

# Capítulo 6: Desenho de Bases de Dados

- Objectivos com o Desenho de Bases de Dados
- Dependências funcionais
- 1ª Forma Normal
- Decomposição
- Forma Normal de Boyce-Codd
- 3ª Forma Normal
- Dependências multivalor
- 4ª Forma Normal
- Visão geral sobre o processo de design

# Objectivos com o Desenho de BDs Relacionais

- Pretendem-se encontrar “bons” conjuntos de esquemas de relações para armazenar os dados.
- Um “mau” design pode levar a:
  - ✦ Repetição de dados.
  - ✦ Impossibilidade de representar certos tipos de informação.
  - ✦ Dificuldade na verificação da integridade
- Objectivos do Design:
  - ✦ Evitar dados redundantes
  - ✦ Garantir que as relações relevantes sobre dados podem ser representadas
  - ✦ Facilitar a verificação de restrições de integridade.

# Exemplo de mau design

- Considere o esquema simples:  
*Amigos = (nome, telefone, código\_postal, localidade)*

nome	telef	cPostal	localidade
Maria	1111	2815	Caparica
João	2222	1000	Lisboa
Pedro	1112	1100	Lisboa
Ana	3333	2815	Caparica

- Redundância:
  - \* Os valores de (*cPostal, localidade*) são repetidos para cada amigo com um mesmo código postal
  - \* Desperdiça-se espaço de armazenamento
  - \* Dá azo a inconsistências
  - \* Complica bastante a verificação da integridade dos dados
- Dificuldade de representar certa informação
  - \* Não se pode armazenar informação do código postal de uma localidade sem que existam amigos dessa localidade.
    - ❖ Por vezes podem usar-se valores nulos, mas estes são difíceis de gerir.

# Decomposição

- Decompor o esquema *Amigos* em:

*Amigos1* = (*nome*, *telefone*, *código\_postal*)

*CPs* = (*código\_postal*, *localidade*)

- Todos os atributos do esquema original (*R*) devem aparecer na decomposição em (*R*<sub>1</sub>, *R*<sub>2</sub>):

$$R = R_1 \cup R_2$$

- **Decomposição sem perdas:**

- ★ Para todas as (instâncias de) relações *r* que “façam sentido” sobre o esquema *R*:

$$r = \prod_{R_1}(r) \bowtie \prod_{R_2}(r)$$

- Note-se que o “façam sentido” depende do problema concreto.

# Exemplo de decomposição sem perdas

- Decomposição de *Amigos* em *Amigos1* e *CPs*:

$r$

nome	telef	cPostal	localidade
Maria	1111	2815	Caparica
João	2222	1000	Lisboa
Pedro	1112	1100	Lisboa
Ana	3333	2815	Caparica

$$\Pi_{Amigos1}(r) \bowtie \Pi_{CPs}(r) = r$$

$\Pi_{Amigos1}(r)$

nome	telef	cPostal
Maria	1111	2815
João	2222	1000
Pedro	1112	1100
Ana	3333	2815

$\Pi_{CPs}(r)$

cPostal	localidade
2815	Caparica
1000	Lisboa
1100	Lisboa

# Exemplo de decomposição com perdas

- Decomposição de  $CPs$  em:

\*  $CP1 = (código\_postal)$  e  $Locs = (localidade)$   
 $r$

$$\Pi_{CP1}(r) \bowtie \Pi_{Locs}(r)$$

<b>cPostal</b>	<b>localidade</b>
2815	Caparica
1000	Lisboa
1100	Lisboa

≠

<b>cPostal</b>	<b>localidade</b>
2815	Caparica
2815	Lisboa
1000	Caparica
1000	Lisboa
1100	Caparica
1100	Lisboa

$\Pi_{CP1}(r)$

$\Pi_{Locs}(r)$

<b>cPostal</b>
2815
1000
1100

<b>localidade</b>
Caparica
Lisboa

- Perdeu-se a informação de quais os CPs das localidades!!!
- Decompôr parecia bom para evitar redundâncias.
- Mas decompôr demais pode levar à perda de informação.

# Outro exemplo com perdas

- Decomposição de *Amigos* em:

★  $Amigos2 = (nome, telefone, localidade)$  e  $Loc = (código\_postal, localidade)$ .

$r$

nome	telef	cPostal	localidade
Maria	1111	2815	Caparica
João	2222	1000	Lisboa
Pedro	1112	1100	Lisboa
Ana	3333	2815	Caparica

≠

$\prod_{Amigos2}(r) \bowtie \prod_{Loc}(r)$

nome	telef	cPostal	localidade
Maria	1111	2815	Caparica
João	2222	1000	Lisboa
João	2222	1100	Lisboa
Pedro	1112	1000	Lisboa
Pedro	1112	1100	Lisboa
Ana	3333	2815	Caparica

$\prod_{Amigos2}(r)$

nome	telef	localidade
Maria	1111	Caparica
João	2222	Lisboa
Pedro	1112	Lisboa
Ana	3333	Caparica

$\prod_{Loc}(r)$

cPostal	localidade
2815	Caparica
1000	Lisboa
1100	Lisboa

- Perdeu-se a informação de qual é o CP do João (e do Pedro)!!!
- O que torna esta decomposição diferente da primeira?
  - ★ Depende do problema.

## Objectivo: Desenvolver uma teoria para...

- Decidir se o esquema  $R$  já está num “bom” formato.
- Se não estiver, decompor  $R$  num conjunto de esquemas  $\{R_1, R_2, \dots, R_n\}$  tal que:
  - ✦ cada um deles esteja num “bom” formato
  - ✦ A decomposição seja sem perdas
- A teoria é baseada em
  - ✦ Dependências funcionais
  - ✦ Dependências multivalor

# Dependências funcionais

- Restrições sobre o conjunto de relações possíveis.
- Exige que os valores num conjunto de atributos determinem univocamente os valores noutro conjunto de atributos.
- São uma generalização da noção de *chave*.

# Dependências Funcionais (Cont.)

- Seja  $R$  o esquema dum relação,  $\alpha \subseteq R$  e  $\beta \subseteq R$ . A dependência funcional:

$$\alpha \rightarrow \beta$$

é verdadeira em  $R$  sse, para toda a relação possível (i.e. “que faça sentido”)  $r(R)$ , sempre que dois tuplos  $t_1$  e  $t_2$  de  $r$  têm os mesmos valores em  $\alpha$ , também têm os mesmos valores em  $\beta$ :

$$\forall t_1, t_2 \in r, t_1[\alpha] = t_2[\alpha] \Rightarrow t_1[\beta] = t_2[\beta]$$

- De forma equivalente:

$$\forall a \in \text{dom}(\alpha), \Pi_{\beta}(\sigma_{\alpha=a}(r)) \text{ tem no máximo } 1 \text{ tuplo}$$

- Exemplo: Seja  $r(A,B)$ :

A	B
1	4
1	5
3	7

- Nesta instância,  $A \rightarrow B$  não é verdadeira, mas  $B \rightarrow A$  é.

# Dependências Funcionais (Cont.)

## ■ Casos extremos:

- \*  $\{ \} \rightarrow \alpha$  : Só se verifica se na relação  $r$  todos os tuplos tiveremo mesmo valor em  $\alpha$  (nunca deve ser permitido!)
- \*  $\alpha \rightarrow \{ \}$  : Verifica-se para toda a relação  $r$  e conjunto de atributos  $\alpha$

## ■ Diz-se que uma dependência é **trivial** se é satisfeita por todas as relações (quer façam sentido ou não) sobre um esquema

\* *E.g.*

❖ *customer-name, loan-number  $\rightarrow$  customer-name*

❖ *customer-name  $\rightarrow$  customer-name*

\* Em geral,  $\alpha \rightarrow \beta$  é trivial se  $\beta \subseteq \alpha$

# Dependências Funcionais e Chaves

- $K$  é uma **superchave** no esquema  $R$  sse  $K \rightarrow R$
- $K$  é uma **chave candidata** em  $R$  sse
  - ✦  $K \rightarrow R$ , e
  - ✦ para nenhum  $\alpha \subset K$ ,  $\alpha \rightarrow R$
- As dependências funcionais permitem expressar restrições que não o podem ser usando apenas os conceitos de chave. E.g:  
*(customer-name, loan-number, branch-name, amount)*.

Espera-se que as seguintes dependências sejam verdadeiras:

*loan-number*  $\rightarrow$  *amount*

*loan-number*  $\rightarrow$  *branch-name*

mas não se espera que a dependência abaixo seja verdadeira:

*loan-number*  $\rightarrow$  *customer-name*

# Uso de Dependências Funcionais

## ■ Usam-se dependências funcionais para:

- ★ Testar (instâncias de) relações, para verificar se “fazem sentido” de acordo com as dependências funcionais.

- ❖ Se uma relação  $r$  torna verdadeiras todas as dependências de um conjunto  $F$ , então diz-se que  $r$  **satisfaz  $F$** .

- ★ Especificar restrições sobre as relações

- ❖ Diz-se que  $F$  **é verdadeiro em  $R$**  se todas as relações (possíveis) sobre  $R$  satisfazem as dependências em  $F$ .

Nota: Uma instância particular duma relação pode satisfazer uma dependência funcional mesmo que a dependência não seja verdadeira no esquema. Por exemplo, uma instância particular (em que, por acaso, nenhum empréstimo tenha mais que um cliente) satisfaz:

*loan-number*  $\rightarrow$  *customer-name*.

# Fecho de um Conjunto de Dependências Funcionais

- Dado um conjunto  $F$  de dependências, há **outras** dependências que são logicamente implicadas por  $F$ .
  - ✦ E.g. Se  $A \rightarrow B$  e  $B \rightarrow C$ , então, obrigatoriamente,  $A \rightarrow C$
- Ao conjunto de todas as dependências funcionais implicadas por  $F$  chama-se **fecho** de  $F$  (denotado por  $F^+$ ).
- Podem encontrar-se todas as dependências em  $F^+$  por aplicação dos **Axiomas de Armstrong**:
  - ✦ Se  $\beta \subseteq \alpha$ , então  $\alpha \rightarrow \beta$  **(reflexividade)**
  - ✦ Se  $\alpha \rightarrow \beta$ , então  $\gamma \alpha \rightarrow \gamma \beta$  **(aumento)**
  - ✦ Se  $\alpha \rightarrow \beta$ , e  $\beta \rightarrow \gamma$ , então  $\alpha \rightarrow \gamma$  **(transitividade)**
- Estas regras são
  - ✦ **coerentes** (só geram dependências que pertencem a  $F^+$ ) e
  - ✦ **completas** (geram todas as dependências pertencentes a  $F^+$ ).

# Exemplo

■  $R = (A, B, C, G, H, I)$

$F = \{ A \rightarrow B, A \rightarrow C, CG \rightarrow H, CG \rightarrow I, B \rightarrow H \}$

■ alguns elementos de  $F^+$ :

★  $A \rightarrow H$

❖ *transitividade a partir de  $A \rightarrow B$  e  $B \rightarrow H$*

★  $AG \rightarrow I$

❖ *aumento de  $A \rightarrow C$  com  $G$ , obtendo-se  $AG \rightarrow CG$   
e depois transitividade com  $CG \rightarrow I$*

★  $CG \rightarrow HI$

❖ *de  $CG \rightarrow H$  e  $CG \rightarrow I$  através da “regra de união” que se pode inferir de  
definição de dependências funcionais, ou*

❖ *Aumento de  $CG \rightarrow I$  inferindo  $CG \rightarrow CGI$ ,  
aumento de  $CG \rightarrow H$  inferindo  $CGI \rightarrow HI$ ,  
e depois transitividade*

# Construção de $F^+$

- Para calcular o fecho de um conjunto de dependências  $F$ :

$$F^+ = F$$

**Repetir**

**Para cada** dependência funcional  $f \in F^+$   
aplicar reflexividade e aumento em  $f$   
adicionar os resultados a  $F^+$

**Para cada** par de dependências  $f_1$  e  $f_2 \in F^+$

**Se**  $f_1$  e  $f_2$  podem combinar-se para usar transitividade

**Então** adicionar a dependência resultado a  $F^+$

**Até**  $F^+$  não mudar mais

NOTA: Veremos, mais tarde, outro procedimento para este problema

# Fecho de Dependências (Cont.)

- Podemos facilitar a construção (manual) de  $F^+$  usando mais regras coerentes:
  - ★ Se  $\alpha \rightarrow \beta$  e  $\alpha \rightarrow \gamma$ , então  $\alpha \rightarrow \beta \gamma$  (**união**)
  - ★ Se  $\alpha \rightarrow \beta \gamma$ , então  $\alpha \rightarrow \beta$  e  $\alpha \rightarrow \gamma$  (**decomposição**)
  - ★ Se  $\alpha \rightarrow \beta$  e  $\gamma \beta \rightarrow \delta$ , então  $\alpha \gamma \rightarrow \delta$  (**pseudotransitividade**)
- Todas estas regras se podem derivar dos Axiomas de Armstrong.

# Fecho de um Conjunto de Atributos

- Dado um conjunto de atributos  $\alpha$ , define-se o *fecho* de  $\alpha$  sobre  $F$  (denotado por  $\alpha^+$ ) como sendo o conjunto de atributos que dependem funcionalmente de  $\alpha$  dado  $F$ . ie.:

$$\alpha \rightarrow \beta \in F^+ \Leftrightarrow \beta \subseteq \alpha^+$$

Algoritmo para calcular  $\alpha^+$

*result* :=  $\alpha$ ;

**Enquanto** (mudança em *result*)

**Para cada**  $\beta \rightarrow \gamma$  em  $F$

**begin**

**Se**  $\beta \subseteq \textit{result}$  **Então** *result* := *result*  $\cup$   $\gamma$

**end**

# Exemplo de fecho de atributos

■  $R = (A, B, C, G, H, I)$

■  $F = \{A \rightarrow B$   
 $A \rightarrow C$   
 $CG \rightarrow H$   
 $CG \rightarrow I$   
 $B \rightarrow H\}$

■  $(AG)^+$

1.  $result = AG$

2.  $result = ABCG$  ( $A \rightarrow C$  e  $A \rightarrow B$ )

3.  $result = ABCGH$  ( $CG \rightarrow H$  e  $CG \subseteq AGBC$ )

4.  $result = ABCGHI$  ( $CG \rightarrow I$  e  $CG \subseteq AGBCH$ )

■ Será que  $AG$  é chave candidata?

1. Será  $AG$  superchave?

1.  $AG \rightarrow R$ ?

2. E algum subconjunto próprio de  $AG$  é superchave?

1.  $A^+ \rightarrow R$ ?

2.  $G^+ \rightarrow R$ ?

**Algoritmo:**

$result := \alpha;$

**Enquanto** (mudança em  $result$ )

**Para cada**  $\beta \rightarrow \gamma$  **em**  $F$

**begin**

**Se**  $\beta \subseteq result$  **Então**  $result := result \cup \gamma$

**end**

# Uso de fecho de atributos

O algoritmo pode ser usado para vários fins:

## ■ Testar superchaves:

- ✦ Para testar se  $\alpha$  é superchave, calcular  $\alpha^+$ , e verificar se  $\alpha^+$  contém todos os atributos de  $R$ .

## ■ Testar dependências funcionais

- ✦ Para ver se a dependência  $\alpha \rightarrow \beta$  é verdadeira (i.e. pertence a  $F^+$ ), basta verificar se  $\beta \subseteq \alpha^+$ .
- ✦ Ou seja, basta calcular  $\alpha^+$ , e verificar se contém  $\beta$ .
- ✦ É um teste simples e muito útil

## ■ Cálculo do fecho de $F$

- ✦ Para cada  $\gamma \subseteq R$ , calcular  $\gamma^+$ . Para cada  $S \subseteq \gamma^+$ , devolver como resultado a dependência  $\gamma \rightarrow S$ .

# Teste de unicidade de chave candidata

- Existe uma condição necessária e suficiente para determinar a existência de chave candidata única:

Dados  $R(U)$  e  $F = \{X_1 \rightarrow Y_1, \dots, X_p \rightarrow Y_p\}$ , o esquema de relação  $R$  tem chave única sse  $U - (Z_1 \dots Z_p)$  é super-chave, em que  $Z_i = Y_i - X_i$  para  $1 \leq i \leq p$ .

- Exemplo:

Considere-se o esquema de relação  $R(ABCDE)$  e o conjunto de dependências funcionais  $F = \{AB \rightarrow C, AC \rightarrow B, D \rightarrow E\}$ .

Para  $AB \rightarrow C$  tem-se  $Z_1 = \{C\}$

Para  $AC \rightarrow B$  tem-se  $Z_2 = \{B\}$

Para  $D \rightarrow E$  tem-se  $Z_3 = \{E\}$

Logo  $Z_1Z_2Z_3 = \{B,C,E\}$ , e portanto  $U - Z_1Z_2Z_3 = \{A,D\}$ .

Como,  $AD^+ = ADE \neq U$  temos que  $AD$  não é super-chave e consequentemente existe mais de uma chave-candidata.

# Coberturas de Conjuntos de DFs

- Um conjunto de dependências, pode conter algumas que são redundantes (por se poderem inferir das outras)
  - ★ Eg:  $A \rightarrow C$  é redundante em:  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow C\}$
  - ★ Partes de dependências também podem ser redundantes
    - ❖ E.g. :  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow CD\}$  pode ser simplificado para  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D\}$
    - ❖ E.g. :  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, AC \rightarrow D\}$  pode ser simplificado para  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D\}$
- Um conjunto de dependências funcionais  $F$  é uma **cobertura** de (outro) conjunto de dependências funcionais  $G$  sse  $F^+ = G^+$
- Intuitivamente,  $F$  é uma **cobertura canónica** de  $G$  se é uma cobertura de  $G$  e, além disso,  $F$  é “minimal” e nenhuma das dependência em  $F$  tem partes redundantes

# Atributos dispensáveis

- Considere o conjunto de dependências  $F$  e a dependência

$$\alpha \rightarrow \beta \in F$$

- ✦ O atributo  $A$  é **dispensável (à esquerda) em  $\alpha$**  se  $A \in \alpha$  e  $F$  implica  $(F - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{(\alpha - A) \rightarrow \beta\}$ .
  - ✦ O atributo  $A$  é **dispensável (à direita) em  $\beta$**  se  $A \in \beta$  e o conjunto  $(F - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{\alpha \rightarrow (\beta - A)\}$  implica  $F$ .
- *Nota:* a implicação na direcção oposta é trivial em ambos os casos (uma dependência mais forte, implica sempre uma mais fraca)
  - Exemplo: Dado  $F = \{A \rightarrow C, AB \rightarrow C\}$ 
    - ✦  $B$  é dispensável em  $AB \rightarrow C$  porque  $A \rightarrow C$  implica  $AB \rightarrow C$ .
  - Exemplo: Dado  $F = \{A \rightarrow C, AB \rightarrow CD\}$ 
    - ✦  $C$  é dispensável em  $AB \rightarrow CD$  pois a partir de  $A \rightarrow C, AB \rightarrow D$  podemos inferir  $AB \rightarrow C$

# Teste para atributos dispensáveis

- Considere o conjunto  $F$  de dependências, e a dependência

$$\alpha \rightarrow \beta \in F.$$

★ Para testar se  $A \in \alpha$  é dispensável em  $\alpha$

1. calcular  $(\{\alpha\} - A)^+$  usando as dependências em  $F$
2. verificar se  $(\{\alpha\} - A)^+$  contém todos os atributos de  $\beta$ ; se contém, então  $A$  é dispensável

★ Para testar se  $A \in \beta$  é dispensável em  $\beta$

1. calcular  $\alpha^+$  usando as dependências em  $F' = (F - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{\alpha \rightarrow (\beta - A)\}$ ,
2. verificar se  $\alpha^+$  contém  $A$ ; se contém, então  $A$  é dispensável

# Cobertura Canónica

- Uma *cobertura canónica* de  $F$  é um conjunto de dependências  $F_c$  tal que
  - ✦  $F$  implica todas as dependências em  $F_c$ , e
  - ✦  $F_c$  implica todas as dependências em  $F$ , e
  - ✦ Nenhuma dependência em  $F_c$  contém atributos dispensáveis, e
  - ✦ O lado esquerdo de cada dependência em  $F_c$  é único.

Algoritmo para calcular uma cobertura canónica de  $F$ :

**Repetir**

Usar a regra da união para substituir as dependências em  $F$

$\alpha_1 \rightarrow \beta_1$  e  $\alpha_1 \rightarrow \beta_2$  por  $\alpha_1 \rightarrow \beta_1 \beta_2$

Encontrar dependência  $\alpha \rightarrow \beta$  com atributo dispensável (em  $\alpha$  ou  $\beta$ )

Quando se encontra atributo dispensável, apaga-se de  $\alpha \rightarrow \beta$

**Até**  $F$  não mudar

- Nota: A regra da união pode tornar-se aplicável depois de retirados alguns atributos dispensáveis. Por isso temos que a reaplicar.

# Exemplo de cálculo de cobertura canónica

- $R = (A, B, C)$   
 $F = \{A \rightarrow BC$   
 $B \rightarrow C$   
 $A \rightarrow B$   
 $AB \rightarrow C\}$
- Combinar  $A \rightarrow BC$  e  $A \rightarrow B$  para  $A \rightarrow BC$ 
  - ★ Agora o conjunto é  $\{A \rightarrow BC, B \rightarrow C, AB \rightarrow C\}$
- $A$  é dispensável em  $AB \rightarrow C$  porque  $B \rightarrow C$  implica  $AB \rightarrow C$ .
  - ★ Agora o conjunto é  $\{A \rightarrow BC, B \rightarrow C\}$
- $C$  é dispensável em  $A \rightarrow BC$  pois  $A \rightarrow BC$  é implicado por  $A \rightarrow B$  e  $B \rightarrow C$ .
- A cobertura canónica é:

$$A \rightarrow B$$
$$B \rightarrow C$$

# Conceitos da Teoria de Dependências Funcionais

- dependência funcional
- dependência funcional trivial
- superchave de uma relação dado um conjunto de dependências funcionais
- chave candidata de uma relação dado um conjunto de dependências funcionais
- fecho de um conjunto de dependências funcionais
- fecho de um conjunto de atributos sobre um conjunto de dependências funcionais
- cobertura de um conjunto de dependências funcionais
- atributos dispensáveis
- cobertura canónica de um conjunto de dependências funcionais