Departamento de Matemática **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**

Álgebra Linear e Geometria Analítica B **17/12/2014** **3^0 Teste**

Número de aluno

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ....

....

Curso: .... Número de aluno: ....

O teste é composto por 5 questões de escolha múltipla e 3 de resposta aberta. Nas questões 1–5 marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta, cada resposta certa vale 2 valores, cada resposta errada desconta 0,6 valores e marcações múltiplas anulam a questão. Se a soma das classificações das questões de escolha múltipla der um número negativo, será atribuído 0 valores à parte de escolha múltipla. As questões 6, 7 e 8 valem, respectivamente, 5, 3 e 2 valores.

Questão 1 Seja $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ a aplicação linear definida do modo seguinte: $f(x,y,z) = (x,y)$. Indique qual das seguintes afirmações é **VERDADEIRA**:

a f é um isomorfismo.

b f não é sobrejectiva.

c $\operatorname{Nuc} f = \langle (0,0,5) \rangle$.

d As outras três opções são falsas.

Questão 2 Seja $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a aplicação linear tal que

$$\mathcal{M}\,(\,g; (\,(1,2),(1,1)\,)\,, (\,(0,1),(1,0)\,)\,) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Indique qual das seguintes afirmações é **VERDADEIRA**:

a $g(1,2) = (1,1)$ e $g(1,1) = (3,0)$.

b g não é injectiva.

c As outras três opções são falsas.

d $g(1,2) = (1,1)$ e $g(1,1) = (0,3)$.

Questão 3 Seja $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ a aplicação linear tal que

$$f(1,0,0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad f(0,0,2) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad f(0,-1,0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Indique qual das seguintes afirmações é **VERDADEIRA**:

a $f(0,0,2) \neq f(2,0,0)$.

b $f(x,y,z) = \begin{bmatrix} 0 & x-y+z \\ x-y+z & 0 \end{bmatrix}$.

c $\dim \operatorname{Im} f = 3$.

d $f(1,-1,0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Questão 4 Seja $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ uma aplicação linear tal que $A = \mathcal{M}\,(f; \text{b.c.}_{\mathbb{R}^2}, \text{b.c.}_{\mathbb{R}^2})$.
Sejam $\mathcal{B} = ((0,1),(1,1))$ e $\mathcal{B}' = ((0,2),(-1,0))$ bases de $\mathbb{R}^2$.
Indique qual das seguintes afirmações é **VERDADEIRA**:

a $\mathcal{M}\,(f; \mathcal{B}, \mathcal{B}') = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

b As outras três opções são falsas.

c $\mathcal{M}\,(\text{id}_{\mathbb{R}^2}; \text{b.c.}_{\mathbb{R}^2}, \mathcal{B}') \neq \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.

d $\mathcal{M}\,(\text{id}_{\mathbb{R}^2}; \mathcal{B}, \text{b.c.}_{\mathbb{R}^2}) \neq \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Questão 5 Considere uma matriz $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ cujos valores próprios são 1, 2 e 3.
Indique qual das seguintes afirmações é **VERDADEIRA**:

a A é invertível.

b Se $p_A(x)$ é o polinómio característico de A então $p_A(0) = 0$.

c $\text{mg}(1) + \text{mg}(2) + \text{mg}(3) = 2$.

d $|A - 2I_3| \neq 0$.