

Computação Gráfica e Interfaces

2016-2017
Fernando Birra

Transformações Geométricas (Exercícios)

2016-2017
Fernando Birra

Transformação de Enquadramento (2D)

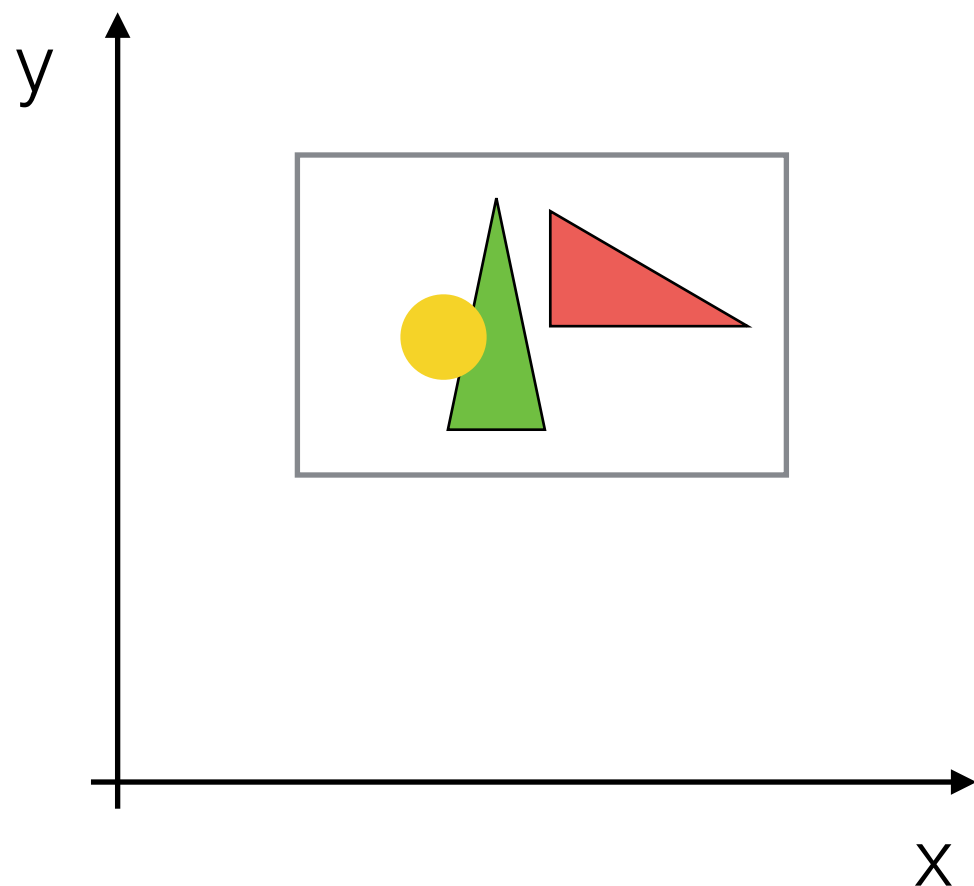
- Um problema recorrente na visualização 2D, é o da passagem do referencial do mundo (**W**orld **C**oordinates), para o referencial do dispositivo (**D**evice **C**oordinates) onde se vai proceder à visualização.
- Como a superfície de visualização (dispositivo) possui uma área limitada, com forma retangular, o problema pode ser colocado como uma transformação duma área retangular definida em **WC**, designada por **janela (window)**, numa outra, também retangular, definida em **DC** e designada por **visor (viewport)**

Transformação de Enquadramento (2D)

- Dada uma janela definida em WC, bem como um visor, definido em DC (Device coordinates), determinar a transformação geométrica que transforma pontos do modelo (WC) para as suas posições no dispositivo (DC).
- A definição, quer da janela, quer do visor, é feita através dos seus limites.
- Distinguir 2 casos:
 - A. Dispositivo com origem no canto inferior esquerdo;
 - B. Dispositivo com origem no canto superior esquerdo.

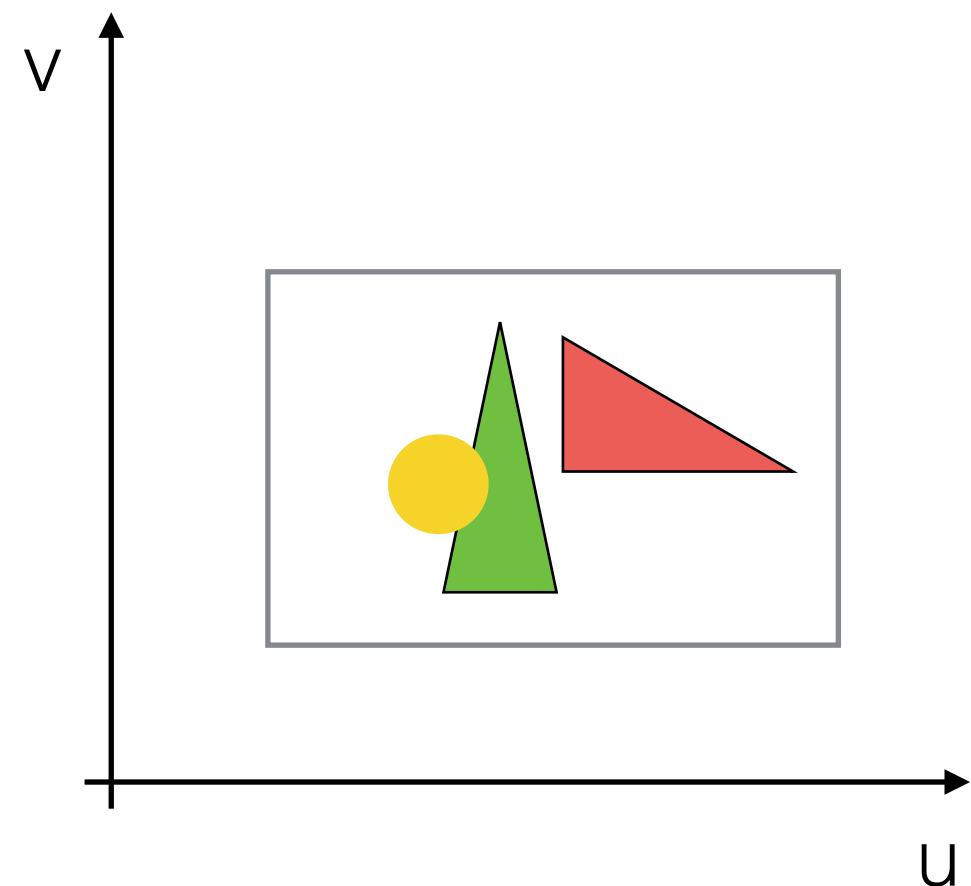
Enquadramento Janela-Visor (Caso A)

WC - World Coordinates



Referencial associado ao modelo/cena que se pretende visualizar. As coordenadas são dependentes do problema e podem ser metros, centímetros, unidades astronómicas, anos luz, microns, etc.

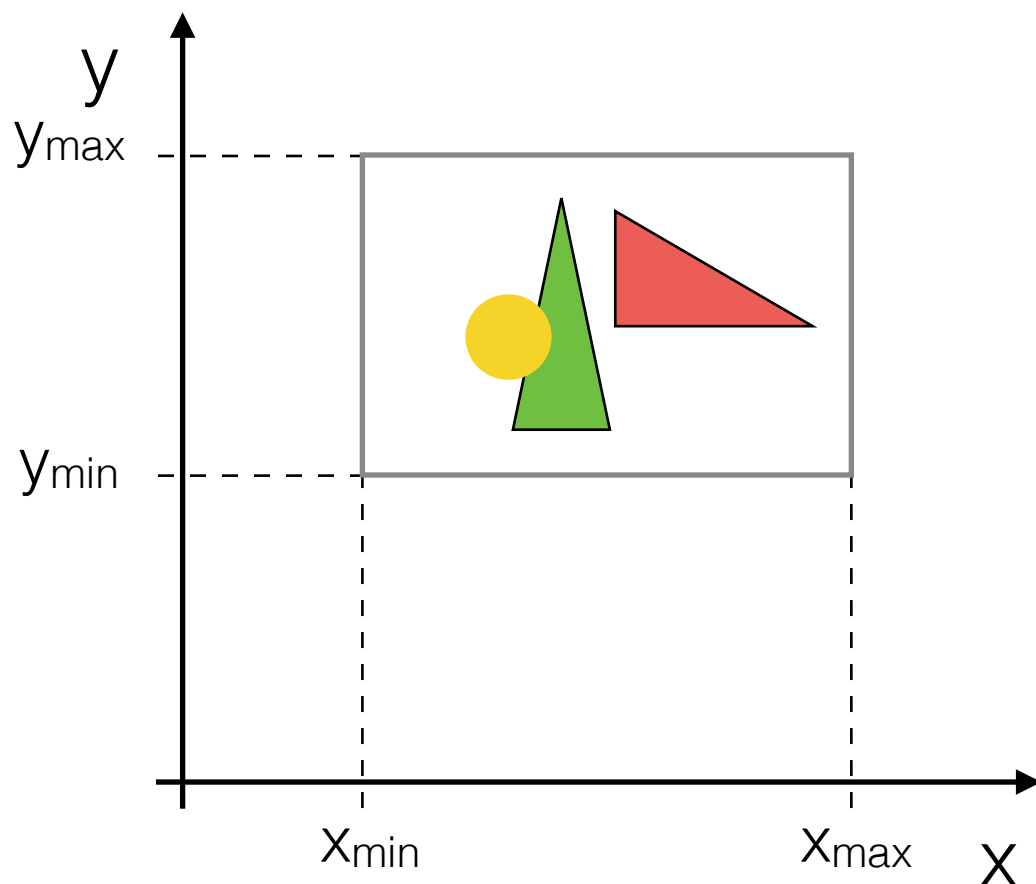
DC - Device Coordinates



Referencial associado ao dispositivo ou a uma área disponível do mesmo. Exemplos: ecrã, janela duma aplicação no ecrã, canvas numa página HTML, página A4 numa impressora, etc.

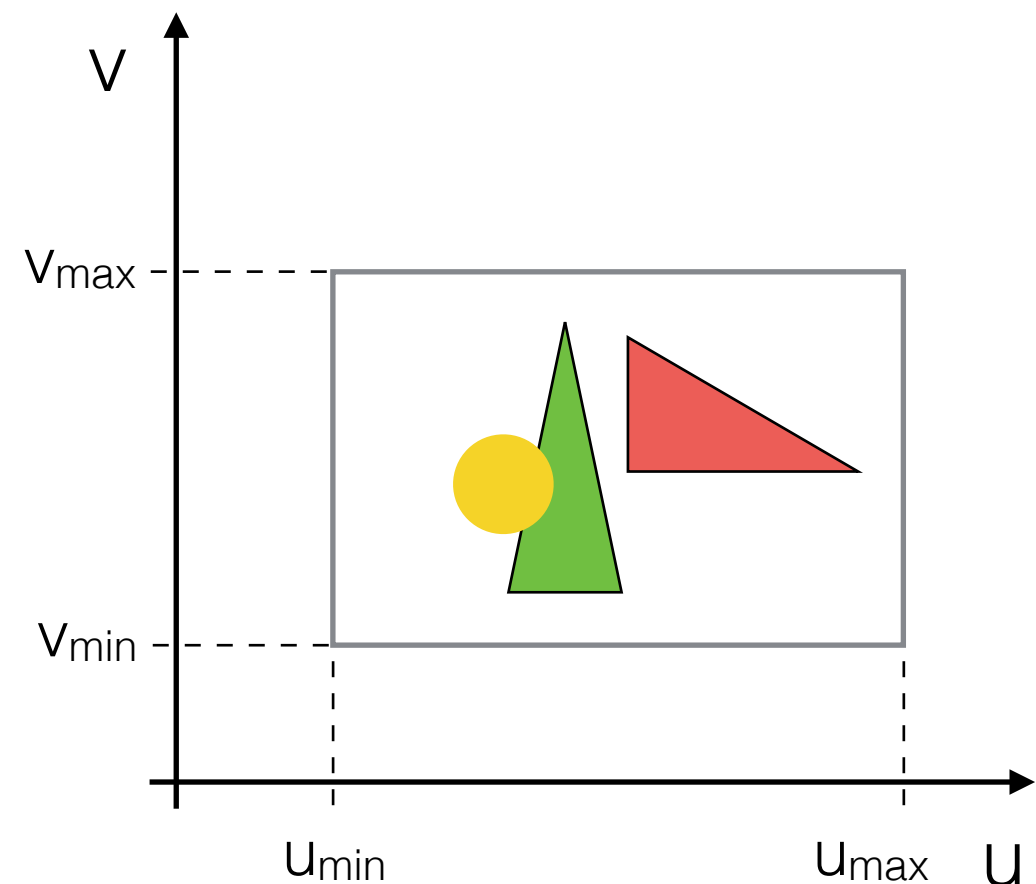
Enquadramento Janela-Visor (Caso A)

WC - World Coordinates



Limites da janela

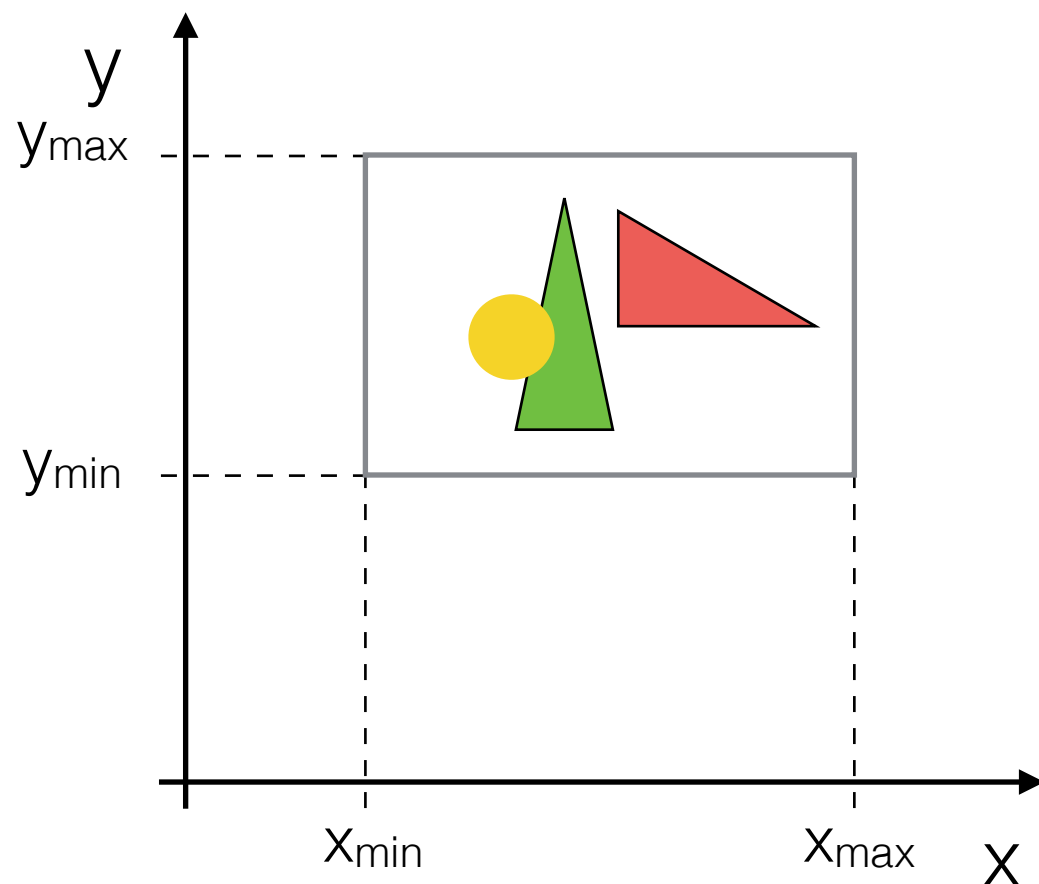
DC - Device Coordinates



Limites do visor

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)

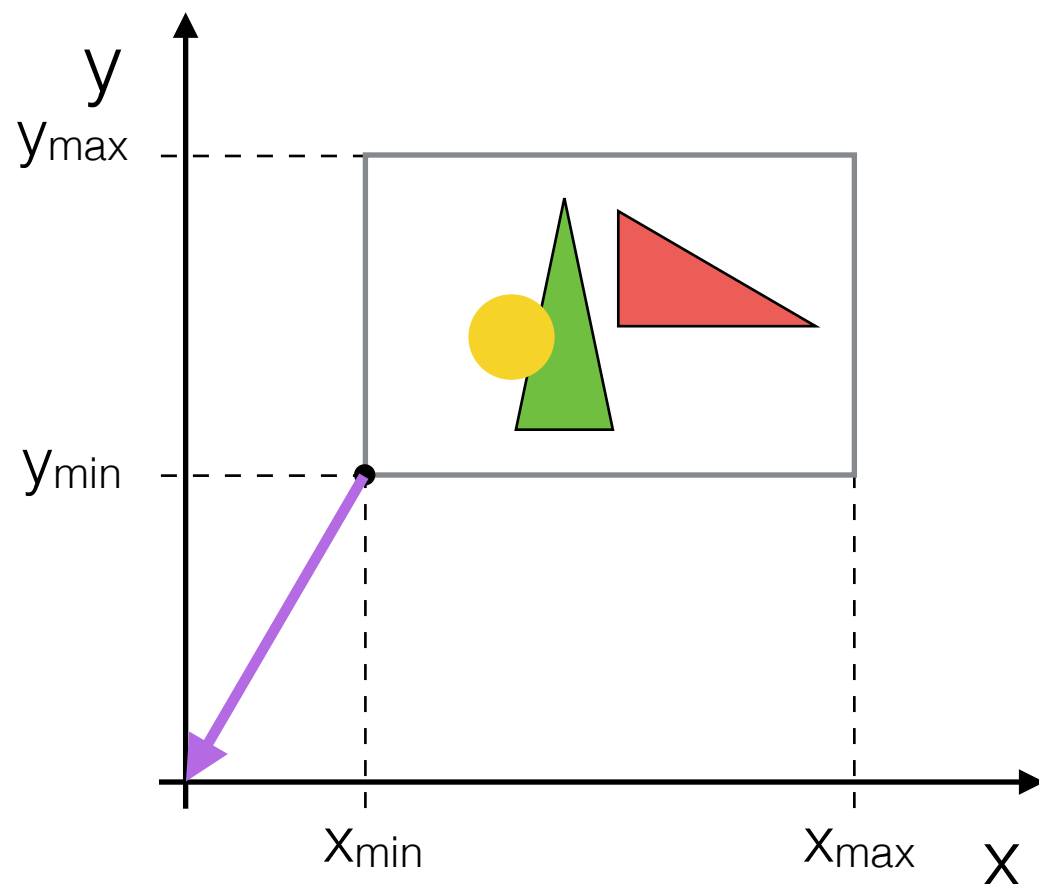
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)

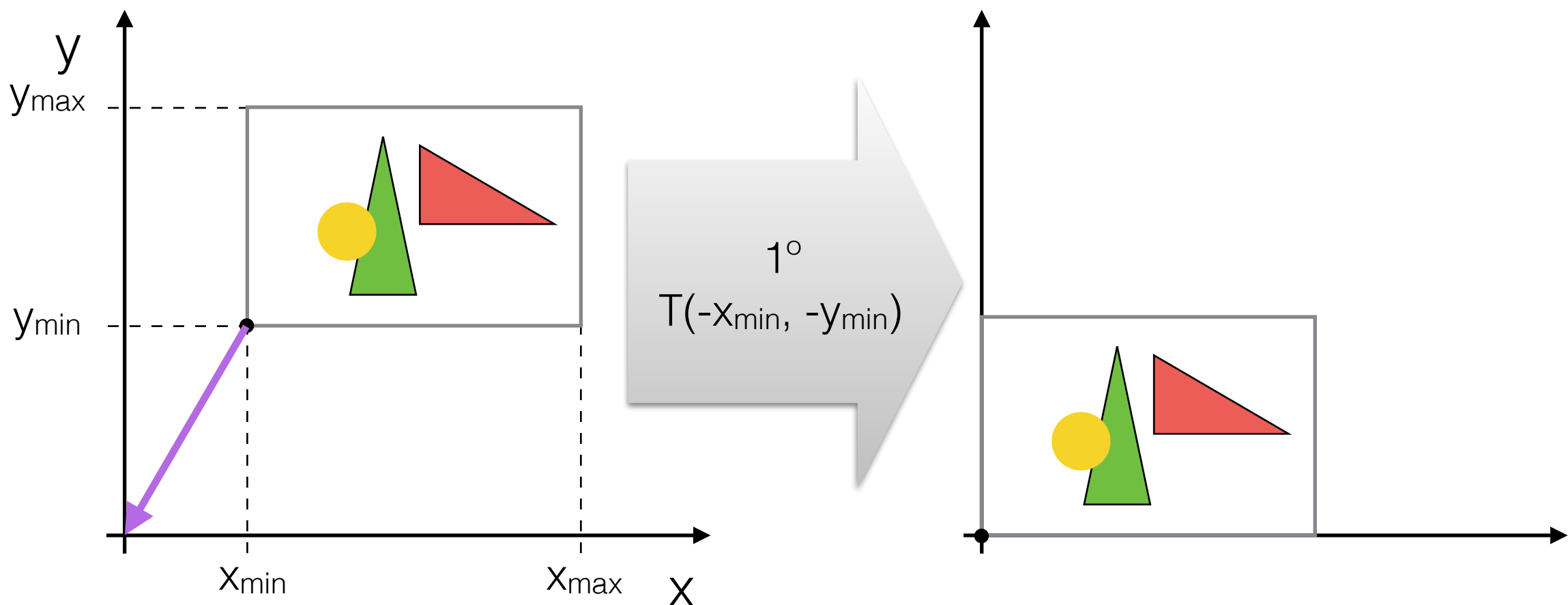
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)

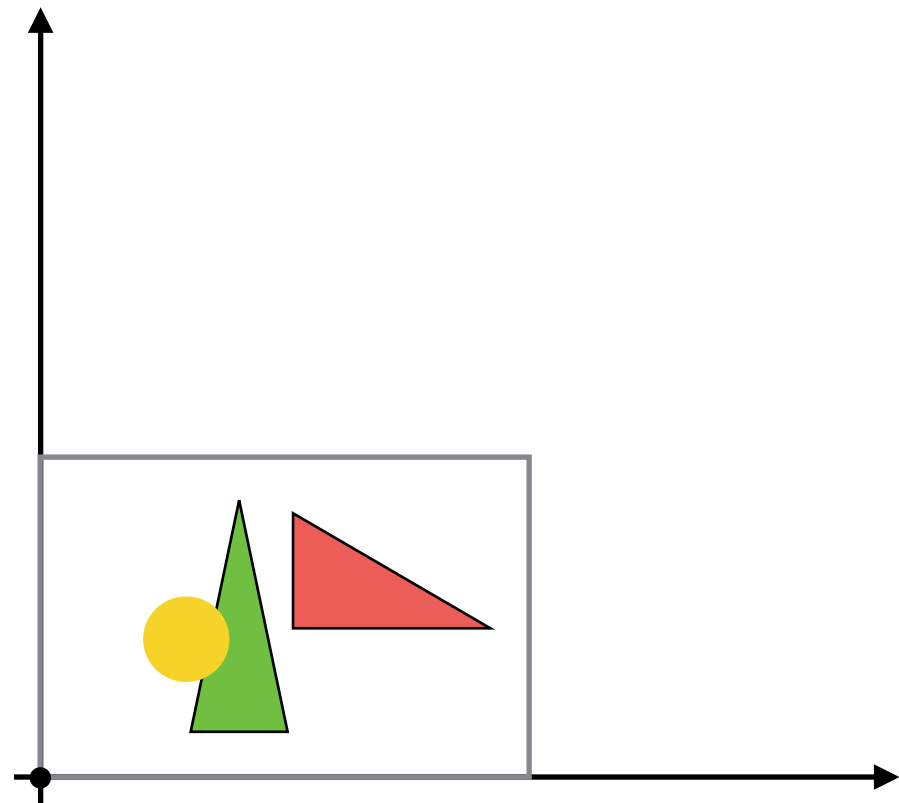
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

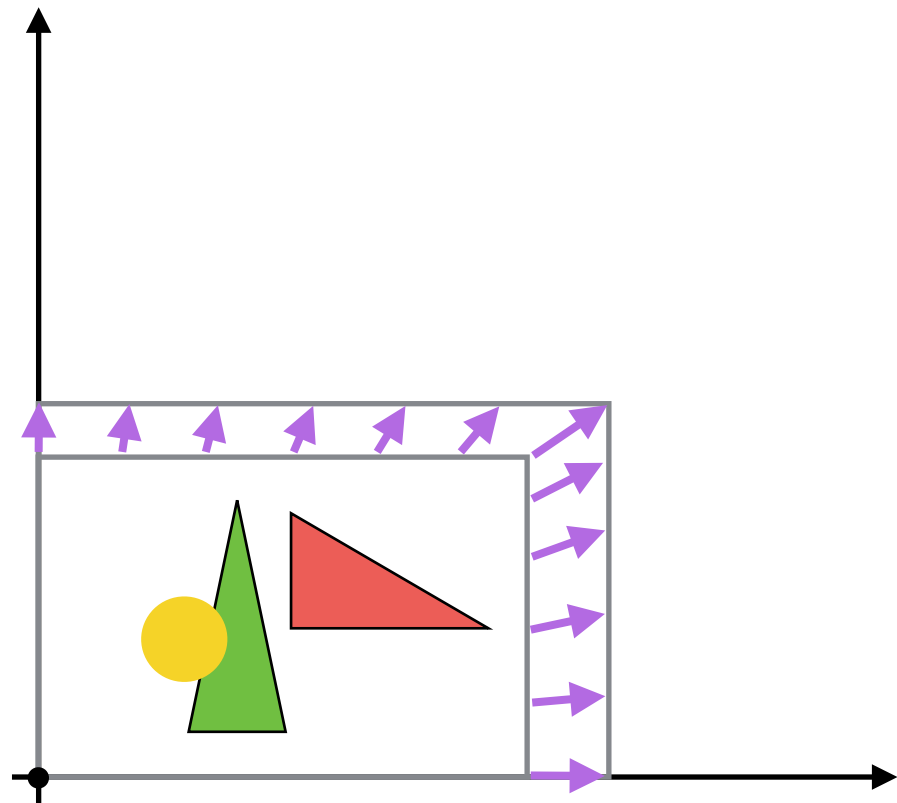
O nosso retângulo inicial está agora, com as **mesmas dimensões** iniciais, mas com o **ponto de referência** na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)



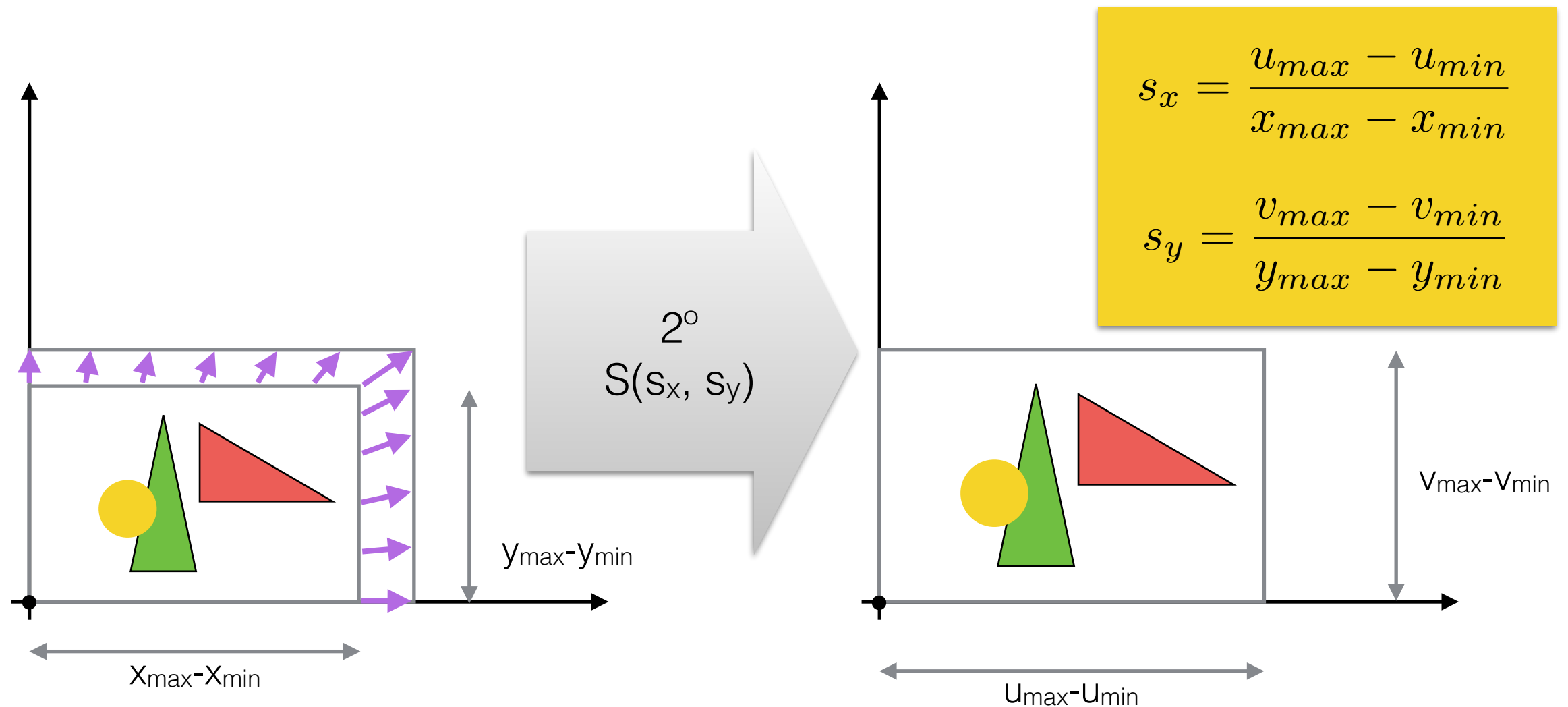
Aplicar uma mudança de escala para transformar as dimensões do retângulo inicial nas dimensões do retângulo final

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)



Aplicar uma mudança de escala para
transformar as dimensões do retângulo inicial
nas dimensões do retângulo final

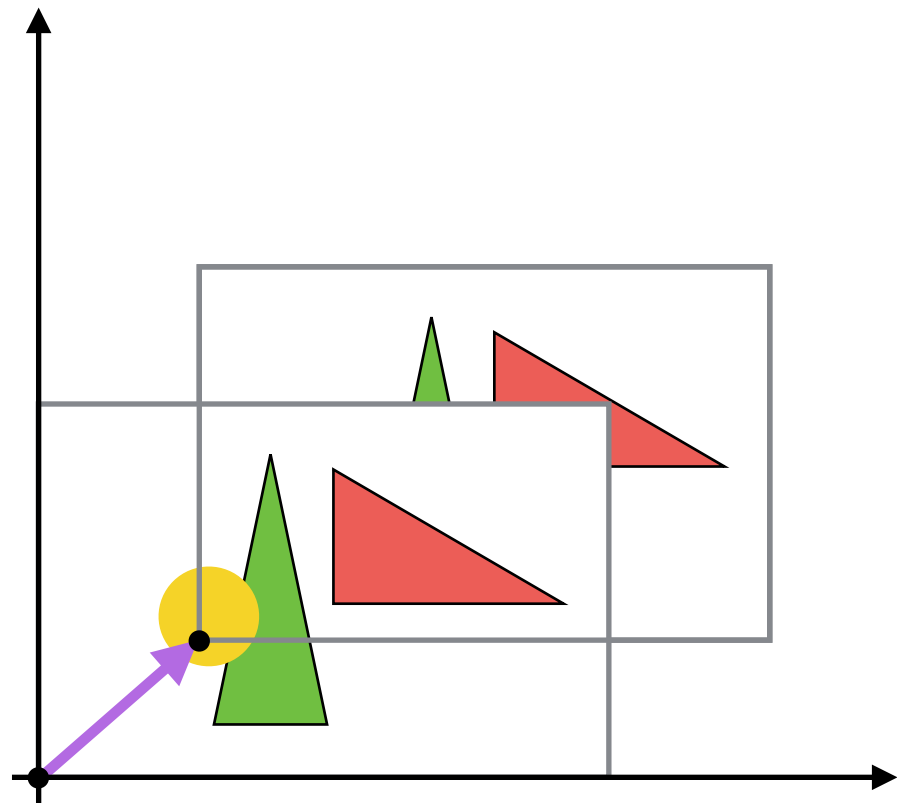
Enquadramento Janela-Visor (Caso A)



Aplicar uma mudança de escala para transformar as dimensões do retângulo inicial nas dimensões do retângulo final

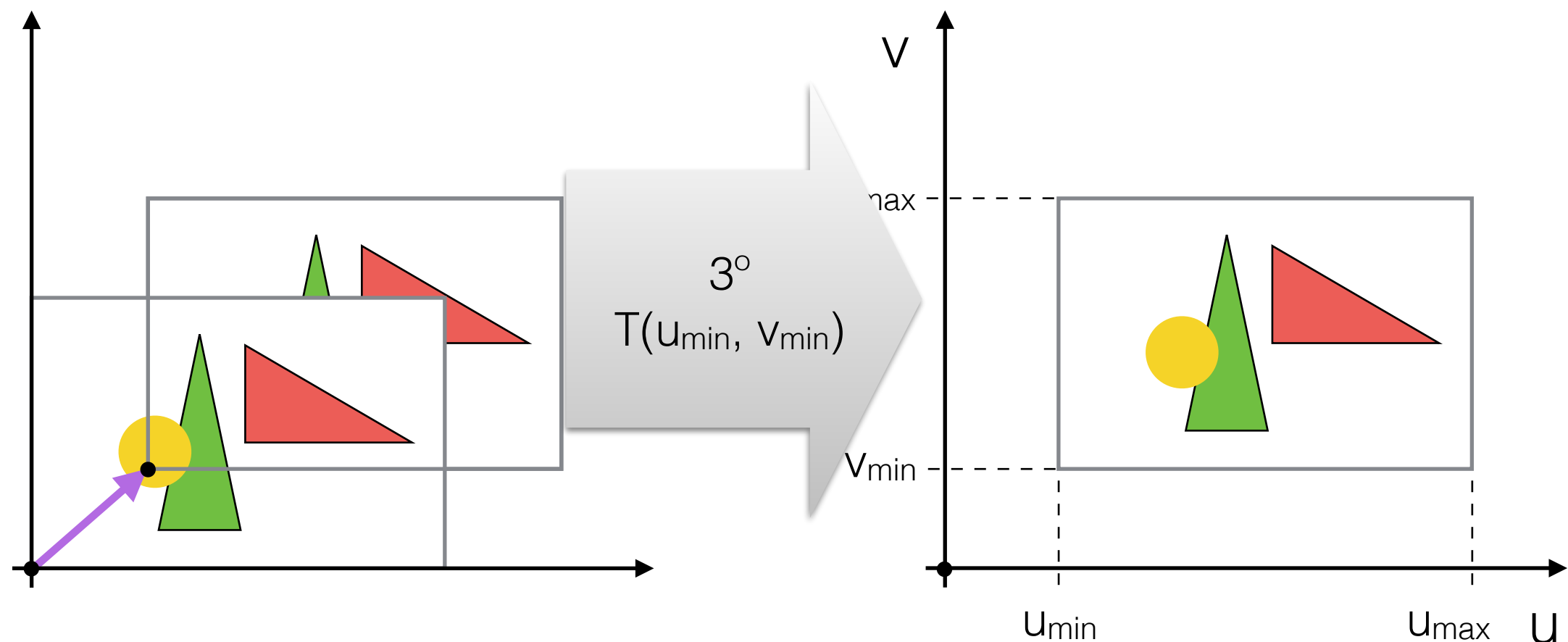
O retângulo continua com o ponto de referência na origem, mas já possui as dimensões finais pretendidas

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)



Basta agora deslocar o retângulo para a sua posição final. O ponto de referência, agora na origem, dever deslocar-se para (u_{min}, v_{min})

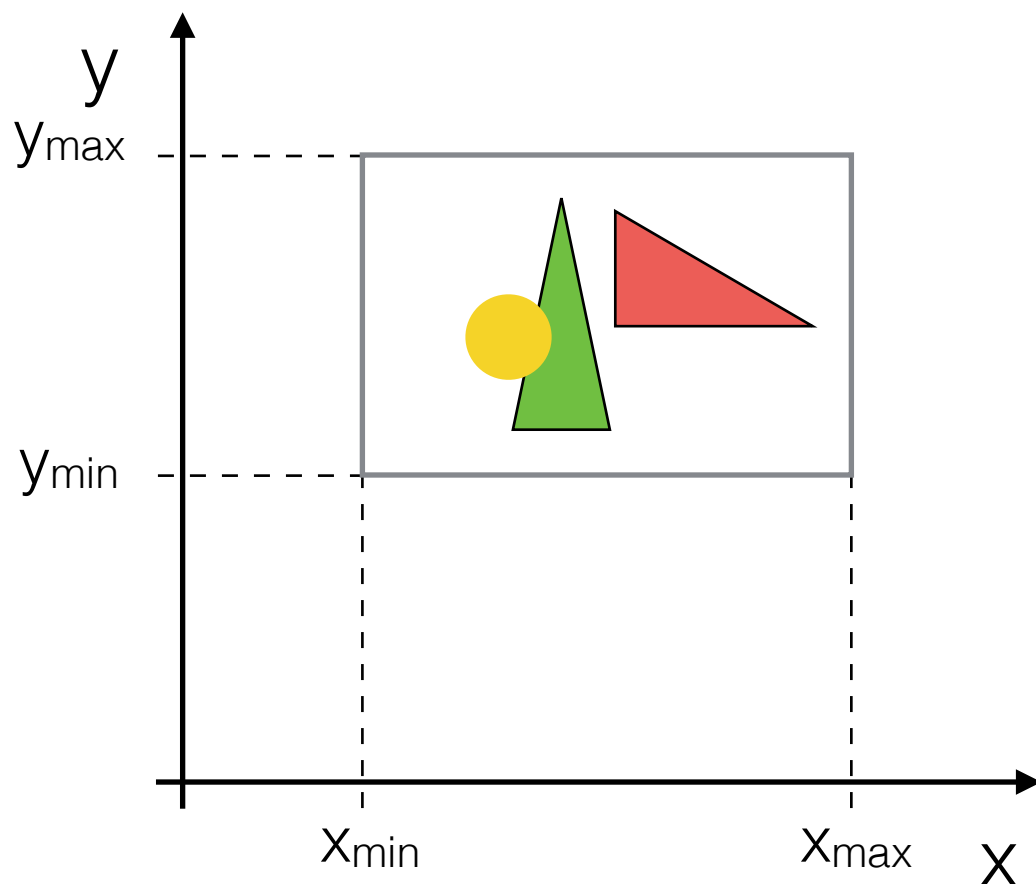
Enquadramento Janela-Visor (Caso A)



Basta agora deslocar o retângulo para a sua posição final. O ponto de referência, agora na origem, dever deslocar-se para (u_{min}, v_{min})

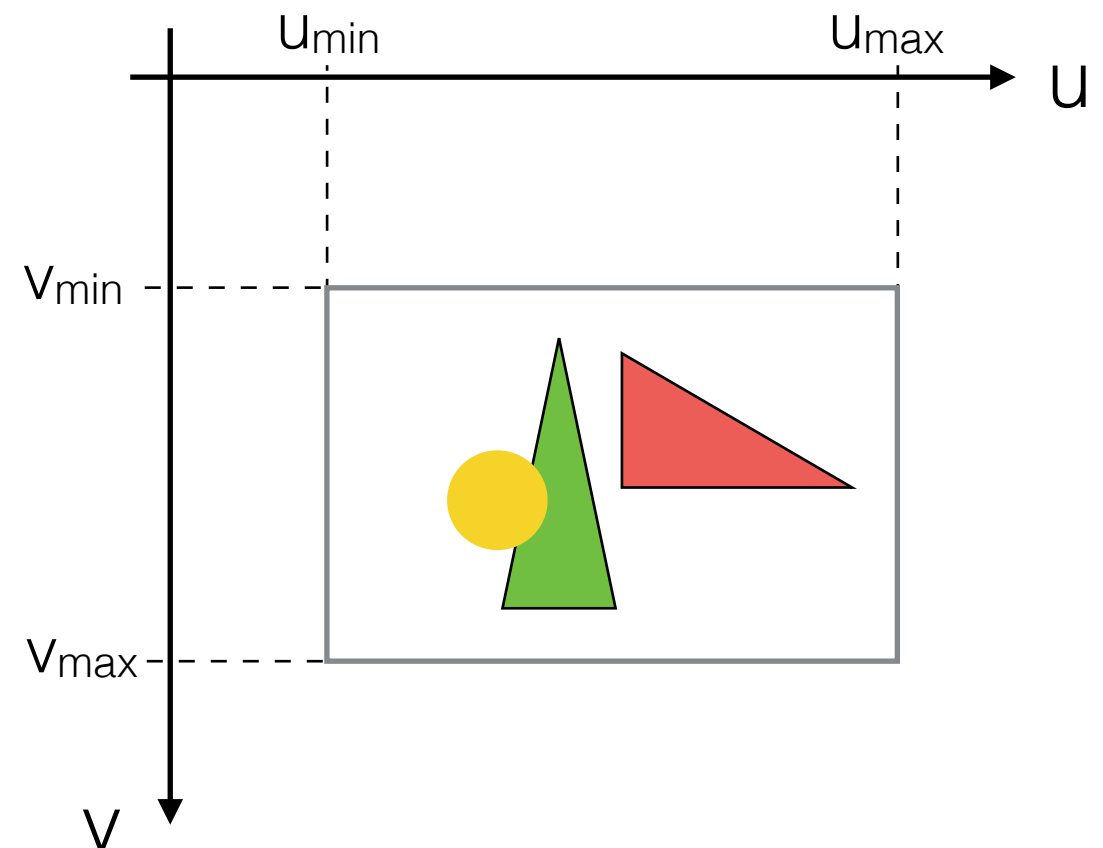
Enquadramento Janela-Visor (Caso B)

WC - World Coordinates



Referencial associado ao modelo/cena que se pretende visualizar. As coordenadas são dependentes do problema e podem ser metros, centímetros, unidades astronómicas, anos luz, microns, etc.

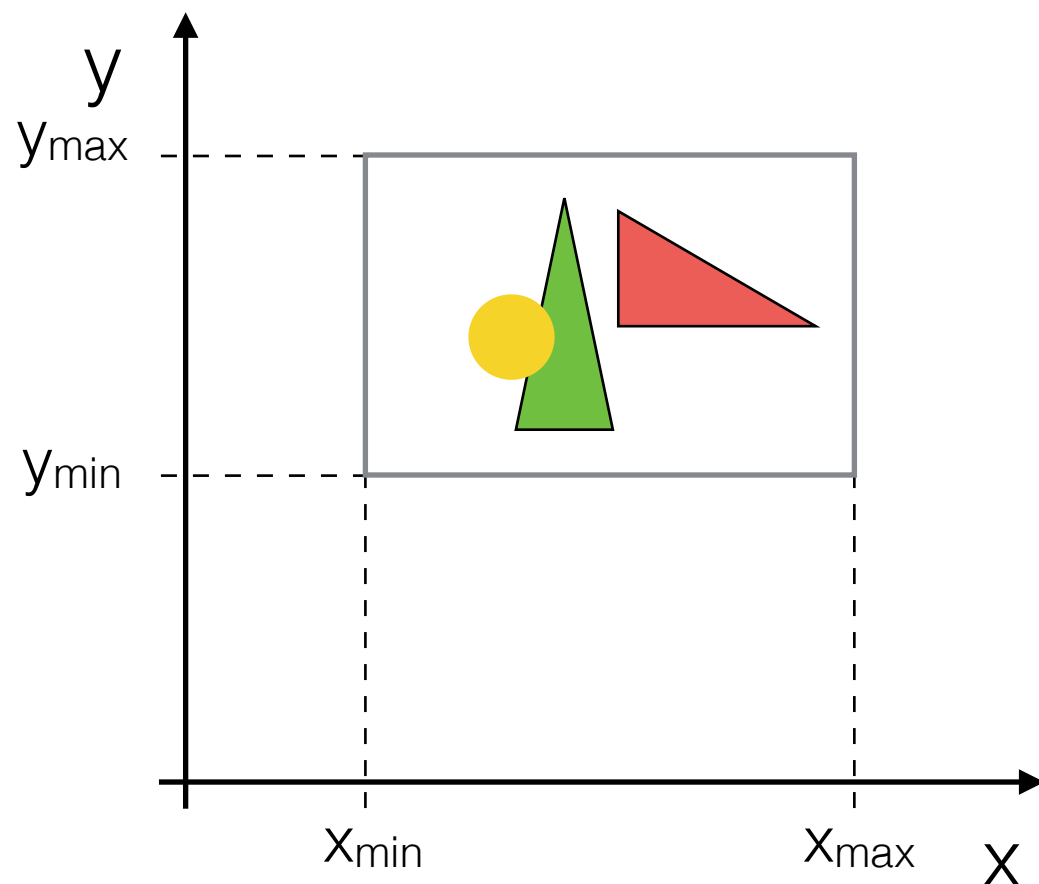
DC - Device Coordinates



Referencial associado ao dispositivo ou a uma área disponível do mesmo. Exemplos: ecrã, janela numa aplicação no ecrã, canvas numa página HTML, página A4 numa impressora, etc.

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)

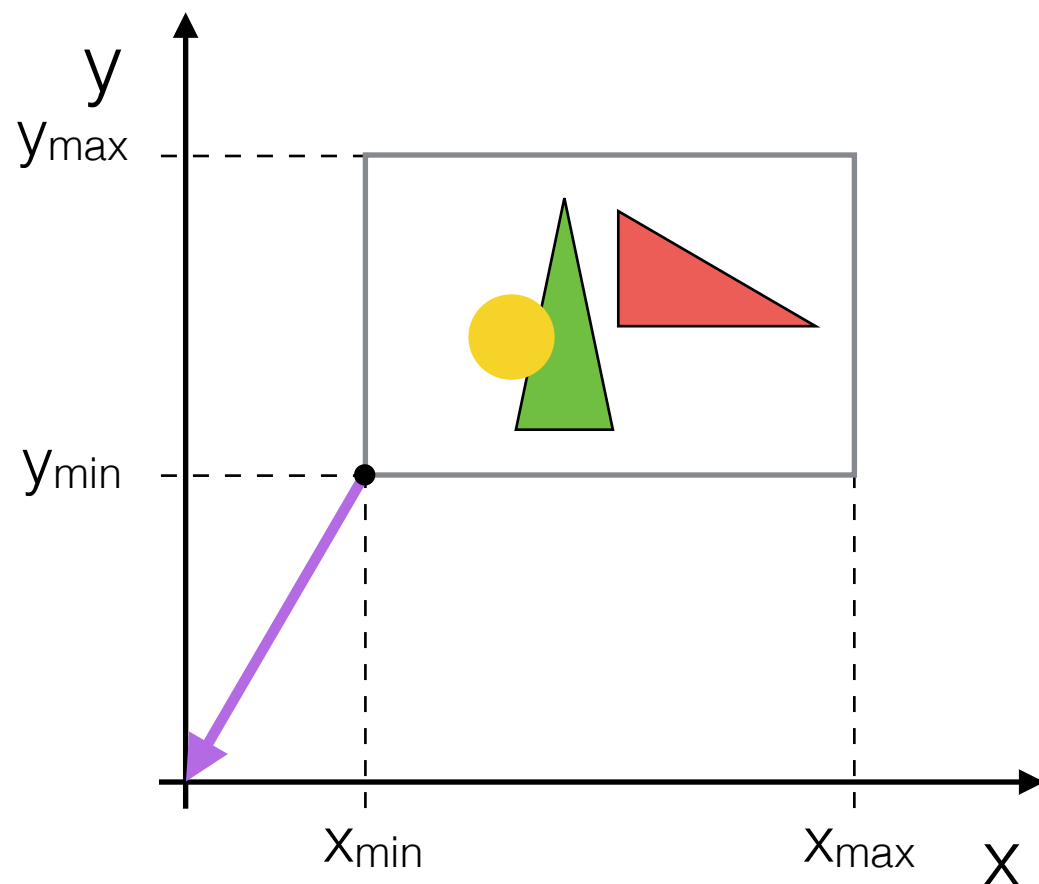
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)

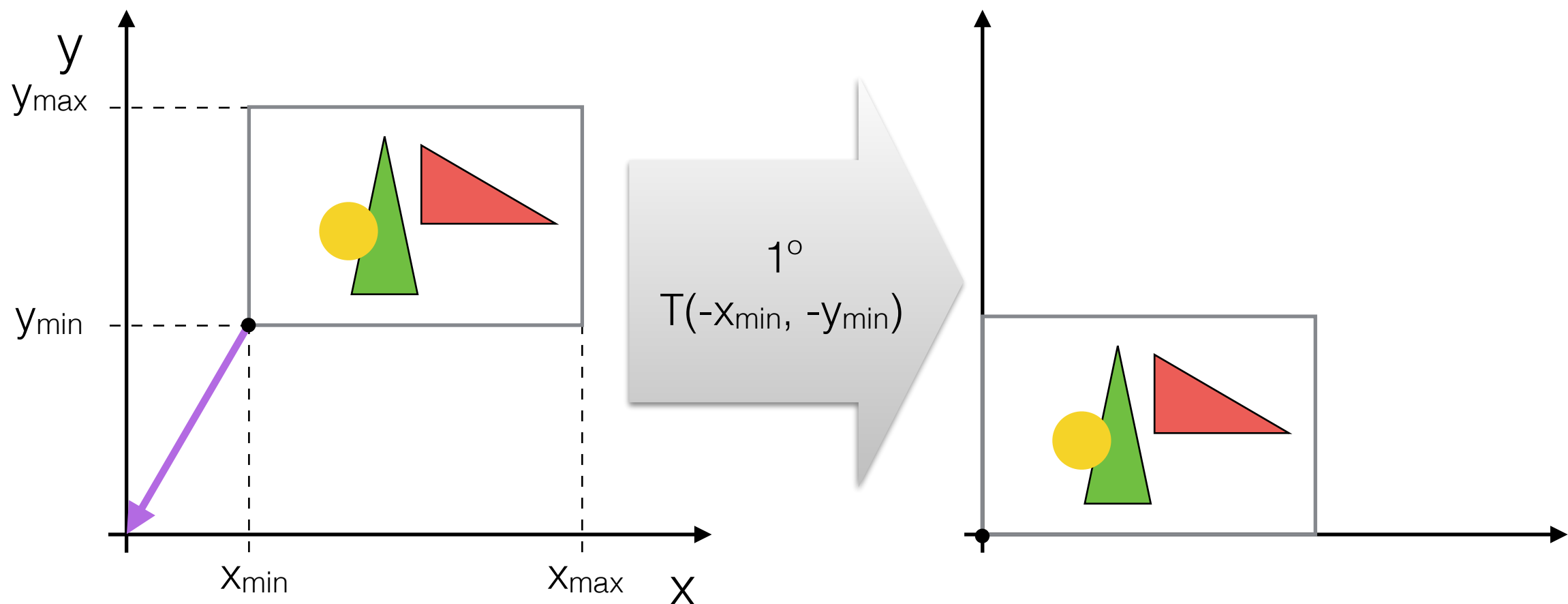
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)

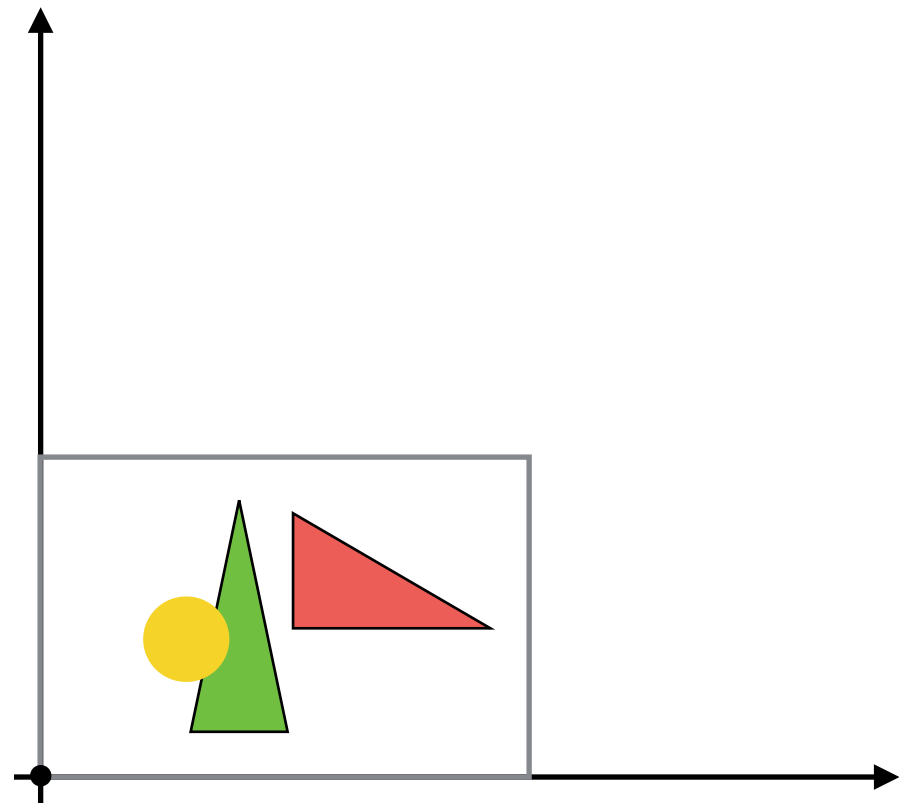
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

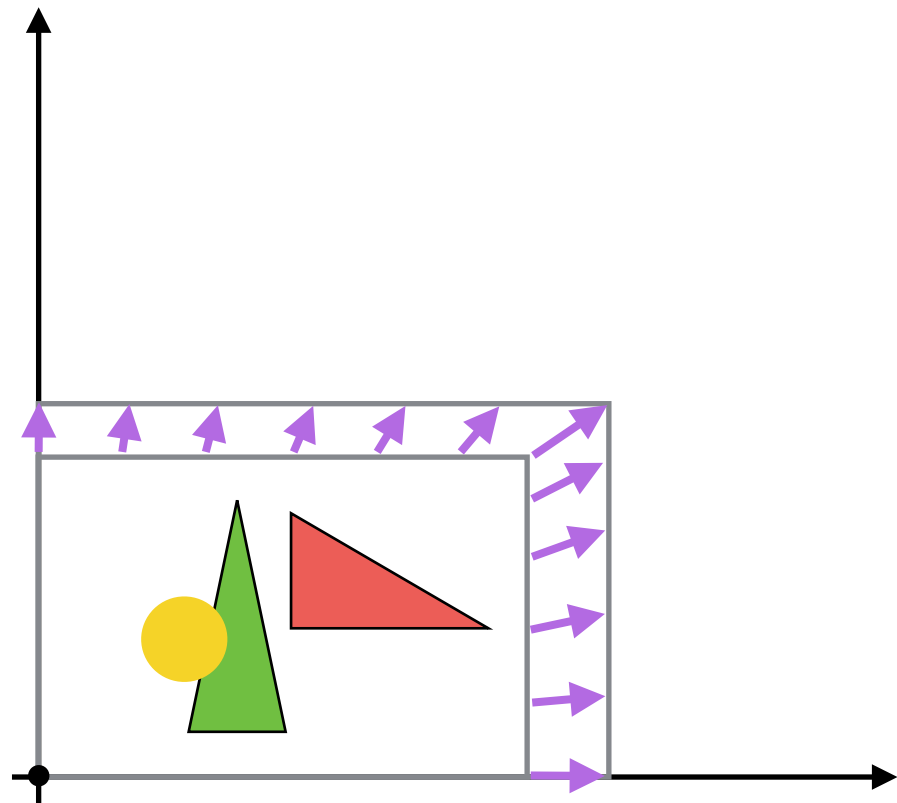
O nosso retângulo inicial está agora, com as **mesmas dimensões** iniciais, mas com o **ponto de referência** na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



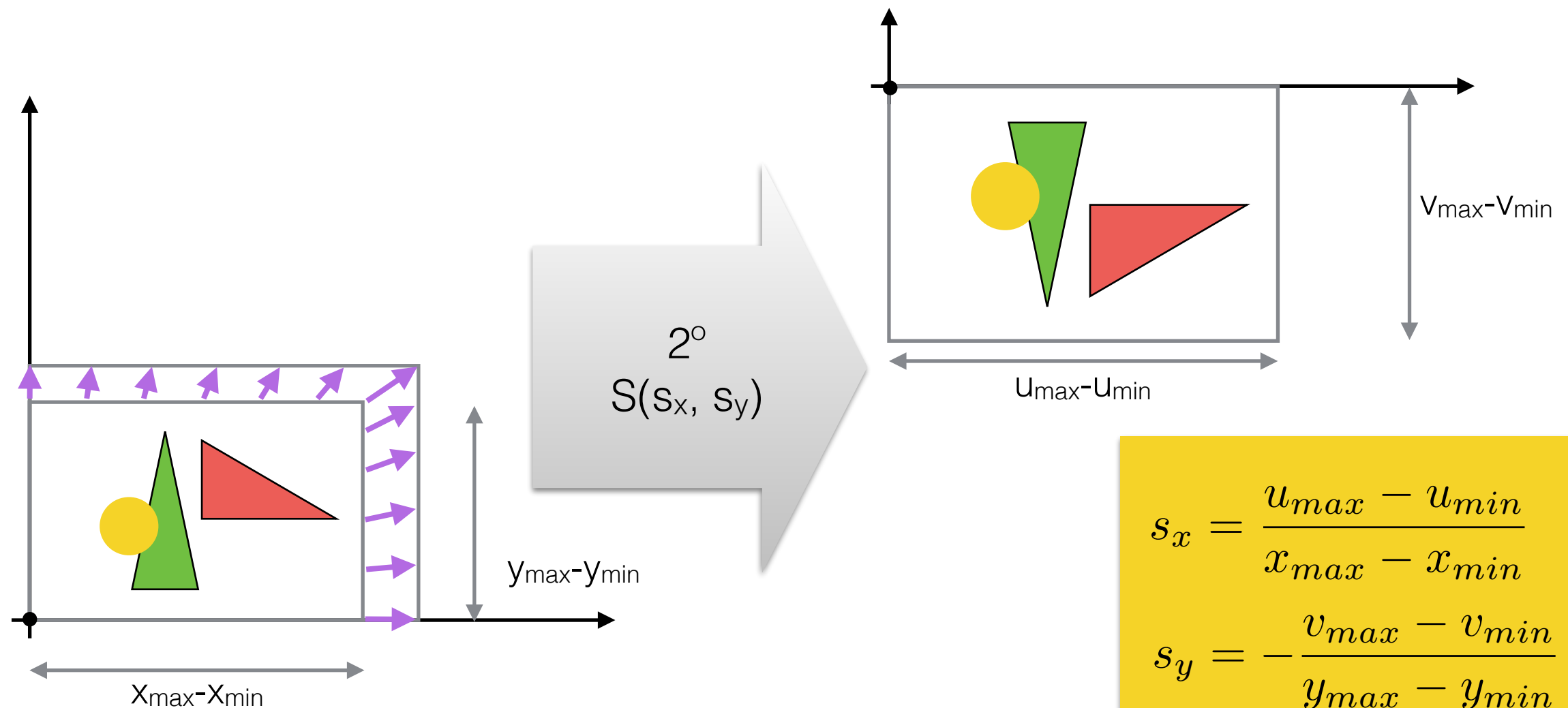
Aplicar uma mudança de escala para
transformar as dimensões do retângulo inicial
nas dimensões do retângulo final

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



Aplicar uma mudança de escala para
transformar as dimensões do retângulo inicial
nas dimensões do retângulo final

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)

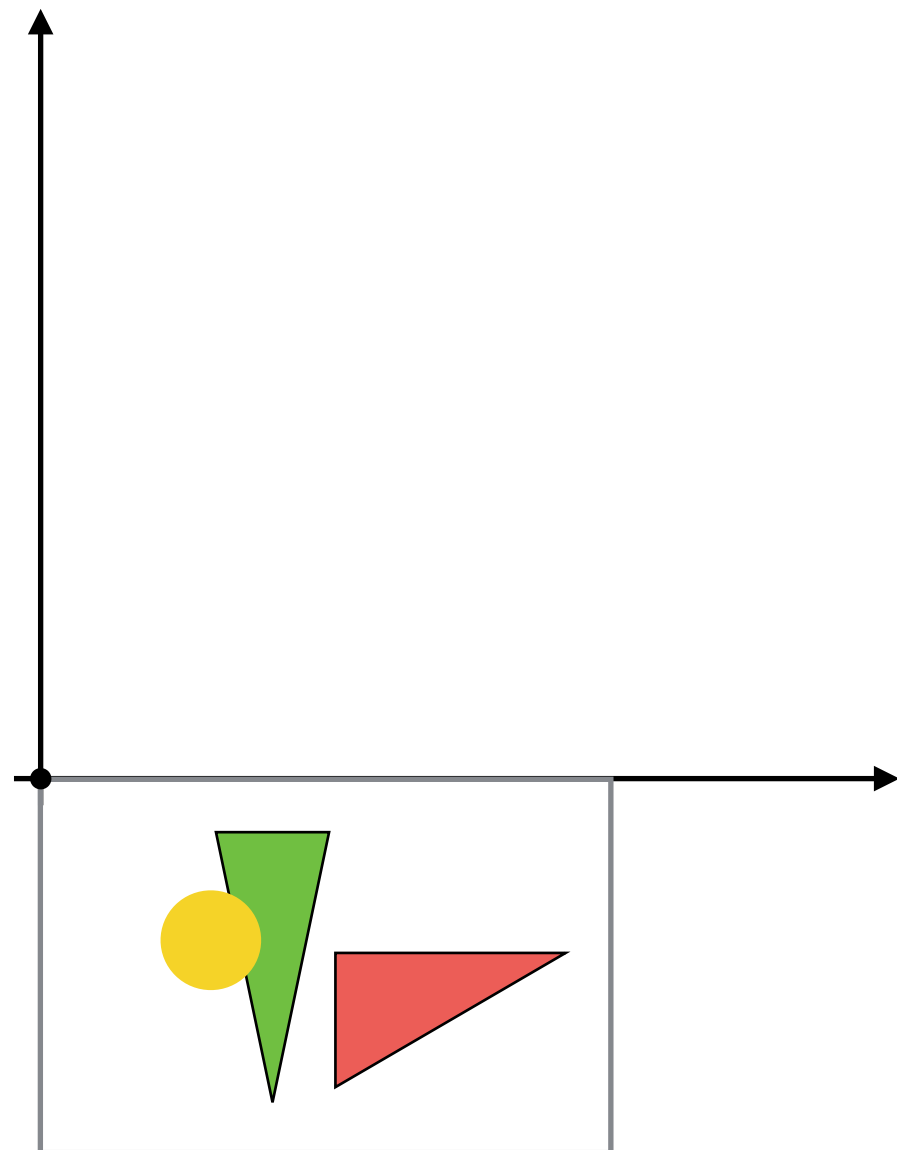


Aplicar uma mudança de escala para **transformar as dimensões** do retângulo inicial nas dimensões do retângulo final

Mas com um **fator negativo no eixo y**...

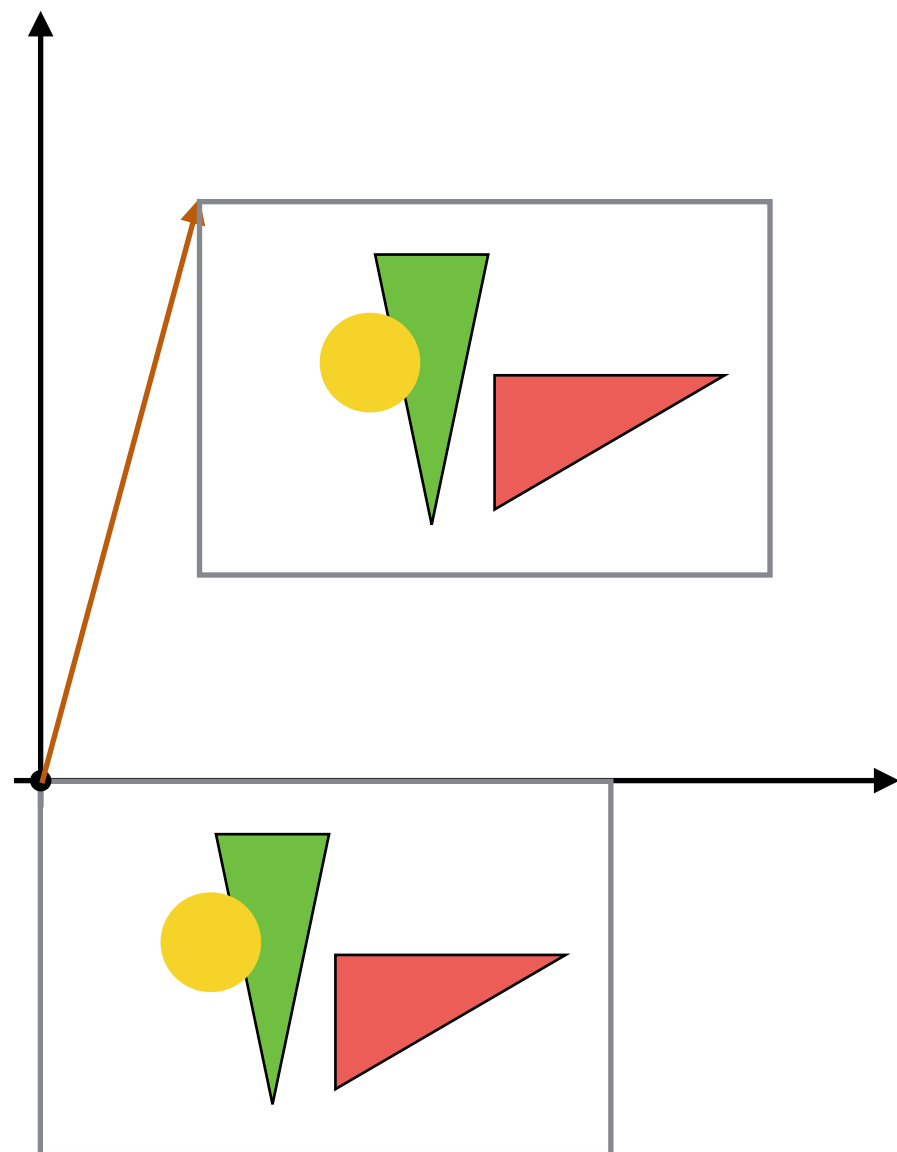
$$s_x = \frac{u_{max} - u_{min}}{x_{max} - x_{min}}$$
$$s_y = -\frac{v_{max} - v_{min}}{y_{max} - y_{min}}$$

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



O ponto de referência está na origem, mas a sua posição final deveria ser $(u_{\min}, v_{\max})$...

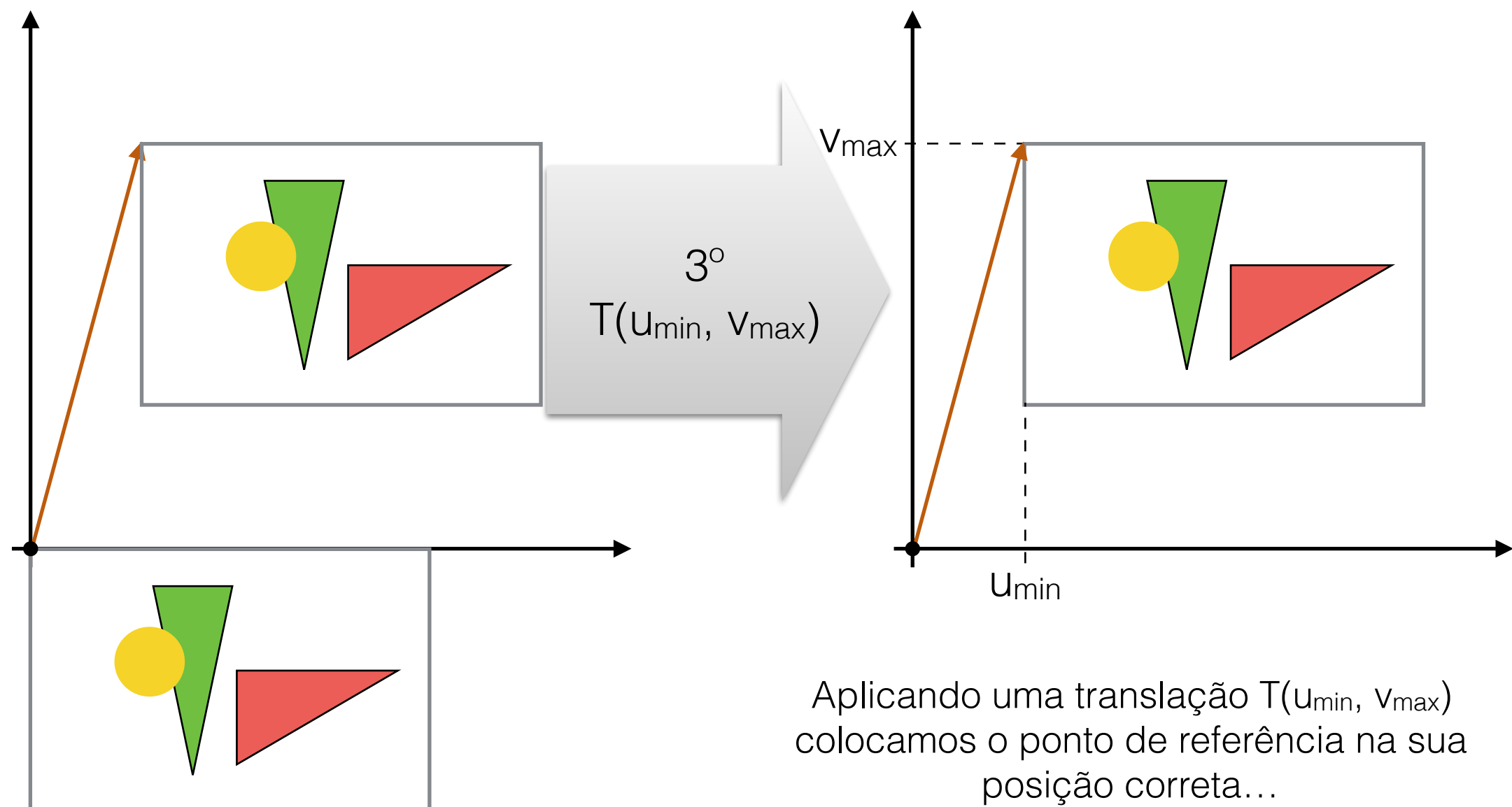
Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



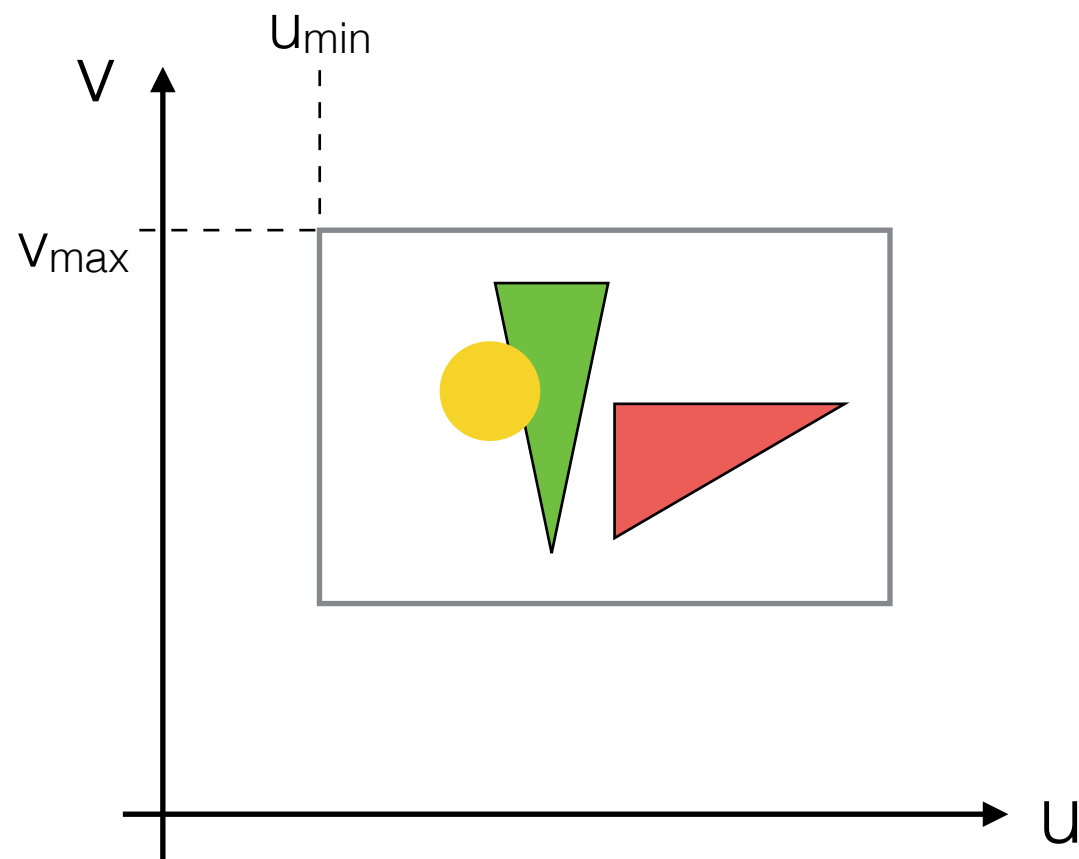
O ponto de referência está na origem, mas a sua posição final deveria ser $(u_{\min}, v_{\max})$...

Aplicando uma translação $T(u_{\min}, v_{\max})$ colocamos o ponto de referência na sua posição correta...

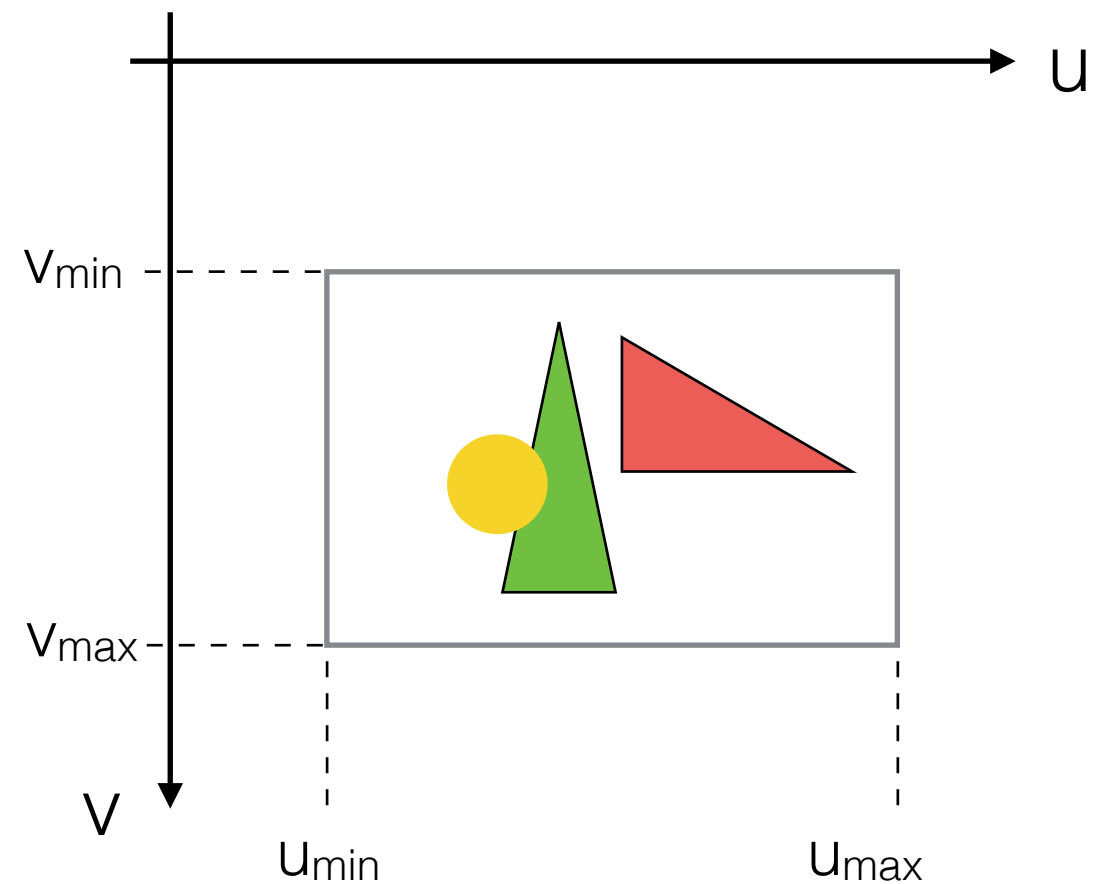
Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



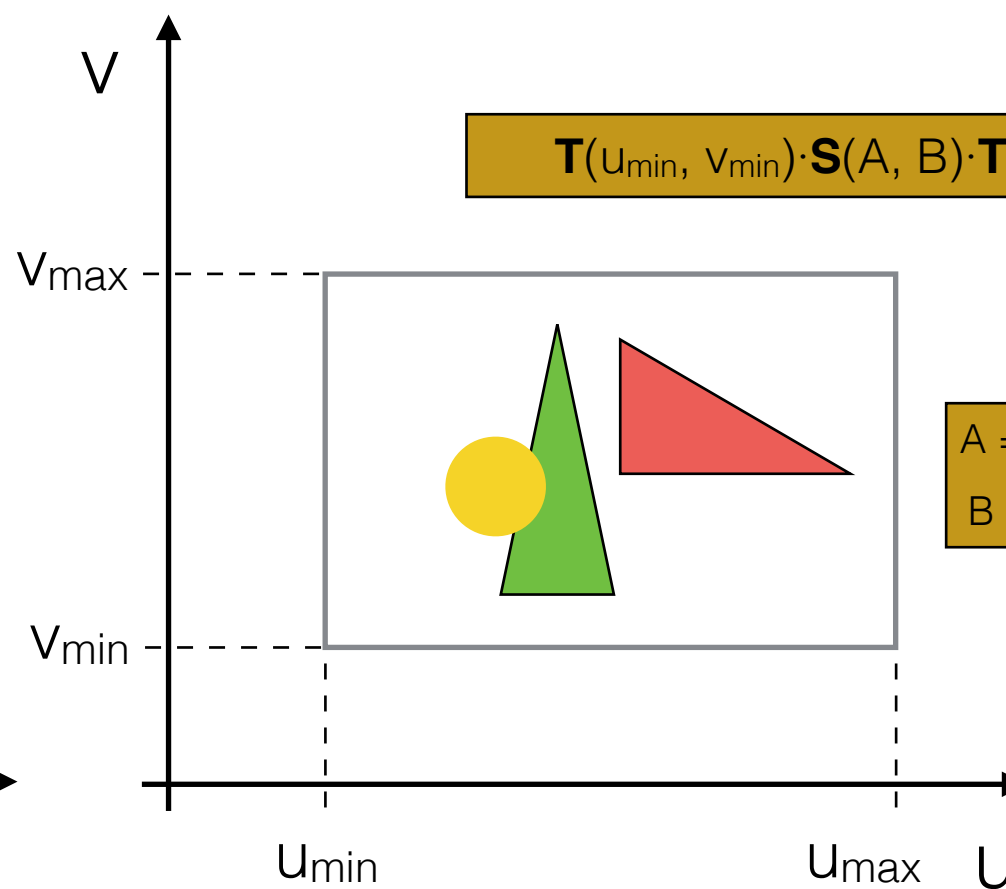
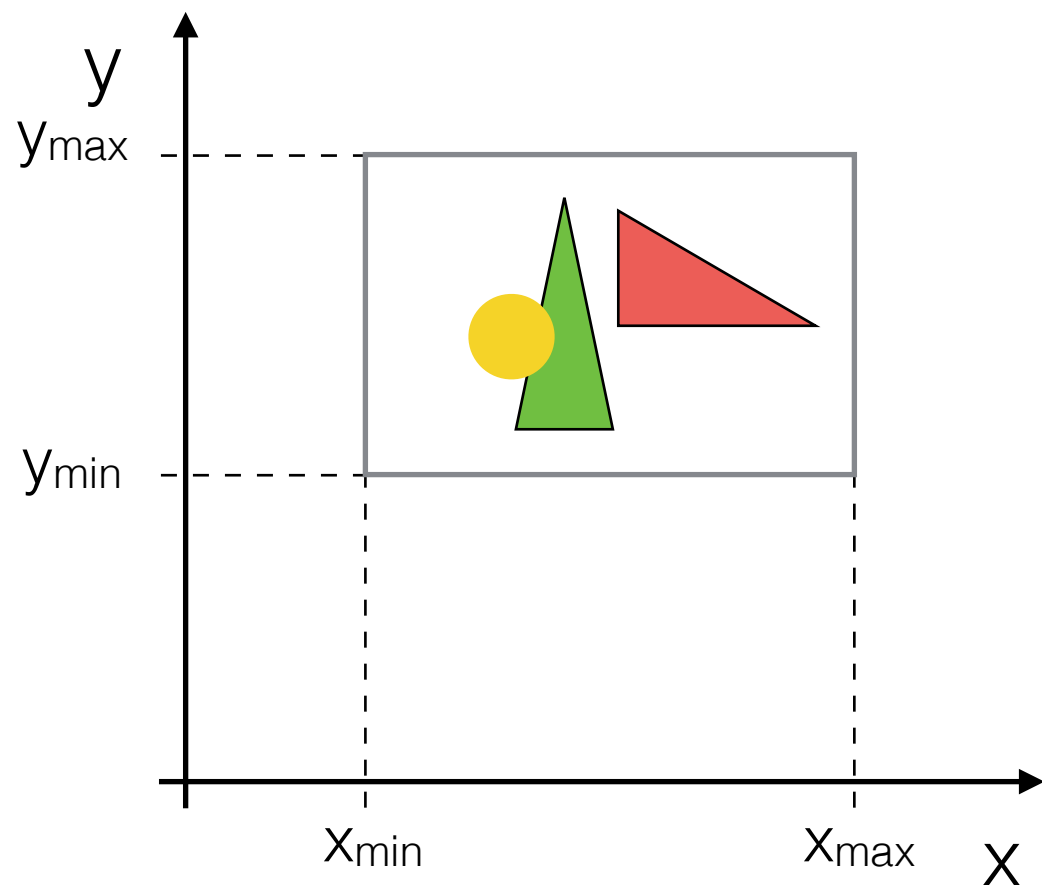
Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



A nossa imagem está neste momento invertida...



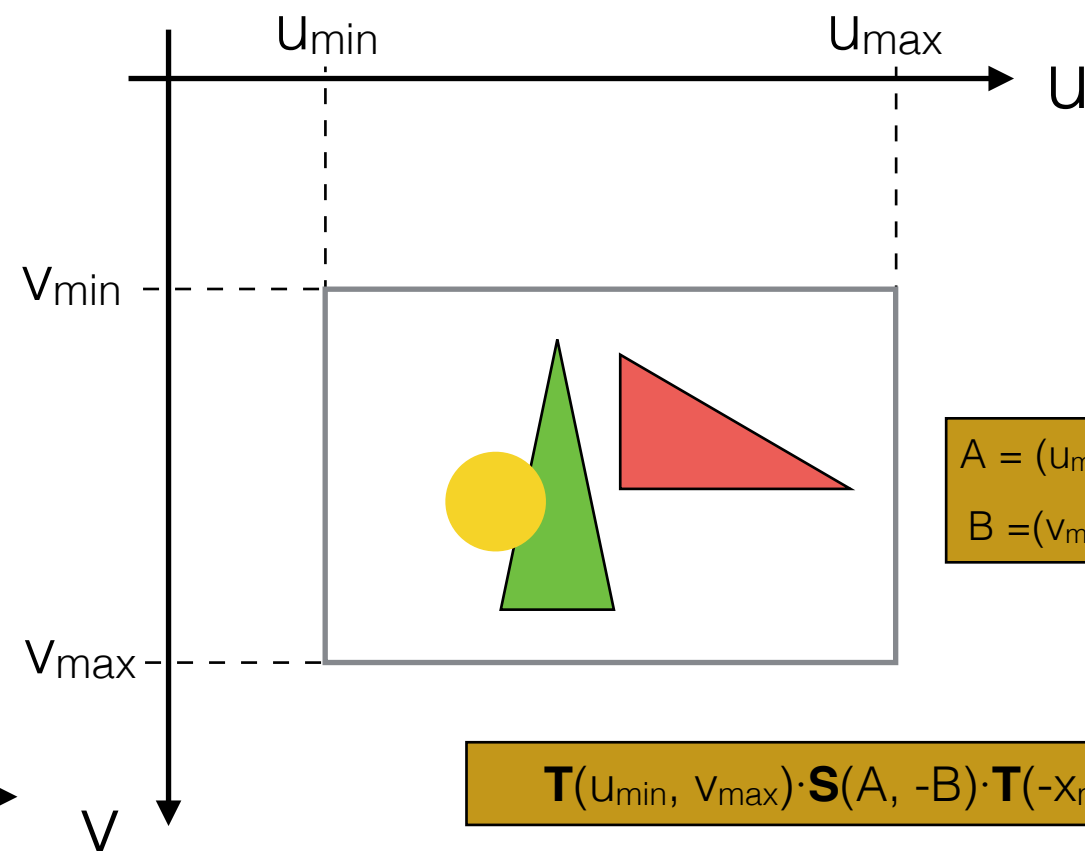
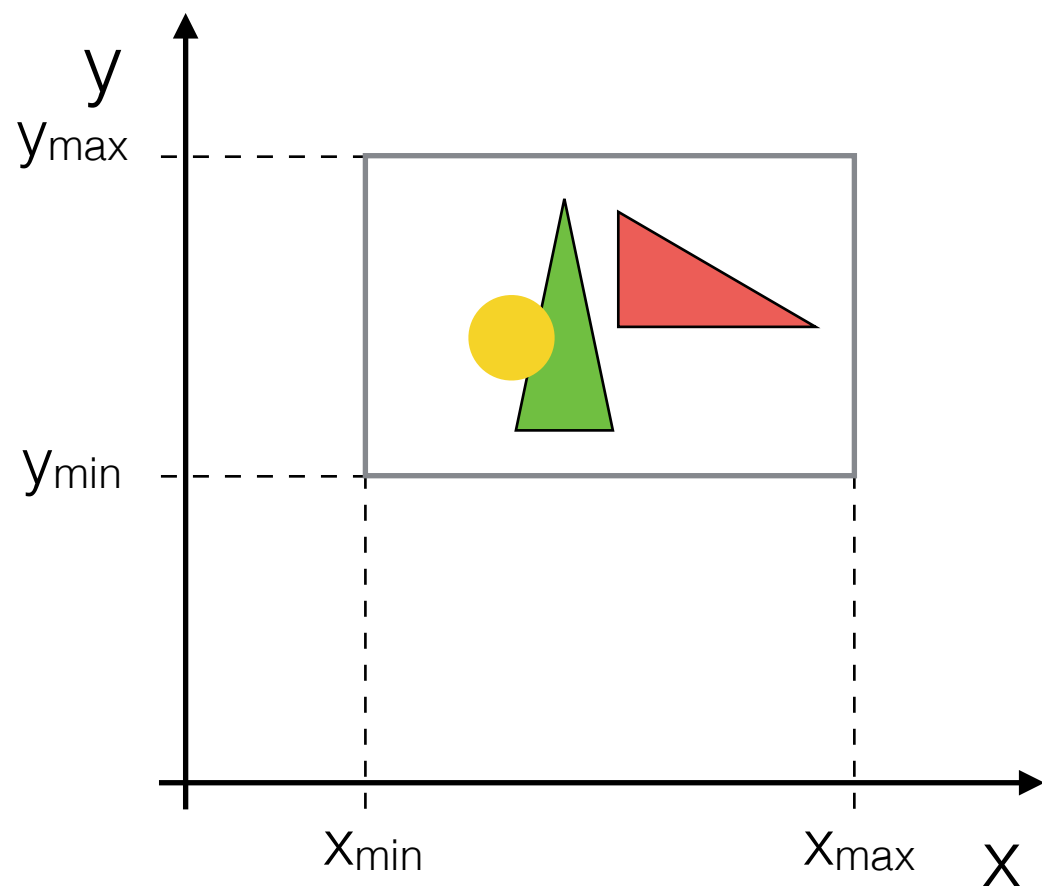
Felizmente o dispositivo, como tem o eixo y invertido, irá colocar a imagem com a orientação correcta!



$$T(u_{\min}, v_{\min}) \cdot S(A, B) \cdot T(-x_{\min}, -y_{\min})$$

$$A = (u_{\max} - u_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min})$$

$$B = (v_{\max} - v_{\min}) / (y_{\max} - y_{\min})$$



$$A = (u_{\max} - u_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min})$$

$$B = (v_{\max} - v_{\min}) / (y_{\max} - y_{\min})$$

$$T(u_{\min}, v_{\max}) \cdot S(A, -B) \cdot T(-x_{\min}, -y_{\min})$$

Conclusão

- No mapeamento Janela->Visor pode usar-se qualquer ponto para referência, não necessitando ser forçosamente o canto inferior esquerdo da janela.
- Normalmente, o que dita o ponto que se escolhe, é o ponto para o qual, no visor, se conhecem bem as suas coordenadas finais.
- A sequência de transformações resulta numa matriz **M** (para usar na operação **M.p**, para transformar um ponto p), e é sempre do tipo **M=T.S.T**. No caso geral, de janelas e visores com orientação arbitrária, seria do tipo **M = T.R.S.R.T**

Exercício

O conteúdo duma janela, definida em WC pelos seus limites $40 \leq x \leq 60$ e $y_{\min} \leq y \leq 100$, deverá ser mapeado num ecrã dum telemóvel, ao alto, de dimensões 480x960 em DC, ocupando a maior área possível, encostado ao canto superior direito, sem deformação e sem recorte, e tendo o cuidado de não ocupar uma faixa com 160 pixéis de altura na base desse mesmo ecrã. Como habitual, o referencial do ecrã tem a origem no canto superior esquerdo.

- a) Indique, justificando, as dimensões do visor pretendido, bem como os limites da janela correspondente
- b) Especifique matematicamente o enquadramento Janela-Visor em causa, através duma matriz M (a usar na forma $P' = M.P$), deduzida e apresentada em termos duma composição natural de transformações geométricas elementares (S, R ou T) em 2D, com instanciação apropriada de todos os parâmetros (Nota: sempre que for o caso, indique, em parâmetro, os cálculos aritméticos necessários, mas sem os efetuar).
- c) Suponha agora que se pretende ocupar todo o ecrã com o visor. Indique que modificações faria por forma a que os gráficos visualizados nas condições da alínea b) se mantivessem no mesmo local e com a mesma dimensão.

Resolução

- Resolvido no quadro...