Análise Matemática II *E*
Departamento de Matemática FCT-UNL
Primeiro Teste – 23 de outubro de 2013
Duração: 1h30m

Nome:____ **Número:**____________

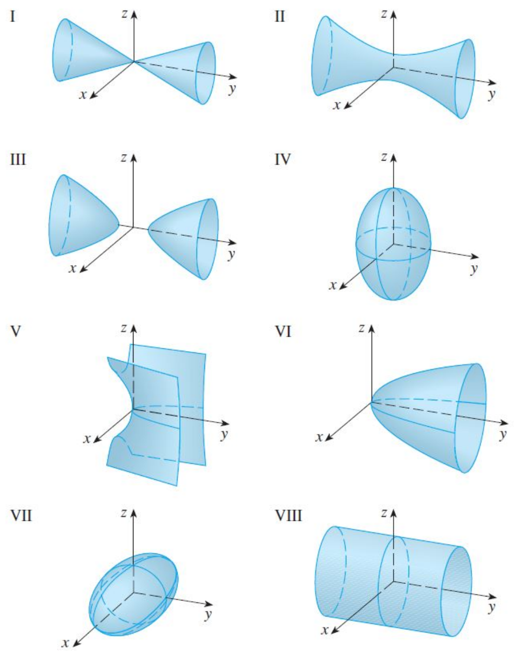

Figura 1: Representação geométrica de superfícies quádricas

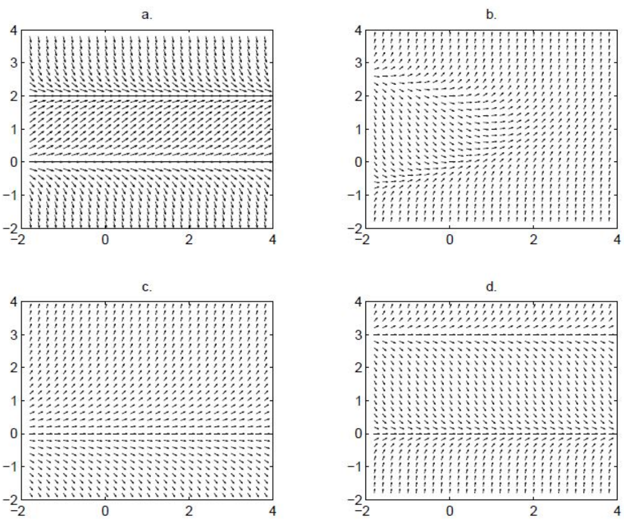

Figura 2: Campos direccionais

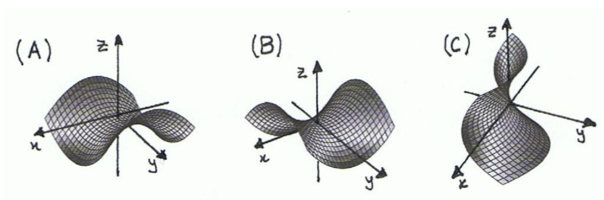

Figura 3: Quádricas obtidas por reflexão

Nome:____ **Número:**____________

AVISO: A cotação do teste varia entre 0 e 20 valores, sendo a cotação de cada pergunta indicada na margem esquerda junto à mesma. Nas perguntas de escolha múltipla haverá lugar a uma penalização (indicada entre parêntesis) no caso de indicar uma resposta errada.
Apenas as respostas às perguntas 14 e 15 devem ser cuidadosamente justificadas na folha nº 1 do enunciado.

[0.5 (0.2)] 1. Quantas soluções tem a equação diferencial $y' - y - 2xe^x = 0$? _______

A nenhuma	C duas	E três
B infinitas	D uma	F cinco

[0.5 (0.2)] 2. Quais das seguintes equações diferenciais são separáveis?_________

Eq1: $xy' = x^2y + 3y$ Eq2: $xy' = x - y$ Eq3: $e^xy' = xy - x$.

A apenas a Eq1	C Eq1 e Eq3
B apenas a Eq2	D Eq2 e Eq3

[1.0] 3. Para resolver a equação diferencial $2x\frac{dy}{dx} + x^2e^{1-x^2}y = 2$ qual o factor integrante que necessita?

____

[1.5 (0.5)] 4. Identifique as afirmações correctas: _________

I. $y - \log(y) = x^2 + 1$ é uma solução implícita de $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{y-1}$.

II. $x^2 + y^2 = 4$ é uma solução implícita de $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$.

A ambas I e II	C apenas II
B apenas I	D nenhuma

[1.5 (0.5)] 5. Determine $y(2)$ sabendo que $y(1) = 1 + e^3$ e $ty' + 2t^2y = 2t^2$. _________

A -2	C 0	E 2
B -1	D 1	F nenhuma das restantes

[0.5 (0.2)] 6. Qual dos campos direccionais na Figura 2 corresponde à equação diferencial $y' = y(2-y)$? _________

[1.5 (0.5)] 7. Considere a equação diferencial $y' = y + t^2$ com o valor inicial $y(1) = 1$. Utilizando o método de Euler com um passo de 0.1 obteve-se como valor aproximado de $y(1.2)$ o valor correspondente à opção: _________

A 1.341	C 0.141
B 3.21	D nenhum dos outros valores

[1.0] 8. Determine uma equação da curva $x^2+y^2-2xy-x-y=0$ no sistema de coordenadas XY obtido através da rotação por um ângulo de 45° do sistema de coordenadas xy. ____________________

[1.0] 9. Observe cada uma das quádricas constantes na Figura 3. Indique uma possível equação para cada uma das figuras:

(A) ______________ (B) ______________ (C) ______________

A figura (B) obtém-se da figura (A) por reflexão desta segundo o plano: ______________.

A figura (C) obtém-se da figura (A) por reflexão desta segundo o plano: ______________.

[1.0] 10. Indique uma rotação dos eixos xy que permita eliminar o termo xy da equação $2x^2+\sqrt{3}xy+y^2+3y+2=0$: ____________________.

A cónica correspondente à equação dada é não degenerada. Qual é a cónica? ____________________

[1.5] 11. Em cada uma das alíneas, indique o gráfico da Figura 1 que corresponde à representação geométrica da superfície.

______ $x^2-y^2+z^2=0$ ______ $x^2+z^2=1$

______ $x^2-y^2+z^2=1$ ______ $-x^2+y^2-z^2=1$

[1.0] 12. Considere o domínio D de $\mathbb{R}^2$ definido pelas condições $x^2+y^2 \leq 5$ e $0 \leq y \leq x$. Caracterize D utilizando coordenadas polares, completando os espaços.

$$D = \{(x,y) = (\_\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_\_) : r \in \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,\ \theta \in \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$$

[1.5] 13. Considere o sólido D de $\mathbb{R}^3$ definido pelas condições $x^2+y^2+z^2 \leq 2$ e $z^2 \geq x^2+y^2$. Caracterize D utilizando coordenadas esféricas, completando os espaços.

$$D = \{(x,y,z) = (\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_) : \rho \in \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,\ \theta \in \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,\ \phi \in \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$$

[3.0] 14. Determine a solução geral da equação diferencial $y(\operatorname{cotg} x)\frac{dy}{dx} = 1+y^2$.

[3.0] 15. Considere o sólido em $\mathbb{R}^3$ que corresponde à região do espaço limitada pelas superfícies de equação $z+1=\sqrt{x^2+y^2}$ e $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$. Descreva a região em coordenadas cilíndricas.