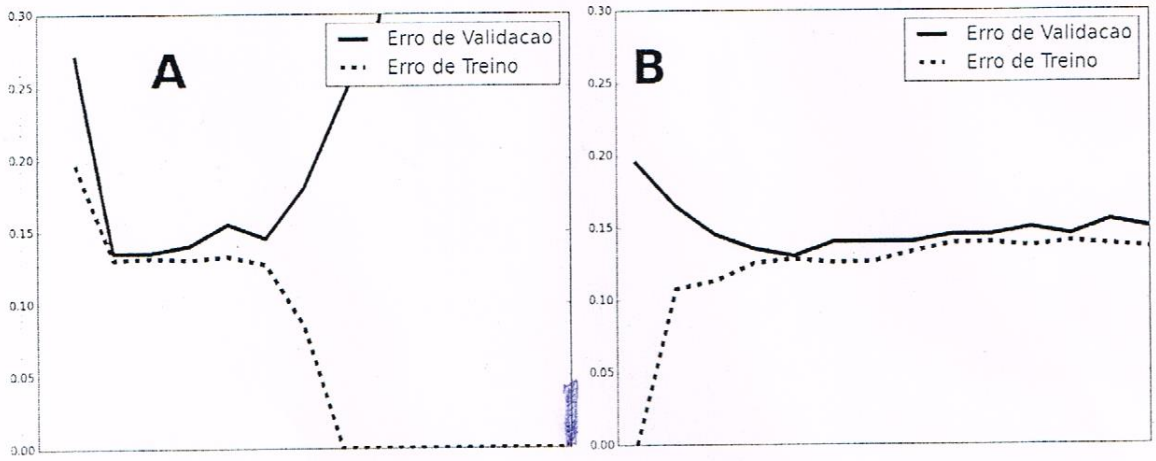
1º Teste de Aprendizagem Automática

3 páginas com 6 perguntas e 2 folhas de resposta. Duração: 2 horas
DI, FCT/UNL, 22 de Outubro de 2015

Pergunta 1 [4 valores] As figuras abaixo mostram o erro de treino e de validação para uma validação cruzada usando 10 *folds*, com o mesmo conjunto de dados. Num caso foi usado um classificador de *k-nearest neighbours* e no outro uma *support vector machine* mas, infelizmente, não foi registado qual gráfico correspondia a qual classificador. O eixo das ordenadas, cujos valores foram omitidos, corresponde ao valor de k no caso do classificador k-NN e ao logaritmo do valor de γ do *kernel* usado para a SVM, cuja expressão é $K(\vec{x}, \vec{z}) = e^{-\gamma \|x-z\|^2}$



1.a) Indique, justificado, qual dos gráficos (A ou B) corresponde ao classificador k-NN e qual ao classificador SVM.

1.b) Com base nos erros medidos (*Erro de Treino* e *Erro de Validação*), explique como escolheria o melhor valor para o parâmetro do classificador (k no caso do classificador k-NN e γ no classificador SVM).

1.c) Depois de escolher o melhor valor do parâmetro, o erro em que se baseou para essa escolha será um estimador não tendencioso do erro verdadeiro do classificador? Se responder afirmativamente, explique porquê. Se responder pela negativa, explique o que teria sido necessário fazer para obter um estimador não tendencioso do erro verdadeiro do classificador.

Pergunta 2 [4 valores] *Logistic Regression* é um classificador linear que calcula um hiperplano definido por $\vec{w}^T \vec{x} + w_0$ minimizando

$$E(\vec{w}) = -\sum_{n=1}^{N} [t_n \ln g_n + (1 - t_n) \ln(1 - g_n)] \qquad g_n = \frac{1}{1 + e^{-(\vec{w}^T \vec{x_n} + w_0)}}$$

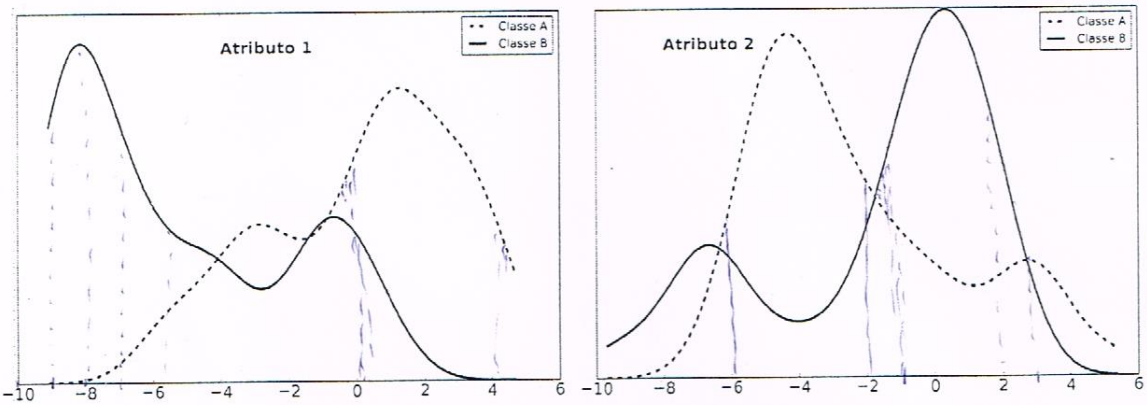
2.a) Suponha que tem um problema de classificação no qual cada exemplo tem dois atributos numéricos contínuos, x_1 e x_2, e as duas classes a distinguir não são linearmente separáveis. Explique o que poderia fazer para conseguir separá-las adequadamente com um classificador deste tipo (*Logistic Regression*).

2.b) Depois de optimizar o classificador de *Logistic Regression*, notou-se que cometeu 12 erros de classificação num conjunto com 100 exemplos. No mesmo conjunto, um classificador do tipo *Support Vector Machine* cometeu 10 erros de classificação. Indique, se puder fazê-lo com confiança, qual dos classificadores é o melhor ou, caso contrário, explique porque é que não pode decidir.

Pergunta 3 [3 valores] Foi criado um classificador de *Naïve Bayes* usando um conjunto de treino com as seguintes características:

- Os pontos estão categorizados em duas classes, `A` e `B`;
- Cada ponto tem dois atributos contínuos, `Atributo 1` e `Atributo 2`;
- As classes `A` e `B` estão representadas na mesma proporção no conjunto de treino, 50% cada uma.

Os gráficos abaixo mostram as distribuições de probabilidade de cada um dos dois atributos dada cada uma das classes.



3.a) Indique que valores teriam os atributos de um exemplo hipotético que este classificador classificaria na classe `A` e os atributos de outro exemplo hipotético que este classificador classificaria na classe `B`. Justifique a sua resposta.

3.b) Explique porque é que, ao contrário de classificadores discriminantes como *Logistic Regression* e *Support Vector Machine*, o classificador de *Naïve Bayes* permite gerar exemplos artificiais.

Pergunta 4 [3 valores] Considere o seguinte modelo de classificação onde $g(x)$ é o valor de saída para o exemplo x e os valores w_n são os M+1 coeficientes do modelo (contando com w_0 também), sendo M a dimensão dos vectores de entrada:

$$g(x) = \frac{1}{1 + e^{-net(x)}} \qquad net(x) = w_0 + \sum_{i=1}^{M} w_i x_i$$

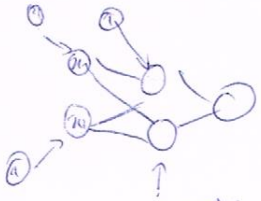
Para obter cada hipótese o modelo é treinado apresentando os exemplos repetidas vezes e por ordem aleatória. De cada vez que se apresenta um exemplo x_t, o modelo é actualizado alterando cada coeficiente w_n da seguinte forma:

$$\Delta w_n = \eta\Big(y(x_t) - g(x_t)\Big)g(x_t)\Big(1 - g(x_t)\Big)x_t^n$$

onde $y(x_t)$ é a classe verdadeira do exemplo x_t, que pode ser 0 ou 1, e x_t^n é o valor do atributo de índice n de x_t, considerando este valor igual a 1 se n for 0. O valor η é uma constante que controla o ritmo da aprendizagem. Depois do treino, considera-se que o exemplo x está na classe 1 se $g(x)$ for maior que 0.5, ou na classe 0 caso contrário ($g(x)$ é um valor entre 0 e 1).

4.a) Este classificador pode separar sem erros duas classes que **não sejam** linearmente separáveis? Explique porquê.

4.b) Imagine que tem uma rede de funções destas interligadas, disposta em camadas de forma a que todas as funções numa camada estão ligadas pelos pesos w a todas as funções da camada anterior. Explique como estruturaria a rede e a utilizaria para distinguir K classes com $K > 2$.



camada de neurónios escondida

Pergunta 5 [3 valores] As figuras na sua folha de resposta representam o resultado do treino de dois classificadores treinados obtendo os valores de α que minimizam a expressão

$$min_\alpha \left(\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \alpha_n \alpha_m y_n y_m K(\vec{x_m}, \vec{x_n}) - \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \right)$$

onde N é o número de exemplos, y o valor da classe de cada exemplo (representados com um círculo preenchido a cinzento para a classe 1 e um círculo preenchido a branco para a classe -1) e x o vector com as coordenadas de cada ponto. Foram também impostas as seguintes restrições durante a minimização:

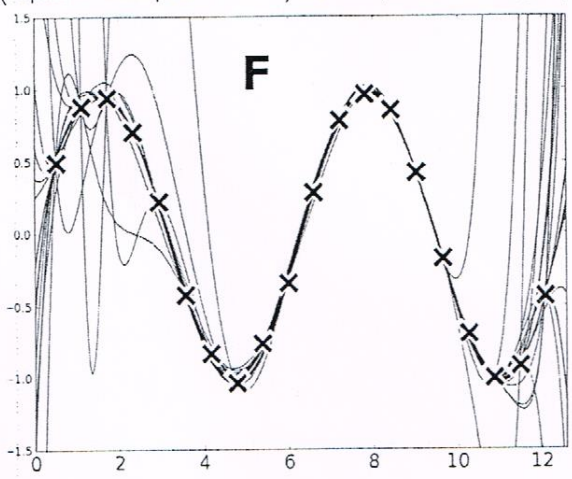
$$0 \leq \alpha_n \leq 10, \quad n = 1, ..., N \qquad \sum_{n=1}^{N} \alpha_n y_n = 0$$

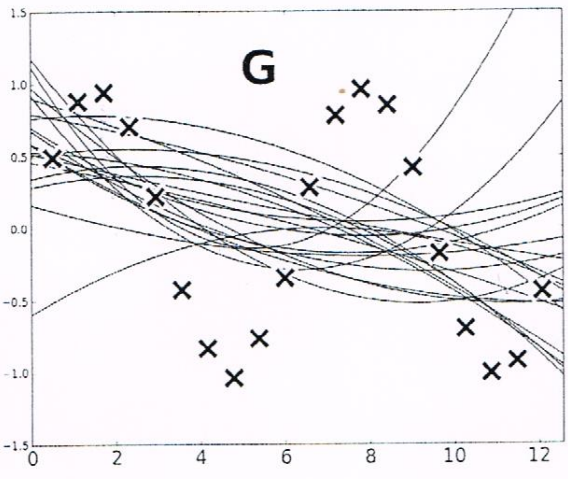
5.a) Indique qual classificador (A ou B) foi treinado com a função $K(\vec{x_m}, \vec{x_n}) = \vec{x_m}^T \vec{x_n}$ e qual foi treinado com a função $K(\vec{x_m}, \vec{x_n}) = (\vec{x_m}^T \vec{x_n} + 1)^3$, sabendo que uma destas foi usada num dos classificadores e a outra no outro. Justifique a sua resposta.

5.b) Escolha um dos gráficos (A ou B) na sua folha de resposta e assinale, nesse gráfico, **com um círculo**, cada ponto para o qual o valor de α correspondente é **maior que zero** e **menor que 10**.

5.c) Escolha um dos gráficos (A ou B) na sua folha de resposta e assinale, nesse gráfico, **com uma cruz**, cada ponto para o qual o valor de α correspondente é **igual a 10**.

Pergunta 6 [3 valores] Os gráficos F e G abaixo mostram, cada um, 20 instâncias de dois modelos polinomiais de regressão. Cada instância foi obtida treinando o modelo numa réplica do conjunto de treino (representado pelas cruzes) obtida por *bootstrapping*.





6.a) Indique o gráfico (F ou G) e o valor de x (aproximado, um inteiro de 0 a 12) de um ponto que tenha um valor de *bias* maior do que a maioria dos pontos dos gráficos F e G. Justifique a sua resposta.

6.b) Indique o gráfico (F ou G) e o valor de x (aproximado, um inteiro de 0 a 12) de um ponto que tenha um valor de *variance* maior do que a maioria dos pontos dos gráficos F e G. Justifique a sua resposta.

6.c) Qual dos dois modelos, F ou G, escolheria para criar um modelo de regressão pelo método de *bootstrap aggregating*? Justifique a sua resposta.