

Análise Matemática I (B, C, D e E)

Repetição do 2º Teste — 24 de Janeiro de 2011

1. (5 val.)

a) Determine a família de primitivas da função

$$f(x) = \frac{4x^3 + 4x^2 + 5x + 1}{4x^2 + 4x + 10}.$$

b) Calcule

$$\int_1^4 \sin(\sqrt{x}) \, dx.$$

2. (3 val.) Considere a função

$$f(x) = e^{\sqrt{x}}.$$

Encontre um polinómio p de grau 2 tal que $p(4) = f(4)$, $p'(4) = f'(4)$ e $p''(4) = f''(4)$.

3. (3 val.) Calcule a área da região, no primeiro quadrante, limitada pelo eixo das ordenadas, pela recta $y = 2x + 1$ e pelos gráficos das funções

$$r(x) = x^3, \quad s(x) = \frac{1}{x}.$$

4. (3 val.) Analise a convergência do seguinte integral

$$\int_0^{+\infty} \frac{t \cos^2(t)}{t^3 + 1} dt.$$

5. (3 val.) Sem calcular a primitiva associada ao integral seguinte, mostre que

$$\sqrt{3} \leq \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{1+x^2} \, dx \leq 2\sqrt{3}.$$

6. (3 val.) Considere a função

$$F(x) = \int_0^x (t-1) \sqrt{2-e^{-t}} \, dt.$$

a) Justifique que o seu domínio corresponde ao intervalo $[\log \frac{1}{2}, +\infty[$.

b) Determine e classifique os extremos locais de F .

c) Analisando os resultados das alíneas anteriores, consegue identificar algum extremo global da função? Justifique a sua resposta.