FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

Análise Matemática I (D e E)

2º Teste — 13 de Janeiro de 2010

1. (*5 val.*)

   (a) Considere a função
   $$f(x) = \begin{cases} mx+k\,, & \text{se } x \le 0 \\ \ln(e+x^2)\,, & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$
   Indique os valores de m e k que tornam f diferenciável em $\mathbb{R}$. Justifique.

   (b) Considere a função $f : [0,\pi] \to \mathbb{R}$ definida por
   $$f(x) = \frac{1}{2}x + \sin(x)\,.$$
   Estude a existência de extremos relativos de f no intervalo $[0,\pi]$.

   (c) Indique, caso existam, os pontos de inflexão da função definida em $\mathbb{R}$ por
   $$g(x) = xe^x\,.$$

2. (*5 val.*)

   (a) Considere a função real de variável real definida por $f(x) = \sin(2x)e^{3x}$. Escreva a Fórmula de Taylor da função f em torno do ponto 0, com resto de Lagrange de ordem 3.

   (b) Calcule, justificando, o limite
   $$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)e^{3x} - 2x - 6x^2}{\sin(x^3)}.$$

3. (*5 val.*) Calcule o valor dos seguintes integrais:

   (a) $\displaystyle\int_0^2 \frac{1+x}{1+4x^2}\,dx$;

   (b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \cos(\sqrt{x})\,dx$. Sugestão: comece por fazer a substituição $t = \sqrt{x}$.

4. (*3 val.*) Considere a função $g(x) = \tan(x)$ definida no intervalo $]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$. Calcule a área da região do plano delimitada pelas curvas de equação $y = 2\sin(x)$ e $y = g(x)$.

5. (*2 val.*) Mostre que a função
   $$g(x) = \int_0^{\sin(x)} e^{-t^2}\,dt$$
   é diferenciável em $\mathbb{R}$ indicando explicitamente a expressão de $g'(x)$.