



Análise Matemática I (B, C, D e E)

2º Teste — 20 de Janeiro de 2012

1. [3.0 val.] Calcule, justificando, o seguinte limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(x))}{\sin(x^2)}.$$

2. Considere a função real de variável real,

$$f(x) = e^x(\sin(x) + 1).$$

- (a) [2.0 val.] Escreva a fórmula de MacLaurin com resto de Lagrange de ordem 4 da função $f(x)$.

- (b) [3.0 val.] Mostre que

$$e^x(\sin(x) + 1) \geq 1 + 2x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3$$

$$\text{para } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0.$$

3. (a) [2.5 val.] Determine a primitiva da função real de variável real definida por

$$f(x) = \frac{e^x + 2}{e^{2x} + e^x}$$

que toma o valor $\log(2)$ em $x = 0$.

- (b) [2.5 val.] Calcule o integral

$$\int_{\sqrt{2}}^e x \log(x^2 - 1) dx.$$

4. Considere a função F , real de variável real, definida por

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^t}{t+1} dt.$$

- (a) [0.5 val.] Determine o domínio da função F .

- (b) [1.0 val.] Justifique que F é diferenciável e determine $F'(x)$.

- (c) [1.5 val.] Determine os pontos de inflexão e o sentido das concavidades de F .

5. (a) [2.0 val.] Calcule o valor da área do domínio plano do primeiro quadrante limitado pelo eixo dos yy e as linhas

$$y = 4, y = \frac{1}{x^2} \text{ e } y = x^2.$$

- (b) [2.0 val.] Calcule o valor da área do domínio plano do primeiro quadrante definido pelo eixo dos xx , pelo eixo dos yy e as linhas

$$y = 4 \text{ e } y = \frac{1}{x^2}.$$