

PREENCHA DE FORMA BEM LEGÍVEL

Nome: _____

Número de aluno:

Atenção

Esta prova consiste em 10 grupos de escolha múltipla. Em cada um dos grupos apenas uma das afirmações é falsa. Determine-a e assinale-a com um X na grelha de respostas.

- Cotação: A cotação total desta prova é de 20 valores. Para cada um dos grupos a cotação atribuída é a seguinte:

- Se não responder ou assinalar com um X mais do que uma opção: 0 valores;
- Se responder correctamente: +2,0 valores;
- Se responder erradamente: -0,66 valores.

- Duração: 1 hora.

- Enunciado: O enunciado da prova é composto por 2 folhas, frente e verso, que não podem ser desagafadas. Quando terminar a prova deve entregar o enunciado completo.

Grelha de Respostas

	A	B	C	D
1.				X
2.		X		
3.				X
4.	X			
5.			X	
6.				X
7.	X			
8.				X
9.			X	
10.			X	

1. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 4}(\mathbb{R}) \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{4 \times 2}(\mathbb{R}).$$

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

- A Se C é uma matriz quadrada tal que $(AB)^T C$ está definida então $C \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$.
- B Se C é uma matriz quadrada e D é tal que $C(AB)^T + D$ está definida então $D \in \mathcal{M}_{2 \times 3}(\mathbb{R})$.
- C $AB \in \mathcal{M}_{3 \times 2}(\mathbb{R})$ e $(AB)_{21} = 6$.
- D $B^T A^T \in \mathcal{M}_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ e $(B^T A^T)_{12} = 3$.

Continua no verso desta folha

2. Considere as matrizes com entradas em \mathbb{R}

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}.$$

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

- A As matrizes A , B e D são simétricas.
- B As matrizes B e C são hemi-simétricas.
- C As matrizes A , B e E são triangulares superiores.
- D As matrizes A e B são matrizes escalares.

3. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{4 \times 5}(\mathbb{R}) \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{5 \times 4}(\mathbb{R}).$$

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

- A $AB \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{R})$ e a entrada $(4, 4)$ de AB é igual a 3.
- B $AB \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{R})$ e a entrada $(4, 3)$ de AB é igual a 3.
- C $BA \in \mathcal{M}_{5 \times 5}(\mathbb{R})$ e a entrada $(2, 2)$ de BA é igual a 0.
- D $BA \in \mathcal{M}_{5 \times 5}(\mathbb{R})$ e a entrada $(3, 4)$ de BA é igual a 1.

4. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R}).$$

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

- A A matriz A é uma matriz elementar do tipo I.
- B A matriz B é uma matriz elementar do tipo II.
- C A matriz C é uma matriz elementar do tipo III.
- D A matriz D não é uma matriz elementar.

Continua na próxima folha

5. Seja $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$, com $m \geq 3$, uma matriz arbitrária. Sejam T_1 , T_2 e T_3 transformações elementares sobre linhas tais que

$$A \xrightarrow{l_2 \leftrightarrow l_1} A_1 \xrightarrow{T_1} A, \quad A \xrightarrow{5l_2} A_2 \xrightarrow{T_2} A \quad \text{e} \quad A \xrightarrow{l_2 + (-6)l_3} A_3 \xrightarrow{T_3} A.$$

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

- A A transformação elementar T_1 é $l_2 \leftrightarrow l_1$.
 B A transformação elementar T_2 é $\frac{1}{5}l_2$.
 C A transformação elementar T_3 é $l_2 + (-\frac{1}{6})l_3$.
 D Multiplicar uma linha de A por zero não é uma transformação elementar sobre linhas.
6. Sejam

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R}).$$

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

- A Se $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ é invertível então E_1A é invertível e $(E_1A)^{-1} = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
 B Se $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ é invertível então AE_2 é invertível e $(AE_2)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A^{-1}$.
 C E_3 é invertível e $E_3^{-1} = E_3$.
 D $E_1E_2E_3$ é invertível e $(E_1E_2E_3)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

7. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{4 \times 5}(\mathbb{R}).$$

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

- A A matriz B não está em forma de escada reduzida.
 B A matriz A não está em forma de escada.
 C As matrizes B e C estão em forma de escada.
 D A matriz C não está em forma de escada reduzida.

8. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2 \times 3}(\mathbb{R}).$$

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

A A forma de escada reduzida de A é $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

B A forma de escada reduzida de C é $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

C As matrizes A e B são equivalentes por linhas.

D As matrizes B e C são equivalentes por linhas.

9. Sejam A e B matrizes arbitrárias de ordem n .

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

A $A + A^T$ é simétrica.

B $(A + B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2$.

C $(AB)^2 = A^2B^2$.

D Se $AB = BA$ então $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$.

10. Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ tais que $A^3 = I_n$ e $BA = I_n$.

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique qual é.

A A matriz A é invertível e $A^{-1} = A^2$.

B $A^2 = A^5$.

C $AB \neq A^3$.

D Se $C \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ é tal que $AC = 0$ então $C = 0$.

Fim