



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

2º Teste

16 de dezembro de 2019

ATENÇÃO: QUALQUER FRAUDE DETETADA NESTA PROVA IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LETIVO NESTA UNIDADE CURRICULAR E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO EXECUTIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

I

Formulário:

Modelo M/M/1: $L = \frac{\rho}{1-\rho}$

Fórmula de Pollaczek-Khintchine: $L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$

1 - Considere uma fila de espera do tipo M/M/1, com uma taxa média igual de 25 chegadas por hora. Sabe-se que, em média estão 5 clientes no sistema.

Determine, justificando sucintamente:

(0,5) a) O tempo médio de permanência de um cliente no sistema.

(0,5) b) Quantos clientes são servidos, em média, numa hora.

(1,5) c) Admita que se mantém o processo de chegadas e que o atendimento passa a ser feito em duas etapas independentes e de idêntica duração, cada uma com distribuição Exponencial. Sabe-se, ainda, que se mantém a duração média do serviço face ao sistema original.

Determine o número médio de clientes a aguardar o início do serviço.

Opção de menor cotação (0,7): Admita que se mantém o processo de chegadas e que o atendimento passa a ser com duração determinística e igual a 1,1 minutos. Determine o número médio de clientes a aguardar o início do serviço.

2 - Foram compiladas numa folha de cálculo informações relativas a uma dada Fila de Espera com um único servidor (unidade de tempo: hora), de que se apresenta parte:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		n	λ	μ_n	C_n	P_n	$n \cdot P_n$	$(n-1) \cdot P_n$
3		0	12,000			0,2597	0,0000	
4		1	12,000	15,000	0,8000	0,2078	0,2078	0,0000
5		2	12,000	16,000	0,6000	0,1558	0,3117	0,1558
6		3	12,000	16,414	0,4386	0,1139	0,3418	0,2278
7		4	12,000	16,732	0,3146	0,0817	0,3268	0,2451
8		5	12,000	17,000	0,2221	0,0577	0,2884	0,2307
9		6	12,000	17,236	0,1546	0,0402	0,2409	0,2008
10		7	12,000	17,449	0,1063	0,0276	0,1933	0,1657
11		8	12,000	17,646	0,0723	0,0188	0,1502	0,1315
12		9	12,000	17,828	0,0487	0,0126	0,1138	0,1011
13		10	12,000	18,000	0,0324	0,0084	0,0843	0,0758

Foram calculados os somatórios dos valores nas colunas G e H, tendo-se obtido, respetivamente, 2,4601 e 1,7198.

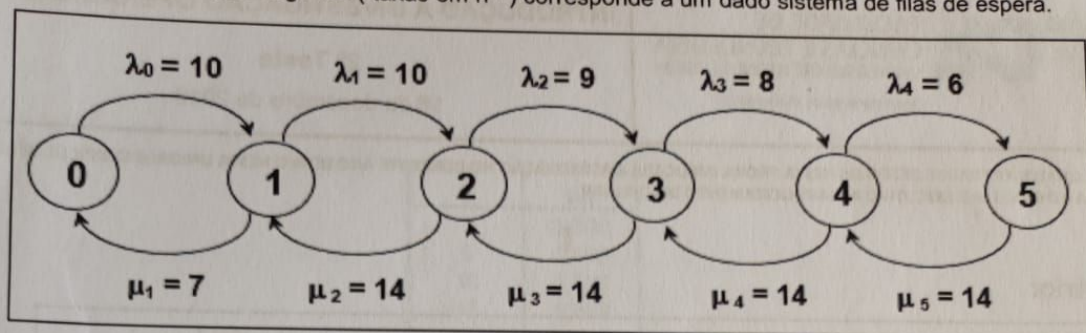
(0,4) a) Determine, justificando sucintamente, o número médio de clientes no sistema de espera.

(0,3) b) Determine, justificando sucintamente, o tempo médio de permanência de um cliente no sistema.

(0,4) c) Determine, justificando sucintamente, o número médio de clientes a aguardar o início do serviço.

(0,4) d) Indique sucintamente como foi determinado o valor de P_0 (célula F3).

3 – O Diagrama de Transição seguinte (taxas em h^{-1}) corresponde a um dado sistema de filas de espera.



(1,0) Pretende-se que descreva as características mais importantes do referido sistema. (Não faça cálculos!)

II

O grupo II deverá ser resolvido exclusivamente na Folha de Resposta!

III

Considere uma fila de espera, com um servidor, alimentada por um processo Poissoniano de chegadas com taxa média de 10 clientes por hora.

Sabe-se que a duração do atendimento de um cliente é feita em duas etapas, cada uma das quais com durações independentes e identicamente distribuídas. Sabe-se que a duração de cada etapa se pode considerar com distribuição Uniforme[1; 3] (minutos).

(1,5) a) Proceda à geração dos instantes de chegada dos primeiros dois clientes, presumindo que o serviço abre às 09 h. Utilize os NPA's seguintes: 0,15926 0,30063 0,75295 0,08388

Nota: Para sua comodidade, poderá utilizar o formato hora,decimal.

(1,0) b) Proceda à geração da duração do atendimento do primeiro cliente. Utilize os NPA's seguintes: 0,75436 0,88053 0,25235 0,99388

Notas: 1) Admita que à invocação da rotina RANDOM é gerado um NPA $U[0;1]$, que é afetado à variável U .

2) Se $X \sim \text{Poisson}(m)$, então $P(X = k) = e^{-m} \cdot m^k / k!$, $k = 0, 1, 2, \dots$

3) Se $X \sim \text{Exponencial}(\lambda)$, então $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x}$, $x \geq 0$.

4) Se $X \sim \text{Uniforme}[a; b]$, então $F_X(x) = (x - a) / (b - a)$, $x \in [a; b]$

$$\frac{60}{x} = 10$$