

Computação Gráfica e Interfaces

FCT/UNL - Ano letivo 2013/2014

Exame de Recurso - 2014.01.06

Responda no próprio enunciado, que entregará. Em caso de engano e se o espaço para as respostas não for suficiente poderá usar o verso das folhas desde que feitas as devidas referências. **Não desagrafe as folhas!** A prova tem a duração de 2h e 30m e é sem consulta.

1. Uma determinada estação de trabalho possui um ecrã com uma resolução de 1920×1080 pixels, ao qual está associado um sistema de coordenadas DC com a origem no canto superior esquerdo. No topo do ecrã deverá ser deixada livre uma barra com 280 pixels de altura para apresentar uma barra de navegação num documento. No restante espaço inferior dessa mesma estação deverá ser apresentado o conteúdo de duas páginas A4, ao alto, sem recorte e maximizando a área disponível, encostadas lado a lado, como se de um livro aberto se tratasse, centradas horizontalmente. O referencial da folha de papel, de dimensões $210\text{mm} \times 297\text{mm}$, tem a origem no canto inferior esquerdo.

(a) Determine as dimensões dos visores a usar para cada uma das páginas (esquerda e direita):

(b) Especifique matematicamente o enquadramento pretendido através duma matriz \mathbf{M} (a usar na forma $\mathbf{P}' = \mathbf{M} \cdot \mathbf{P}$), deduzida e apresentada em termos duma composição natural de transformações geométricas elementares (\mathbf{S} , \mathbf{R} ou \mathbf{T}) em 2D, com a instanciação apropriada de todos os parâmetros (Nota: sempre que for o caso, indique, em parâmetro, os cálculos aritméticos necessários, mas sem os efectuar):

i. para a página da esquerda,

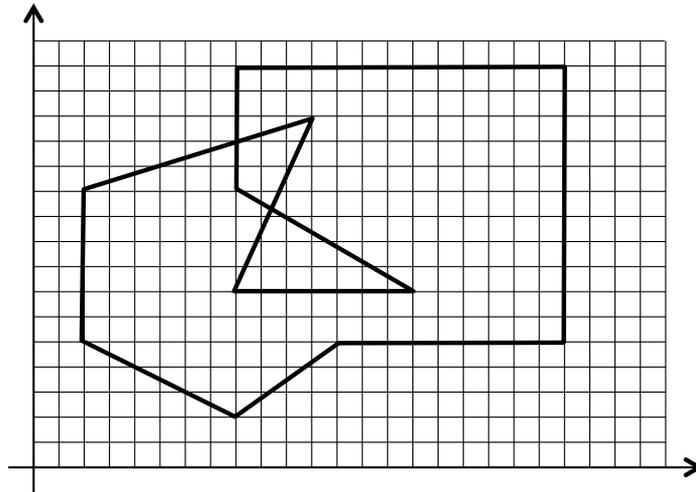
$\mathbf{M} =$

ii. para a página da direita,

$\mathbf{M} =$

(c) No caso de se pretender apresentar no visor à esquerda, uma imagem refletida da página apresentada no visor da direita, indique qual o novo enquadramento para esse mesmo visor, efetuando o menor número possível de alterações em relação ao enquadramento aplicado no visor à direita (e já respondido na segunda parte da alínea anterior):

$\mathbf{M} =$



2. Considere o polígono representado na figura, definido pelas arestas, a_1 a a_{11} , no sentido de circulação contrário ao dos ponteiros do relógio, e em que a_1 é a aresta vertical mais à direita.
- (a) Quais as coordenadas dos pontos resultantes da rasterização da aresta a_7 pelo algoritmo do ponto médio?

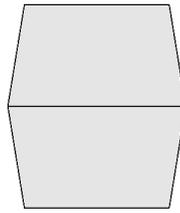
 - (b) Quais as arestas que irão figurar na tabela de arestas (TA), se o polígono for pintado usando o algoritmo *par-ímpar*?

 - (c) Segundo esse mesmo algoritmo, qual a sequência de arestas ativas durante o preenchimento das linhas de varrimento:
 - i. $y = 3$: _____
 - ii. $y = 5$: _____
 - iii. $y = 7$: _____
 - iv. $y = 11$: _____

 - (d) Indique a informação associada à aresta a_1 , que o algoritmo começa por guardar na tabela de arestas (TA):

 - (e) Que alterações seriam necessárias no algoritmo, ao nível da informação guardada em cada aresta, se, em vez da ordem de progressão ser de baixo para cima, o varrimento passasse a ser efetuado de cima para baixo, começando pela ordenada de maior valor:

3. Na figura abaixo está representado um cubo, submetido a uma projeção geométrica plana, onde também foram removidas as faces não visíveis.



- (a) De entre os tipos de projeção estudados, indique e justifique qual a que foi a usada?
- (b) O que pode concluir acerca da orientação das arestas do cubo relativamente ao plano de projeção?
- (c) Com que projeção seria possível ver duas das faces desse cubo em verdadeira grandeza?
- Se respondeu "nenhuma", justifique a sua resposta; caso contrário, indique, se existir(em), o(s) valor(es) do(s) parâmetro(s) que caracteriza(m) a projeção que indicou:
- (d) Refira uma propriedade geométrica do sólido que seja preservada, tanto na projeção axonométrica como na projeção oblíqua:
- (e) Que técnicas poderiam ter sido usadas para a remoção das superfícies ocultas? Justifique sucintamente:
- (f) Sabendo que o cubo, inicialmente alinhado com os eixos, sofreu uma transformação de modelação $\mathbf{R}_x(45^\circ)$, que problemas poderiam ser observáveis resultantes da rasterização das arestas horizontais? Justifique!

4. Considerando que, ao cubo da questão anterior, de cor RGB=(0.8, 0.5, 0.3) foi aplicado o modelo de reflexão difusa durante a iluminação ($I_\lambda = I_{p_\lambda} K_{d_\lambda} \cos(\theta)$, com $\lambda \in \{R, G, B\}$)

(a) Indique, justificando, o número máximo de cores distintas que se poderão distinguir, se apenas as faces fossem pintadas:

(b) Seria possível observar no resultado final, a cor RGB=(0.5, 0.0, 0.1)? _____. Justifique!

(c) E, se em vez de um cubo se tratasse de uma esfera. Indique, justificando, quantas seriam agora as cores distintas que se poderiam observar?

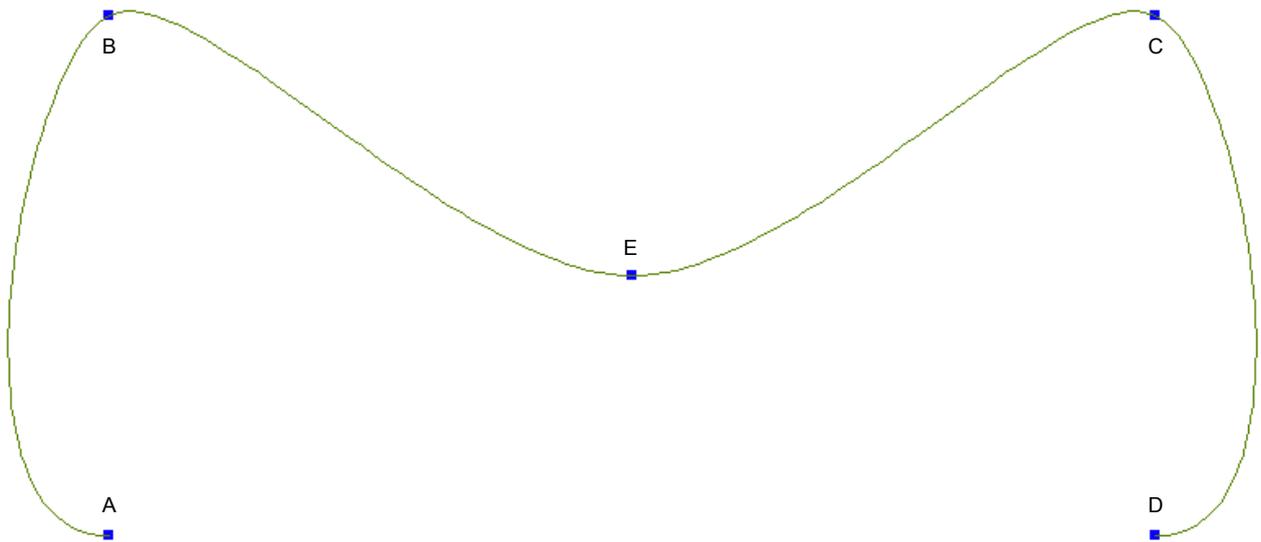
(d) Dê uma interpretação física para a existência do fator $\cos(\theta)$, no modelo de reflexão difusa:

(e) Por vezes, usa-se, $\|\cos(\theta)\|$ em substituição de $\cos(\theta)$. Explique qual o efeito pretendido com tal alteração:

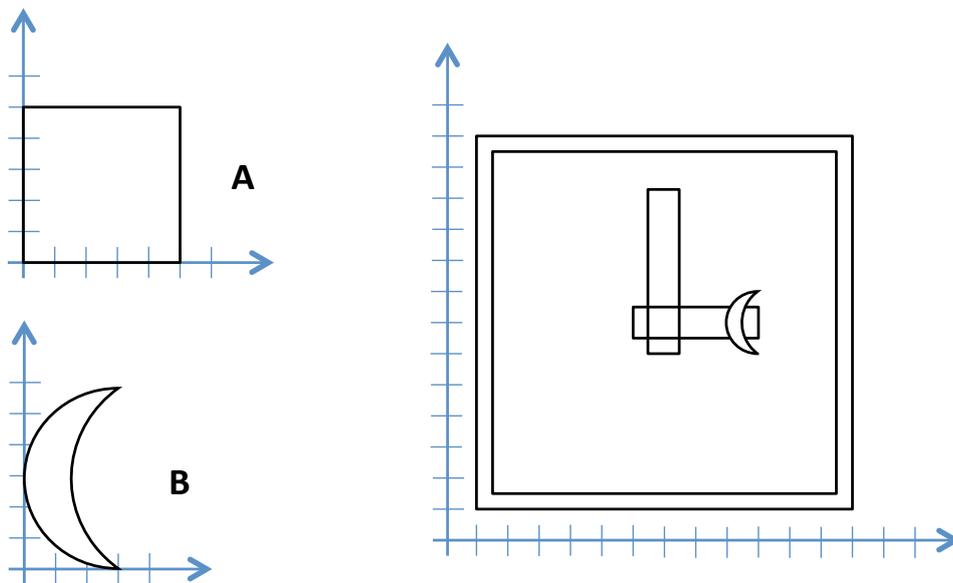
5. As funções de base das curvas de Catmull-Rom são dadas pelos quatro polinómios:

$$(-t^3 + 2t^2 - t)/2 \quad (3t^3 - 5t^2 + 2)/2 \quad (-3t^3 + 4t^2 + t)/2 \quad (t^3 - t^2)/2$$

(a) O que se poderá dizer em relação à existência da propriedade do *Convex Hull* para este tipo de curvas? Justifique a sua resposta com base nos polinómios apresentados.



- (b) A figura mostra uma curva de Catmull-Rom complexa. Usando apenas os pontos assinalados como pontos de controlo, indique quais os vetores de geometria para cada um dos troços que a constituem, na forma $G_i = [\dots]^T$.
- (c) Quais as classes de continuidade da curva complexa construída na alínea anterior?
- (d) Indique, para cada ponto de junção, a direção da reta tangente nesse mesmo ponto, usando a seguinte notação $\mathbf{P} : \overline{\mathbf{QR}}$, onde \mathbf{P} representa o ponto de junção e $\overline{\mathbf{QR}}$ um segmento de reta com a direção tangente à curva em \mathbf{P} :
- (e) Em alguns sistemas gráficos, tais como o OpenGL ou o Postscript, apenas um tipo de curvas cúbicas é oferecido. Explique sucintamente, mas socorrendo-se da notação matemática usada nas aulas, como poderia converter um troço de curva Catmull-Rom para um troço Bézier.
6. Suponha que se vai modelar, em 2D, um relógio analógico na forma estilizada da figura do lado direito. Para tal, servimo-nos exclusivamente dos objetos **A** e **B** como primitivas gráficas, e que se encontram representados, nos seus referenciais próprios de MC (*Modeling Coordinates*), pelas figuras do lado esquerdo. A assemblagem dos objetos primitivos deverá permitir simular, em animação, os esperados movimentos dos ponteiros do relógio, função de uma única variável t , definido em minutos, sendo o seu valor zero para a meia-noite. Neste exercício não precisa de se preocupar com a mudança de dia.



- (a) Com a notação usada nas aulas teóricas, desenhe o Grafo da Cena que melhor se adapte à assemblagem dos objetos primitivos de que resulta este relógio analógico, tendo em conta os objetivos de animação pretendidos. Instancie todos os parâmetros das transformações e utilize a letra indicada para as situações em que aqueles correspondam (direta ou indiretamente) à variável referida. Admite-se ser irrelevante a ordem de desenho dos diversos elementos em cena.

- (b) Como sabe, o problema em causa poderia resolver-se em X3D se acrescentássemos uma terceira coordenada. Recordar-se que, nesta linguagem, a ordem de execução das transformações geométricas num nó **Transform** é **S-R-T**. Assim sendo, de quantos nós **Transform** iria necessitar para representar o grafo da alínea a)? Justifique!