ $F' = \nearrow$

A Admissibilidade pode ser alterada!

Otimalidade "OK"!

Variações nos coeficientes das restrições:

Variações apenas em D :

$$\left[\begin{array}{c|c|c} I & B^{-1} \times D & B^{-1} \times b \\ \hline 0 & -C_D + C_B \times B^{-1} \times D & (+C_B) \times B^{-1} \times b \end{array} \right]$$

Verificar a Otimalidade!

Admissibilidade OK!

Variações em $\underline{B}$ (e D):

$$\left[\begin{array}{c|c|c} I & B^{-1} \times D & B^{-1} \times b \\ \hline 0 & -C_D + C_B \times B^{-1} \times D & (+C_B) \times B^{-1} \times b \end{array} \right]$$

Verificar a Otimalidade!

Verificar a Admissibilidade!

Análise de Sensibilidade / Pós-Optimalidade

Introdução de novas variáveis:

Uma nova variável corresponde a uma nova coluna em D , d_N

I	$B^{-1} \times D$	$B^{-1} \times b$	Admissibilidade OK!
0	$-C_D + C_B \times B^{-1} \times D$	$(+ C_B) \times B^{-1} \times b$	

Verificar a
Otimalidade !

Calcular apenas $r_N = -C_N + C_B \cdot B^{-1} \cdot d_N$

Se $r_N < 0$, então a nova variável deve entrar para a base. Prosseguir com o Alg.Simplex Primal.

Resumo – IIO – T4

Análise de Pós-Optimalidade - Algoritmo Simplex Dual

Introdução de novas restrições:

A solução ótima determinada anteriormente verifica a nova restrição?

Sim $\Rightarrow$ Solução anterior ainda **ótima**!

Não $\Rightarrow$ Solução anterior ainda “”ótima””, mas **não admissível** $\Rightarrow$ prosseguir com o **Alg. Simplex Dual** OU arbitrar uma nova base do problema “ampliado” e verificar a sua admissibilidade e otimalidade!

	X	Y	F1	F2	F3	Ti
X	1	0	0	1	1	3
Y	0	1	0	-1	0	2
F1	0	0	1	1	1	2
F	0	0	0	2	3	11

	X	Y	F1	F2	F3	F4	Ti
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	2	1	0	0	0	1	7
F	0	0	0	2	3	0	11

	X	Y	F1	F2	F3	F4	Ti
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	0	0	-1	-2	1	-1
F	0	0	0	2	3	0	11

	X	Y	F1	F2	F3	F4	Ti
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	0	0	-1	-2	1	-1
F	0	0	0	2	3	0	11

mas ... “Ótima”!

	X	Y	F1	F2	F3	F4	Ti
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	0	0	-1	-2	1	-1
F	0	0	0	2	3	0	11

Deve sair da base!

Qual a variável que entra na base?

Calcular os quocientes $q_i = |r_i / a_{ij}|$, para $a_{ij} < 0$ e selecionar a variável que minimiza esses quocientes.

	X	Y	F1	F2	F3	F4	Ti
X	1	0	0	1	1	0	3
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1	1	0	2
F4	0	0	0	-1	-2	1	-1
F	0	0	0	2	3	0	11
q_j	-	-	-	2	3/2	-	

$q_j = |r_j / a_{ij}|$
para $a_{ij} < 0$

F3 deve entrar para a base!

Deve sair da base!

	X	Y	F1	F2	F3	F4	Ti
X	1	0	0	1/2	0	1/2	5/2
Y	0	1	0	-1	0	0	2
F1	0	0	1	1/2	0	1/2	3/2
F3	0	0	0	1/2	1	-1/2	1/2
F	0	0	0	1/2	0	3/2	19/2

Solução ótima e admissível!

Leituras de apoio:

Elementos de apoio às aulas de IIO – Caps VIII e IX– Formulação Matricial do Simplex; Alg. Simplex Revisto e Análise de Sensibilidade / Pós-Optimalidade – ficheiro pdf pp. 78 a 96.

Disponível atividade semanal de apoio à aprendizagem no moodle!