

# Computação Gráfica e Interfaces

FCT/UNL - Ano letivo 2013/2014

Exame de Recurso - 2014.01.06

Responda no próprio enunciado, que entregará. Em caso de engano e se o espaço para as respostas não for suficiente poderá usar o verso das folhas desde que feitas as devidas referências. **Não desagrafe as folhas!** A prova tem a duração de 2h e 30m e é sem consulta.

1. Uma determinada estação de trabalho possui um ecrã com uma resolução de  $1920 \times 1080$  pixels, ao qual está associado um sistema de coordenadas DC com a origem no canto superior esquerdo. No topo do ecrã deverá ser deixada livre uma barra com 280 pixels de altura para apresentar uma barra de navegação num documento. No restante espaço inferior dessa mesma estação deverá ser apresentado o conteúdo de duas páginas A4, ao alto, sem recorte e maximizando a área disponível, encostadas lado a lado, como se de um livro aberto se tratasse, centradas horizontalmente. O referencial da folha de papel, de dimensões  $210\text{mm} \times 297\text{mm}$ , tem a origem no canto inferior esquerdo.

(a) Determine as dimensões dos visores a usar para cada uma das páginas (esquerda e direita):

$$a_j = 210/297 < 1; a_e = (1920 : 2)/(1080 - 280) = 960/800 > 1$$

Como  $a_j < a_e$  estamos limitados pela altura.

Dimensões dos visores:  $(210 \times 800/297) \times 800$

(b) Especifique matematicamente o enquadramento pretendido através duma matriz  $\mathbf{M}$  (a usar na forma  $\mathbf{P}' = \mathbf{M} \cdot \mathbf{P}$ ), deduzida e apresentada em termos duma composição natural de transformações geométricas elementares ( $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{R}$  ou  $\mathbf{T}$ ) em 2D, com a instanciação apropriada de todos os parâmetros (Nota: sempre que for o caso, indique, em parâmetro, os cálculos aritméticos necessários, mas sem os efectuar):

i. para a página da esquerda,

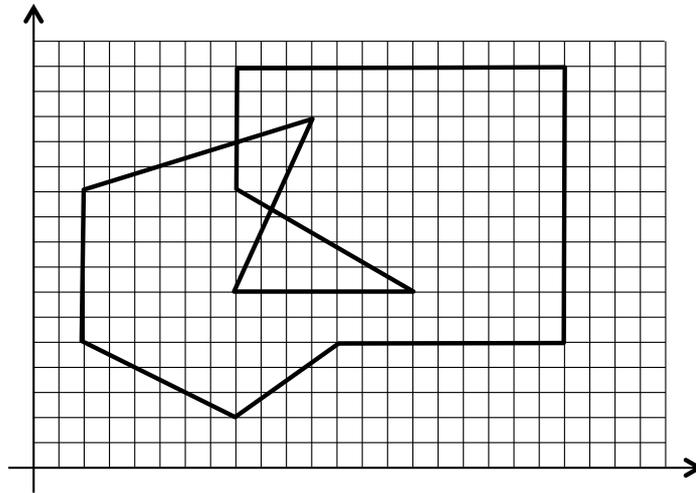
$$\mathbf{M} = \mathbf{T}(960, 1080) \cdot \mathbf{S}(800/297, -800/297) \cdot \mathbf{T}(-210, 0)$$

ii. para a página da direita,

$$\mathbf{M} = \mathbf{T}(960, 1080) \cdot \mathbf{S}(800/297, -800/297) \cdot \mathbf{T}(0, 0)$$

(c) No caso de se pretender apresentar no visor à esquerda, uma imagem refletida da página apresentada no visor da direita, indique qual o novo enquadramento para esse mesmo visor, efetuando o menor número possível de alterações em relação ao enquadramento aplicado no visor à direita (e já respondido na segunda parte da alínea anterior):

$$\mathbf{M} = \mathbf{T}(960, 1080) \cdot \mathbf{S}(-800/297, -800/297) \cdot \mathbf{T}(0, 0)$$



2. Considere o polígono representado na figura, definido pelas arestas,  $a_1$  a  $a_{11}$ , no sentido de circulação contrário ao dos ponteiros do relógio, e em que  $a_1$  é a aresta vertical mais à direita.

(a) Quais as coordenadas dos pontos resultantes da rasterização da aresta  $a_7$  pelo algoritmo do ponto médio?

$(2,11); (3,11); (4,12); (5,12); (6,12); (7,13); (8,13); (9,13); (10,14); (11,14)$

(b) Quais as arestas que irão figurar na tabela de arestas (TA), se o polígono for pintado usando o algoritmo *par-ímpar*?

$a_1, a_3, a_4, a_6, a_7, a_8, a_9$  e  $a_{10}$

(c) Segundo esse mesmo algoritmo, qual a sequência de arestas ativas durante o preenchimento das linhas de varrimento:

i.  $y = 3$ :  $a_9, a_{10}$

ii.  $y = 5$ :  $a_8, a_1$

iii.  $y = 7$ :  $a_8, a_6, a_4, a_1$

iv.  $y = 11$ :  $a_7, a_3, a_6, a_1$

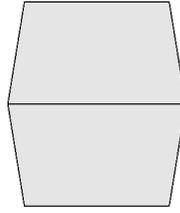
(d) Indique a informação associada à aresta  $a_1$ , que o algoritmo começa por guardar na tabela de arestas (TA):

$x = 21, y_{max} = 16, 1/m = 0$

(e) Que alterações seriam necessárias no algoritmo, ao nível da informação guardada em cada aresta, se, em vez da ordem de progressão ser de baixo para cima, o varrimento passasse a ser efetuado de cima para baixo, começando pela ordenada de maior valor:

o valor de  $x$  inicial de cada aresta seria o do vértice com maior ordenada; em vez de  $1/m$  dever-se-ia guardar o simétrico; o valor  $y_{max}$  daria lugar a  $y_{min}$ .

3. Na figura abaixo está representado um cubo, submetido a uma projeção geométrica plana, onde também foram removidas as faces não visíveis.



- (a) De entre os tipos de projeção estudados, indique e justifique qual a que foi a usada?

A projeção perspectiva, por apresentar (dois) pontos de fuga.

- (b) O que pode concluir acerca da orientação das arestas do cubo relativamente ao plano de projeção?

Há duas famílias de arestas paralelas que intersectam o plano de projeção, gerando assim dois pontos de fuga.

- (c) Com que projeção seria possível ver duas das faces desse cubo em verdadeira grandeza?

**Oblíqua** Se respondeu "nenhuma", justifique a sua resposta; caso contrário, indique, se existir(em), o(s) valor(es) do(s) parâmetro(s) que caracteriza(m) a projeção que indicou:

$$l = 1, \alpha = 0^\circ, \pm 90^\circ, \pm 180^\circ$$

- (d) Refira uma propriedade geométrica do sólido que seja preservada, tanto na projeção axonométrica como na projeção oblíqua:

O paralelismo entre arestas (ie, duas arestas paralelas no sólido também o são na imagem da projeção)

- (e) Que técnicas poderiam ter sido usadas para a remoção das superfícies ocultas? Justifique sucintamente:

Z-Buffer (universal) ou back face culling (desde que as normais das faces estejam definidas apontando para o lado exterior do sólido).

- (f) Sabendo que o cubo, inicialmente alinhado com os eixos, sofreu uma transformação de modelação  $\mathbf{R}_x(45^\circ)$ , que problemas poderiam ser observáveis resultantes da rasterização das arestas horizontais? Justifique!

Picket Fence. As três arestas horizontais deveriam estar equidistantes, mas devido ao fenómeno de aliasing, tal pode não acontecer na imagem da projeção obtida por rasterização.

4. Considerando que, ao cubo da questão anterior, de cor  $RGB=(0.8, 0.5, 0.3)$  foi aplicado o modelo de reflexão difusa durante a iluminação ( $I_\lambda = I_{p_\lambda} K_{d_\lambda} \cos(\theta)$ , com  $\lambda \in \{R, G, B\}$ )

- (a) Indique, justificando, o número máximo de cores distintas que se poderão distinguir, se apenas as faces fossem pintadas:

Para uma mesma cor do objeto, a cor refletida depende apenas da orientação da normal em relação à fonte de luz. Com luz no infinito: 2 cores (vetor L cte), com luzes pontuais: ilimitadas (vetor L diferente em cada ponto)

- (b) Seria possível observar no resultado final, a cor  $RGB=(0.5, 0.0, 0.1)$ ? Sim. Justifique!

Iluminando o cubo com um foco de luz de cor  $(0.5/0.8, 0, 0.1/0.3)$  e considerando  $\theta = 0$  para alguma das faces.

- (c) E, se em vez de um cubo se tratasse de uma esfera. Indique, justificando, quantas seriam agora as cores distintas que se poderiam observar?

Seriam ilimitadas. Ao longo duma superfície curva temos um número ilimitado de vetores normal à superfície.

- (d) Dê uma interpretação física para a existência do fator  $\cos(\theta)$ , no modelo de reflexão difusa:

Sendo  $\theta$  o ângulo formado entre o vetor normal à superfície e o vetor que aponta na direção da luz, a quantidade de luz refletida será máxima para  $\theta = 0^\circ$  e nula para  $\theta = 90^\circ$ . À medida que  $\theta$  aumenta, a quantidade de luz que chega a um determinado elemento de área é menor, pois será espalhada por uma área maior. Logo a reflexão da superfície será menor também.

- (e) Por vezes, usa-se,  $\|\cos(\theta)\|$  em substituição de  $\cos(\theta)$ . Explique qual o efeito pretendido com tal alteração:

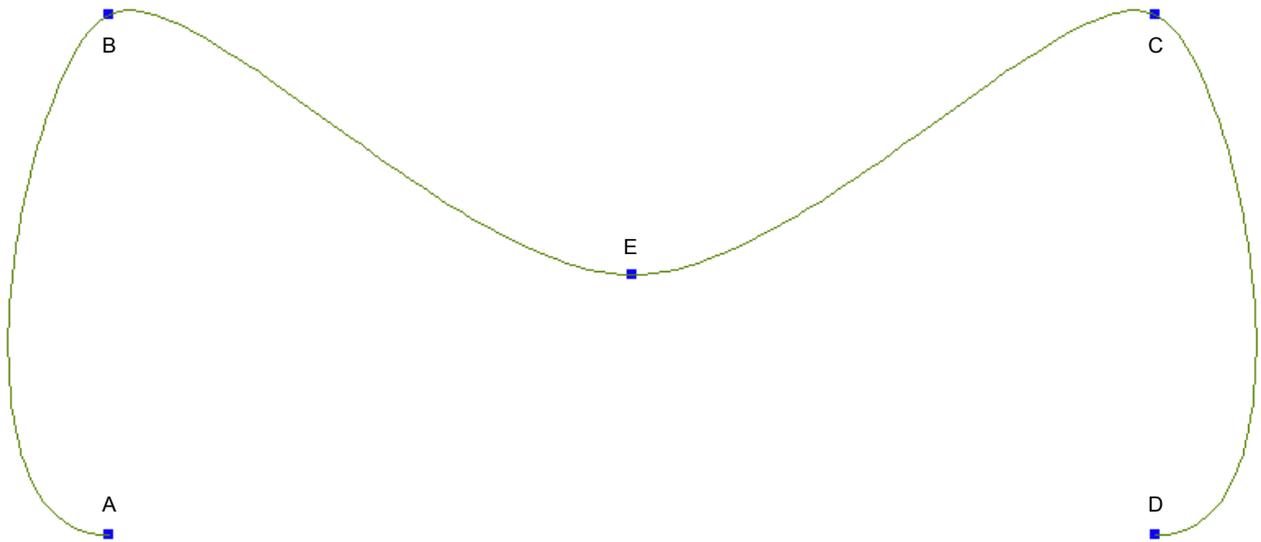
Ao usar-se  $\|\cos(\theta)\|$ , passaremos a iluminar ambas as faces de qualquer polígono, e não apenas as voltadas para o observador.

5. As funções de base das curvas de Catmull-Rom são dadas pelos quatro polinómios:

$$(-t^3 + 2t^2 - t)/2 \quad (3t^3 - 5t^2 + 2)/2 \quad (-3t^3 + 4t^2 + t)/2 \quad (t^3 - t^2)/2$$

- (a) O que se poderá dizer em relação à existência da propriedade do *Convex Hull* para este tipo de curvas? Justifique a sua resposta com base nos polinómios apresentados.

A propriedade do *convex hull* não se aplica a estas curvas pois uma das condições necessárias não se verifica: As funções serem sempre positivas, no intervalo  $[0, 1]$ . Por exemplo, a primeira função, para  $t=0.1$  dá o valor  $-0.091$ .



- (b) A figura mostra uma curva de Catmull-Rom complexa. Usando apenas os pontos assinalados como pontos de controlo, indique quais os vetores de geometria para cada um dos troços que a constituem, na forma  $G_i = [\dots]^T$ .

$$G_0 = [CABE]^T, G_1 = [ABEC]^T, G_2 = [BECD], G_3 = [ECDB]$$

- (c) Quais as classes de continuidade da curva complexa construída na alínea anterior?  $C^1G^1$
- (d) Indique, para cada ponto de junção, a direção da reta tangente nesse mesmo ponto, usando a seguinte notação  $\mathbf{P} : \overline{\mathbf{QR}}$ , onde  $\mathbf{P}$  representa o ponto de junção e  $\overline{\mathbf{QR}}$  um segmento de reta com a direção tangente à curva em  $\mathbf{P}$ :

$$\mathbf{B} : \overline{\mathbf{AE}} \quad \mathbf{E} : \overline{\mathbf{BC}} \quad \mathbf{C} : \overline{\mathbf{ED}}$$

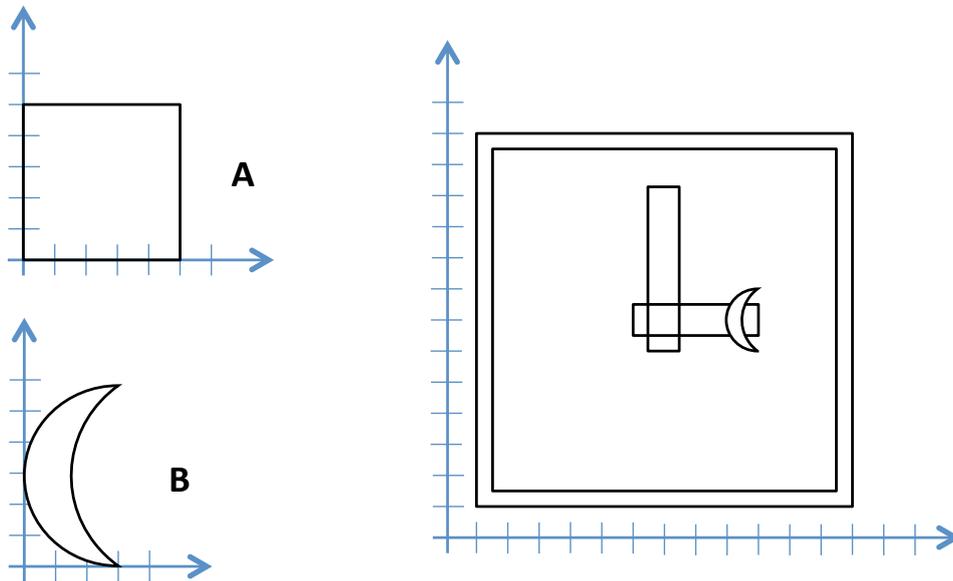
- (e) Em alguns sistemas gráficos, tais como o OpenGL ou o Postscript, apenas um tipo de curvas cúbicas é oferecido. Explique sucintamente, mas socorrendo-se da notação matemática usada nas aulas, como poderia converter um troço de curva Catmull-Rom para um troço Bézier.

É necessário encontrar um vetor de geometria  $\mathbf{G}_B$  a usar na construção dum troço de curva de Bézier  $\mathbf{Q}_B$  de tal modo que:

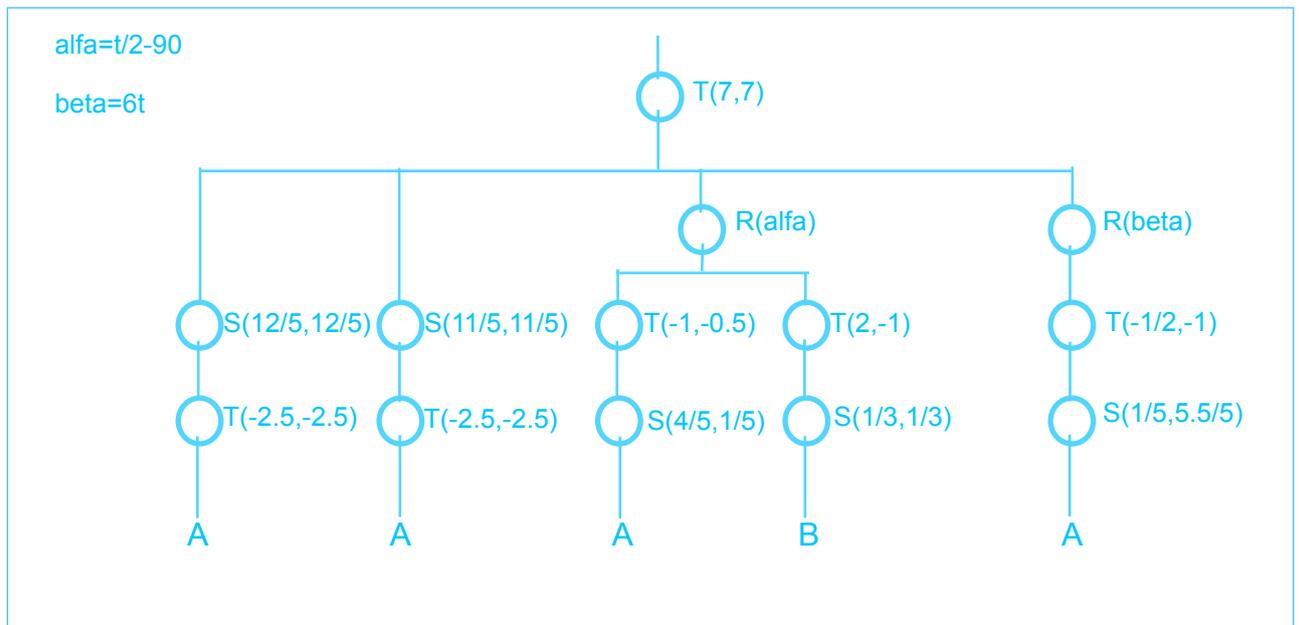
$$\mathbf{M}_B \mathbf{G}_B = \mathbf{M}_{CR} \mathbf{G}_{CR}$$

Depois bastará resolver o sistema em ordem a  $\mathbf{G}_B$

6. Suponha que se vai modelar, em 2D, um relógio analógico na forma estilizada da figura do lado direito. Para tal, servimo-nos exclusivamente dos objetos  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  como primitivas gráficas, e que se encontram representados, nos seus referenciais próprios de MC (*Modeling Coordinates*), pelas figuras do lado esquerdo. A assemblagem dos objetos primitivos deverá permitir simular, em animação, os esperados movimentos dos ponteiros do relógio, função de uma única variável  $t$ , definida em minutos, sendo o seu valor zero para a meia-noite. Neste exercício não precisa de se preocupar com a mudança de dia.



- (a) Com a notação usada nas aulas teóricas, desenhe o Grafo da Cena que melhor se adapte à assemblagem dos objetos primitivos de que resulta este relógio analógico, tendo em conta os objetivos de animação pretendidos. Instancie todos os parâmetros das transformações e utilize a letra indicada para as situações em que aqueles correspondam (direta ou indiretamente) à variável referida. Admite-se ser irrelevante a ordem de desenho dos diversos elementos em cena.



- (b) Como sabe, o problema em causa poderia resolver-se em X3D se acrescentássemos uma terceira coordenada. Recordar-se que, nesta linguagem, a ordem de execução das transformações geométricas num nó Transform é S-R-T. Assim sendo, de quantos nós Transform iria necessitar para representar o grafo da alínea a)? Justifique!

Seriam necessários 10 nós. Era possível agrupar:  $T(-1,-0.5).S(4/5,1/5); T(2,-1).S(1/3,1/3)$ , assim como  $T(0,-1).S(1/5,1.1)$