Nome completo (Proposta de Resolução) Número

Questão para BF

COMPUTAÇÃO GRÁFICA E INTERFACES

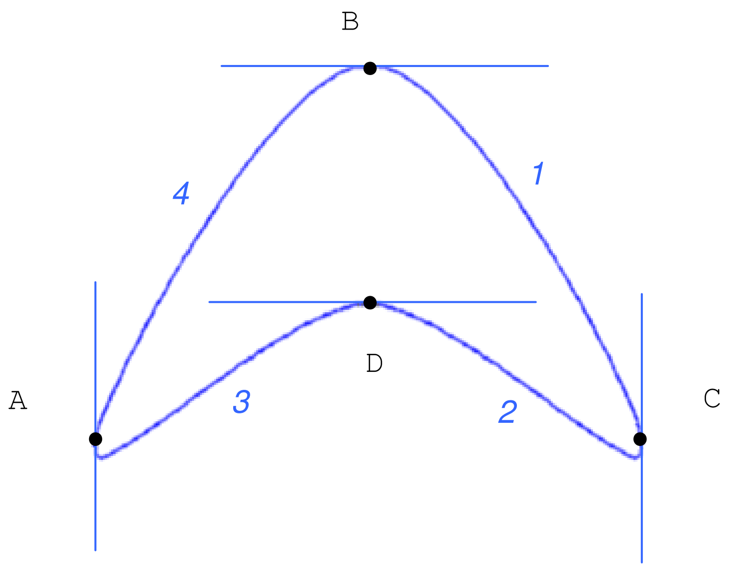
LEI FCT/UNL — Ano Letivo 2012/13

1.º TESTE — 2012/10/30

Atenção: *Responda no próprio enunciado, que entregará. Em caso de engano, e se o espaço para a resposta já não for suficiente, poderá usar o verso das folhas desde que feitas as devidas referências.*
Não desagrafe as folhas! A prova de exame, com duração de 1h15, é sem consulta.

1. (8 valores)

a) Pretende-se interpolar todos os 4 pontos indicados na figura abaixo de modo a obter-se uma curva fechada que não se auto-intersecte, com o menor número de troços e a maior suavidade (*smoothness*) possíveis. Só esses 4 pontos poderão ser usados como pontos de controlo. Escolha, para resolver o problema, uma curva cúbica de Catmull-Rom. Esboce essa curva na figura e identifique claramente todos os troços constituintes. Para cada troço i, escreva no espaço livre abaixo o vetor de geometria G_i que lhe corresponda.



$G_1 = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$ $G_2 = \begin{bmatrix} B \\ C \\ D \\ A \end{bmatrix}$ $G_3 = \begin{bmatrix} C \\ D \\ A \\ B \end{bmatrix}$ $G_4 = \begin{bmatrix} D \\ A \\ B \\ C \end{bmatrix}$

b) Desenhe segmentos de reta com a direção do vetor tangente em cada ponto de junção dos troços que constituem a curva complexa.

c) Quais as classes de continuidade paramétrica e geométrica da curva? $C^1 G^1$

d) Diga, justificando, se através de curvas cúbicas de Bézier ou B-splines se conseguiria resolver igualmente (ou até melhor) o problema tal como foi enunciado na alínea a):

As curvas de Bézier também resolveriam o problema com 4 troços. Mas seriam apenas

C^0G^0 pelos graus de multiplicidade 2 nos extremos dos troços. Com curvas B-spline tambémse resolve o problema enunciado. Porém, como não é possível arranjar mais pontos de controlo, para a curva ser interpoladora teríamos de ter grau de multiplicidade 3 em cada ponto, o que diminui para G^0 a continuidade geométrica (embora com C^2 para continuidade paramétrica) e aumenta o número de troços em relação à alínea a).

e) Como é que se poderia alterar alguma das classes de continuidade referidas na alínea c) jogando com o grau de multiplicidade dos pontos de controlo? Dê um exemplo concreto com um número mínimo de alterações em relação à alínea a), bastando escrever os novos vetores de geometria e indicando quais as novas classes de continuidade paramétrica e geométrica da curva nesse caso:

$$G_a = \begin{pmatrix} A \\ B \\ B \\ B \end{pmatrix} \quad G_b = \begin{pmatrix} B \\ B \\ B \\ C \end{pmatrix} \quad G_c = \begin{pmatrix} B \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} \quad G_d = \begin{pmatrix} B \\ C \\ D \\ A \end{pmatrix} \quad G_e = \begin{pmatrix} C \\ D \\ A \\ B \end{pmatrix} \quad G_f = \begin{pmatrix} D \\ A \\ B \\ B \end{pmatrix}$$

Classes C^1G^0

2. (7 valores)

Num ecrã de 1024 por 768 pixels vai usar-se, como área de desenho, um espaço retangular de 800x600 cujo canto inferior direito se encontra no ponto Q(900,650), em coordenadas do dispositivo (DC). Esse ponto Q pertence também a um visor que, na área de desenho, recebe o mapeamento total de uma janela que se encontra definida, em coordenadas do mundo real (WC), por $x_1 \le x \le x_2$ e $y_1 \le y \le y_2$. Pretende-se que a área do visor seja máxima sem que haja distorção da imagem no enquadramento. A origem do sistema de coordenadas DC localiza-se no canto superior esquerdo do ecrã, como é característica comum a este tipo de equipamentos.

a) Especifique a necessária transformação de enquadramento janela–visor por uma matriz M (para usar na forma P'=M.P) deduzida e apresentada em termos da mais simples composição de transformações geométricas elementares (S, R, ou T) em 2D, com a instanciação apropriada de todos os parâmetros. Para tal, considere separadamente as três situações seguintes, devendo ter soluções o mais idênticas possível.

a.1) Quando a janela tiver o formato **16:9** usado na televisão digital europeia:

M = $T(900, 650) \,.\, S(800/(x_2-x_1), -800/(x_2-x_1)) \,.\, T(-x_2, -y_1)$

a.2) Quando a janela tiver o formato **3:2** usado em fotografia com filme de 35 mm:

M = $T(900, 650) \,.\, S(800/(x_2-x_1), -800/(x_2-x_1)) \,.\, T(-x_2, -y_1)$

a.3) Quando a janela tiver o chamado grande formato **5:4** usado em fotografia:

M = *T (900, 650) . S (600/(y_2-y_1), -600/(y_2-y_1)) . T (-x_2, -y_1)*

b) O visor ocupará toda a área de desenho de 800x600 nalguma das sub-alíneas de a)? *Não*
Justifique a resposta:

Para não haver distorção, a janela teria de ter um formato igual ao da área de desenho, que é 800/600 = 4/3

c) Indique os valores das coordenadas mínimas e máximas (ou expressões matemáticas para o seu cálculo) que definem completamente o visor a considerar na alínea a.1):

Podemos aplicar, aos limites da janela, as transformações deduzidas na alínea a.1):

$x_{max} = (x_2-x_2)*800/(x_2-x_1) + 900 = 900$

$x_{min} = (x_1-x_2)*800/(x_2-x_1) + 900 = 100$

$y_{max} = (y_1-y_1)*800/(x_2-x_1) + 650 = 650$

$y_{min} = -(y_2-y_1)*800/(x_2-x_1) + 650 = -9/16*800 + 650 = -450 + 650 = 200$

3. (5 valores)

a) Determine as coordenadas reais (não homogéneas) da projeção ortogonal do ponto $P_0(8,-4,6,-2)$ no plano XY:

P'_0 (-4, 2, 0)

Algum dos pontos $P_1(16,0,12,-4)$, $P_2(-16,8,0,2)$, $P_3(0,4,-5,1)$ e $P_4(-16,8,-12,4)$ poderá ser uma projeção oblíqua (e não ortogonal) em XY do ponto P_0? *P_2* E uma perspectiva em XY? *P_2*

Justifique: *Só o ponto P_2 tem coordenada z=0, que corresponde ao plano XY. Como as suas coordenadas reais são P_2 (-8, 4, 0), diferentes das da projeção ortogonal P'_0 (-4, 2, 0), então, por definição de projeção, podem ser obtidas de P_0 por projetantes oblíquas a XY (o que acontece na projeção oblíqua e na perspectiva).*

b) Seja $M_{\text{Alçado Principal}}$, ou M_{AP} para abreviar, a matriz da projeção ortogonal que produz o alçado principal de um dado objeto. Usando M_{AP} com uma composição lógica de transformações geométricas elementares, obtenha a matriz M_i respeitante à vista ***i*** do objeto e para os seguintes casos:

b.1) M_{Planta} = $M_{AP} . R_X(90°)$

b.2) $M_{\text{Alçado Lateral Esquerdo}}$ = $M_{AP} . R_Y(90°)$

b.3) $M_{\text{Vista de Baixo}}$ = $M_{AP} . R_X(-90°)$

b.4) $M_{\text{Alçado Lateral Direito}}$ = $M_{AP} . R_Y(-90°)$