FCT — FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA, UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática	**Introdução à Investigação Operacional** **1º Teste** - 30 de outubro de 2019 Duração: 90 minutos

Justifique convenientemente as suas respostas.

I

Responda a este grupo no Caderno de Teste e numere a Folha com o nº 4 .

Numa fábrica existem 3 máquinas diferentes que podem ser usadas no fabrico de um pesticida. Cada máquina pode trabalhar com uma velocidade baixa, média ou alta(*). Quanto maior for a velocidade, maior é a produtividade da máquina, ainda que o custo de funcionamento também seja superior devido ao maior consumo de energia.

(*) Por limitações técnicas a máquina 2 não pode trabalhar a alta velocidade.

Os custos de funcionamento de cada máquina (em unidades monetárias (u.m.)) e a sua capacidade de produção (em kg) dependem da sua velocidade e encontram-se registados na tabela seguinte:

Máquina	Velocidade	Custo de funcionamento diário (u.m.)	Capacidade de produção diária (kg)
1	Baixa	80	110
	Média	100	180
	Alta	130	190
2	Baixa	10	50
	Média	30	80
3	Baixa	40	20
	Média	60	40
	Alta	70	50

Por outro lado, é necessário assegurar que a quantidade de pesticida produzida diariamente não seja inferior a 180 kg/dia.

Sabe-se ainda que se a máquina 2 funcionar, a máquina 3 deverá funcionar também.

a) Sabendo que se pretende determinar o modo de funcionamento das máquinas de forma a ser minimizado o custo total diário de funcionamento, formule este problema como um modelo de Programação Linear que poderá incluir variáveis inteiras e/ou binárias.

(2.0)

b) Adicionalmente sabe-se que as máquinas em funcionamento não podem estar todas reguladas para funcionar à mesma velocidade.

Indique, de forma clara, que alterações seria necessário introduzir em **a)** de modo a contemplar esta exigência utilizando Programação Linear.

(1.0)

O grupo II terá de ser respondido exclusivamente na Folha de Resposta!

III

Considere o problema de Programação Linear Q

$$\text{Max } G = 2x + 3y + z$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} x + y + 5z \leq 15 \\ -x + 3y - z \geq 10 \\ x - y \geq 2 \\ x,\ y,\ z \geq 0 \end{cases}$$

a) Sabe-se que a solução ótima de Q é **(x*, y*, z*) = (8.5, 6.5, 0)**. Recorrendo à formulação matricial do Simplex escreva o quadro ótimo do Simplex.

(1.5)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/12 & 5/12 & 4/3 \\ 1/12 & 5/12 & 1/3 \\ 1/6 & -1/6 & -1/3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 3/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & -1/2 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 3/4 & -1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 \\ 1/2 & -1/2 & -1 \end{bmatrix}$$

b) Admita que depois de se ter resolvido o problema Q, se tinha constatado um lapso: o termo independente da 1ª restrição <u>não era 15</u>, mas **1,5**. Comente <u>cuidadosamente</u> a afirmação: "Com esta alteração, constataríamos que a anterior base ótima deixaria de ser admissível, pelo que precisaríamos de utilizar o Algoritmo Simplex Dual, que nos conduziria à solução ótima numa única iteração".

(1.0)

O grupo IV terá de ser respondido exclusivamente na Folha de Resposta!

Caderno nº

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática	INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL **1º Teste** 30 de outubro de 2019

Nome: ____ **Nº** ________ **Curso**________

II

O Grupo II deverá ser respondido EXCLUSIVAMENTE nesta Folha de Resposta!

Considere o problema de Programação Linear P, cuja região admissível se começou a esboçar:

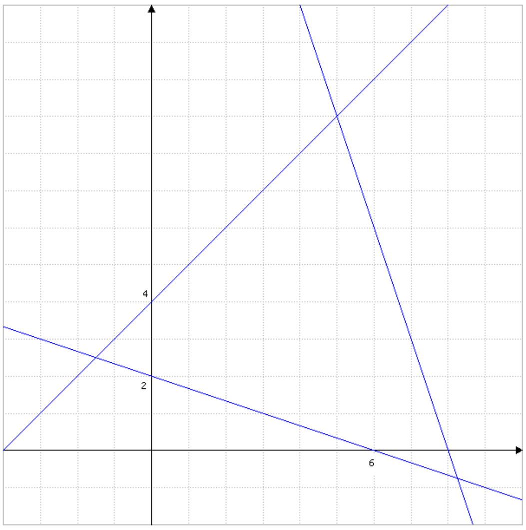
Min F = 3 X - Y

Sujeito a $\quad -X + Y \leq 4$

$X + 3Y \geq 6$

$3X + Y \leq 24$

$X, Y \geq 0$



Selecione com **X** as **AFIRMAÇÕES VERDADEIRAS**. A indicação de afirmações Falsas será penalizada.

a) A solução ótima deste problema (X*, Y*) é igual a:

☐ (0 , 2) ☐ (0 , 4) ☐ (8 , 0) ☐ (5 , 9)

b) Admita que o termo independente da 1ª restrição passa a ser α. Qual o valor mínimo de α de modo a que o problema de PL resultante tenha solução ótima?

☐ 0 ☐ - 6 ☐ - 8 ☐ 4

c) Considere novamente o o conjunto das três restrições do enunciado acima. Se a função objetivo passar a ser **Min** G = 3 X + Y, o problema de PL resultante:

☐ não tem solução ótima finita; ☐ tem uma única solução ótima; ☐ tem infinitas soluções ótimas.

(1.5) **PODE UTILIZAR O VERSO PARA RASCUNHO. NÃO SERÁ CORRIGIDO!**

Caderno nº

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática	**INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL** **1º Teste** 30 de outubro de 2019

Nome: ______________________________ **Nº** ________ **Curso**________

IV

O Grupo IV deverá ser respondido EXCLUSIVAMENTE nesta Folha de Resposta!

1 - Considere o Problema de Transportes, que se esquematiza no Quadro seguinte e a solução **S**:

	A	B	C	
F1	5	8	3	100
F2	6	2	4	150
	130	50	70	

S:

	A	B	C	
F1	30 (custo 5)	0 (custo 8)	70 (custo 3)	100
F2	100 (custo 6)	50 (custo 2)	0 (custo 4)	150
	130	50	70	

Face às informações disponibilizadas, selecione com **X** as **AFIRMAÇÕES VERDADEIRAS**. A indicação de afirmações Falsas será penalizada.

- ☐ **S** é uma solução que garante a minimização do custo.
- ☐ O valor ótimo de $X_{F1\,C}$ pode ser nulo.
- ☐ O valor ótimo de $X_{F1\,C}$ só pode ser igual a 70.
- ☐ O valor ótimo de $X_{F1\,C}$ não é 0 nem 70.
- ☐ Neste problema, o número de variáveis positivas numa solução ótima é sempre igual a 4.
- ☐ Neste problema, o nú mero de variáveis positivas numa solução ótima pode ser igual a 5.
- ☐ Neste problema, o número de variáveis positivas numa solução ótima pode ser igual a 6.

(1.5)

Questão IV – 2 no verso!

IV - 2 - Considere o problema de Programação Linear R

$$\textbf{M... } F = 5x + 4y + 3z$$

$$\begin{array}{lrcrcrcr} \textbf{sujeito a:} & 2x & + & 3y & + & z & \leq & 100 \\ & 8x & + & y & + & 4z & \leq & 350 \\ & 2x & + & y & + & z & \geq & 90 \\ \\ & x, & & y, & & z & \geq & 0 \end{array}$$

Sabe-se que uma solução ótima de R é **(x*, y*, z*) = (43.333, 3.333, 0)** com F* = 230.

Com vista à resolução do problema de Programação Linear Inteira, resultante de R a que se acrescenta a condição de integralidade das variáveis x, y e z, utilizando o Algoritmo Branch and Bound, ramificou-se R, acrescentando-lhe a restrição **x ≤ 43** – designemos este novo problema por R1 - tendo-se obtido a solução ótima de R1: **(x*, y*, z*) = (43.0, 3.333, 0.667)** com F_{R1}^* = 230.333 .

Em seguida, ramificou-se R1, acrescentando-se restrição **y ≤ 3** – designemos este novo problema por R2 - tendo-se constatado que R2 era impossível.

Retomando R1, acrescentou-se restrição **y …..** – designemos este novo problema por R3.

Face às informações disponibilizadas, selecione com **X** as **AFIRMAÇÕES VERDADEIRAS**. A indicação de afirmações Falsas será penalizada.

- ☐ Pretende-se Maximizar a função objetivo F, do problema R.
- ☐ Para obter R3 acrescentou-se a restrição **y** ≥ **3** .
- ☐ Se a solução ótima de R3 for inteira, o valor ótimo da função objetivo pode ser igual a 230.
- ☐ Se a solução ótima de R3 for inteira e o valor ótimo da função objetivo for igual a 231, poderemos estar perante a solução ótima do problema de PLI.
- ☐ A solução ótima do problema de PLI poderá corresponder a um valor ótimo da função objetivo igual a 230.
- ☐ Mesmo que a solução ótima de R3 seja inteira e o valor ótimo da sua função objetivo seja igual a 231, o problema R ainda deveria ser ramificado com a adição de uma restrição relativa a **x** com vista à resolução do problema de PLI.

(1.5) **O grupo IV terá de ser respondido exclusivamente na Folha de Resposta!**