FISICA I – D (2004/2005)

Exame da Época Especial

1ª Parte (101)

FOLHA DE RESPOSTAS

Nome____

Número de Aluno________________ Curso________________________

INSTRUÇÕES
Ponha uma cruz nos quadrados em branco, assinalando a resposta correcta.
Cada resposta correcta vale 0,80 valores e cada resposta errada desconta 0,20.

	a)	b)	c)	d)		a)	b)	c)	d)
1					6				
2					7				
3					8				
4					9				
5					10				

COMENTÁRIOS (Caso tenha dúvidas sobre a interpretação que deu às perguntas, use o espaço a seguir para as expôr)

1ª Parte (101)

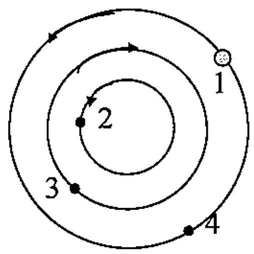
Questões

1. A aceleração dum corpo é dada por $\vec{a} = (4\vec{e}_y)\text{m/s}^2$. O corpo parte da origem das coordenadas com velocidade inicial, $\vec{v}_0 = (-2\vec{e}_y)\text{m/s}$. Qual das seguintes equações indica correctamente o vector posicional do corpo em unidades de m?

a) $\vec{r}(t) = (3t^2 + t^3)\vec{e}_x$ b) $\vec{r}(t) = 3\vec{e}_x + (-2t + 3t^2)\vec{e}_y$

c) $\vec{r}(t) = (-2t + 2t^2)\vec{e}_y$ d) $\vec{r}(t) = (-2t)\vec{e}_x + (-2t + 2t^2)\vec{e}_y$

2. As partículas representadas na figura, três com massa m (partículas 2, 3 e 4) e uma com massa $3m$ (partícula 1), fazem trajectórias circulares concêntricas de raios R (partícula 2), 2R (partícula 3), e 3R (partículas 1 e 4), com a mesma velocidade angular ω. Os sentidos de rotação são os indicados na figura.
Qual dos pares de partículas têm a mesmo valor de velocidade?



a) 1 e 4 b) 1 e 3 c) 2 e 4 d) 3 e 4

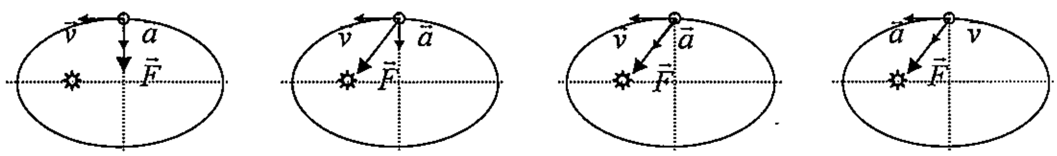
3. Relativamente ao enunciado e figura da questão 2, qual das partículas tem menor energia cinética?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

4. Relativamente ao enunciado e figura da questão 2, o momento angular do sistema de partículas tem o valor

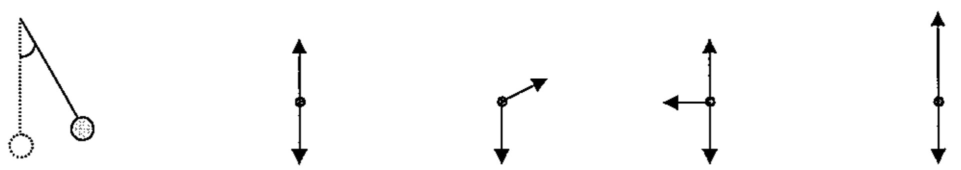
a) 31 $mR^2\omega$ b) 0 c) 41 $mR^2\omega$ d) 10 $mR^2\omega$

5. Considere o movimento um planeta sob a acção atractiva do Sol. Indique qual das figuras representa correctamente as relações entre força, aceleração e velocidade.



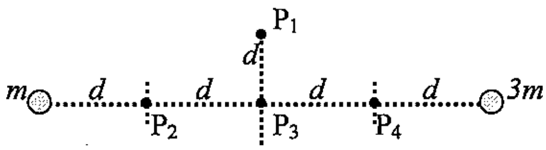
a) b) c) d)

6. Considere um corpo de massa m suspenso por um fio de comprimento ℓ. O corpo é abandonado sem velocidade inicial na posição representada na figura a cheio. Diga qual dos seguintes esquemas pode corresponder às forças que actuam sobre o corpo quando ele passa pela vertical, desprezando a resistência do ar.



a) b) c) d)

7. O centro de massa do sistema de duas partículas representado na figura fica no ponto:



a) P_1 b) P_2 c) P_3

d) P_4

8. A resultante das forças externas que actuam sobre dois corpos é nula. O corpo 1 colide com o corpo 2, inicialmente em repouso. Qual das situações após a colisão <u>não</u> é possível:

a) ambos ficam em repouso

b) ambos se movem na direcção e sentido da velocidade inicial do corpo 1

c) o corpo 2 move-se na direcção e sentido da velocidade inicial do corpo 1; o corpo 1 move-se na mesma direcção, mas sentido contrário

d) o corpo 2 move-se na direcção e sentido da velocidade inicial do corpo 1; o corpo 1 fica em repouso

9. Três bolas movem-se ao longo de um plano horizontal, com a mesma velocidade de translação. A bola 1 desliza, mas as bolas 2 e 3 rolam. As bolas 1 e 2 têm o mesmo raio e a mesma massa. A bola 3 tem também a mesma massa, mas o dobro do raio. Sabendo que o momento de inércia de uma esfera homogénea relativamente a um eixo que passe pelo seu centro é $I = \frac{2}{5}mR^2$, como se compara a energia cinética das bolas?

a) as bolas 2 e 3 têm a mesma energia cinética

b) as bolas 1 e 3 têm a mesma energia cinética

c) a bola 1 tem maior energia cinética

d) a bola 3 tem maior energia cinética

10. Indique qual das frases sobre movimento oscilatório harmónico é verdadeira.

a) A deslocação da partícula a partir do ponto de equilíbrio pode ser maior do que a amplitude do movimento.

b) A energia cinética é máxima na posição de equilíbrio.

c) A velocidade da partícula quando passa pela origem pode ser menor do que a velocidade inicial.

d) A velocidade da partícula na posição extrema negativa difere da velocidade na posição extrema positiva.

FISICA I – D– (2004/2005)

Exame de Época Especial

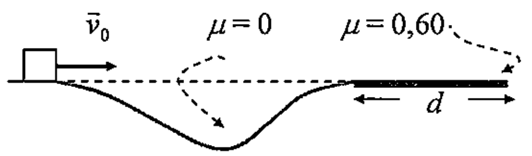
2ª Parte

[Esta parte para 12 valores é constituída por três problemas com as seguintes cotações: **1)** 4,5 valores: a) 1,0; b) 1,0; c) 1,5; d) 1,0; **2)** 3,5 valores: a) 1,5; b) 1,0; c) 1,0; **3)** 4,0 valores; 1,0 por alínea; *resolva cada um deles em folhas separadas, ou seja,* ***[quando começar um novo problema use uma nova folha do seu caderno de exame.]***

1. Um disco horizontal gira em torno de um eixo vertical passando pelo seu centro com uma velocidade angular $\omega = 3{,}0$ rad/s. Uma pequena semente está sobre o disco a 10 cm do centro e em repouso relativamente ao disco. Faça g = 10 m/s^2.

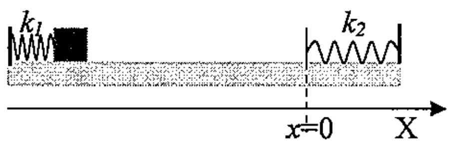
a) Quantas voltas dá a semente em 10 s ?
b) Determine a aceleração da semente.
c) Qual é o coeficiente de atrito estático mínimo entre a semente e o disco para esta não escorregar (não mudar a sua posição relativamente ao disco).
d) Considere o coeficiente de atrito igual ao calculado em b) e que aumentamos ligeiramente o valor da velocidade angular. Descreva o movimento sequente da semente em relação ao disco.

2. O corpo representado segue a trajectória curva, atingindo um nível igual ao do ponto de partida. Em todo o percurso curvo segue sem atrito. Entra depois num trajecto rectilíneo de atrito cinético igual a 0,6 (a risco grosso) e pára ao fim de uma distância percorrida igual a *d*. Considere $v_0 = 6{,}0$ m/s. Faça g = 10 m/s^2.



a) Determine *d*.
b) Determine a aceleração no troço com atrito.
c) Determine o tempo gasto nesta parte do trajecto.

3. Um corpo de massa *m* está encostado a uma mola de constante elástica k_1 e é largado de uma posição em que a mola tem uma compressão igual a *d*. Lançado contra a mola de constante k_2, fica colado a esta.



a) Determine a compressão máxima da segunda mola.
b) Determine a frequência e amplitude do movimento oscilatório harmónico simples subsequente.
c) Escreva uma equação que descreva correctamente o movimento (considere como instante inicial o instante de maior compressão da segunda mola, logo a seguir à colisão).
d) Determine a velocidade do corpo quando este ocupa a posição $x = 0$.

Dados: $m = 1{,}0$ *kg;* $k_1 = 100$ *N/m;* $d = 10$ *cm;* $k_2 = 25$ *N/m.*

Exame de Época Especial 2004 | 2005

1ª Parte

1. $\vec{a} = (4\,\vec{e_y})\ m/s^2$

$(0,0) \rightarrow$ Posição inicial

$\vec{v_0} = (-2\,\vec{e_y})\ m/s$

$\vec{r}(t) = ?$

$$v(t) = \vec{v_0} + \int \vec{a}(t)\,dt$$
$$= -2\vec{e_y} + \int (-4\vec{e_y})\,dt$$
$$= -2\vec{e_y} - 4t\,\vec{e_y} = (-2-4t)\,\vec{e_y}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r_0} + \int \vec{v}(t)\,dt$$
$$= \int (-2-4t)\,\vec{e_y}$$
$$= \left(-2t - \frac{4t^2}{2}\right)\vec{e_y}$$
$$= \left(-2t - 2t^2\right)\vec{e_y}$$

c

2. $m_2 = m_3 = m_4 = m$

$m_1 = 3m$

$r_2 = R$

$r_3 = 2R$

$r_1 = r_4 = 3R$

$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \omega$

Rotação

$v = \omega r$

$v_1 = v_4$

3. $E_{cR_1} = \frac{1}{2}\,3m\,\omega(3R)^2 = 13{,}5\ m\omega R^2$

$E_{cR_2} = \frac{1}{2}\,m\,\omega R^2 = 0{,}5\ m\omega R^2$

$E_{cR_3} = \frac{1}{2}\,m\,\omega(2R)^2 = 2\ m\omega R^2$

$$Ec_{R4} = \frac{1}{2} m \omega (3R)^2 = 4,5\ m \omega R^2$$

4. Momento angular

$$\vec{L} = \vec{m} \times \vec{r}$$

$$L_1 = 3m \times (3r)^2 = 27 m R^2$$

$$L_2 = m \times R^2 = m R^2$$

$$L_3 = m \times (2R)^2 = 4 m R^2$$

$$L_4 = m \times (3R)^2 = 9 m R^2$$

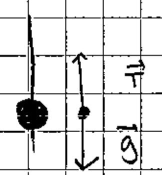
$$\vec{L_T} = \omega \sum \vec{L_i}$$

$$= \omega (27 m R^2 + m R^2 + 4 m R^2 + 9 m R^2)$$

$$= 41 m R^2 \omega$$

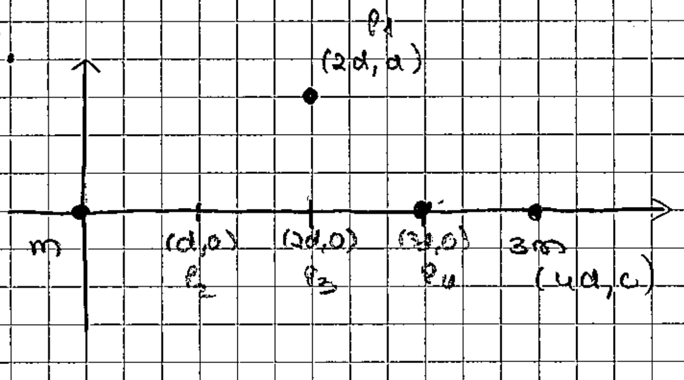
5. ~~(a)~~ ~~(b)~~ (c) (d)

6. Quando passa na vertical



a)

7.



$$x_{CM} = \frac{\cancel{m \times 0} + 3m \times 4d}{m + 3m} = \frac{12 md}{4m} = 3d$$

$$y_{CM} = \frac{m \times 0 + 3m \times 0}{4m} = 0$$

8. $\vec{F}_{R_{externas}} = 0$

$\Downarrow$

conservação do momento linear

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 \cancel{v_{2i}}^{0} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

~~(a)~~ ~~(b)~~ (c) ~~(d)~~

9. $v_t \rightarrow$ velocidade de translação

bola 1 desliza

bola 2 e 3 rolam

$r_1 = r_2 = r$

$m_1 = m_2 = m_3 = m$

$r_3 = 2r$

$I = \frac{2}{5} m R^2$

$$Ec_{R_2} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{5} m R^2 \omega^2$$

$$= \frac{1}{5} m R^2$$

$$Ec_{R3} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{5} m (2R)^2 \omega^2$$

$$= \frac{4}{5} m R^2 \omega^2$$

$$Ec_1 = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 = \frac{1}{2} M (\omega R)^2$$

$$= \frac{1}{2} M \omega^2 R^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 R^2$$

d) A bola 3 tem maior energia cinética

10. Movimento oscilatório harmónico

~~(a)~~ A deslocação da partícula a partir do ponto de equilíbrio é sempre menor ou igual à amplitude máxima do movimento.
F

(b) A energia cinética é máxima na posição de equilíbrio

~~(c)~~ A velocidade da partícula quando passa pela origem é nula.
F

$\vec{F}_{res} = 0$

Se parte do repouso
a v seria < 0

(d) A velocidade da partícula na posição extrema negativa não difere da velocidade na posição extrema positiva. Ambas são nulas.

Perguntas tipo exame

1. $x(t) = 7t - 3t^2 \quad m$

$a(2) = ?$

$v(t) = x'(t)$
$= (7t - 3t^2)'$
$= 7 - 6t$

$v(t) = v_0 + at$
$= 7 + (-6)t$

$a = -6 \ m/s^2$

$a(t) = v'(t)$
$= (7 - 6t)'$
$= -6 \ m/s^2$ → aceleração constante

2.
- A esfera exerce no bloco a força $\vec{P_e}$.
- A força que o bloco na superfície é a força do seu peso $\vec{P_b}$ + o peso da esfera $\vec{P_e}$.

$-\vec{F_e}_{bloco} = -\vec{P_b} + (-P_e) = -m_2 g + (-m_1 g)$
$= -g(m_2 + m_1)$

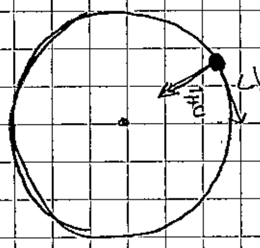
A força exercida pelo bloco na superfície é negativa logo a força exercida pela superfície no bloco é positiva e valor em módulo igual.

orientação do eixo y

$\vec{P}_{sup} = \| F_{e\,bloco} \|$
$= |-g(m_1 + m_2)|$
$= g(m_1 + m_2)$

\+

3.



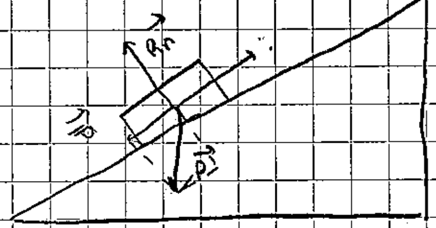
$\vec{v}$ constante $\Rightarrow$ $\vec{a}$ nula

$W_{\vec{F_c}} = \vec{F_c} \times d \times \cos\theta$

$= \vec{F_c} \times d \times \cancel{\cos 90^\circ}_{0}$

$= 0$

4.



$m = 4\ kg$

$v = 3\ m/s$

↓ v constante

$d = 3\ m$

$W = \Delta E_c$

$W = E_{cf} - E_{ci}$

$= \frac{1}{2} m \cancel{v_f^2}_{0} - \frac{1}{2} m v_i^2$

$= -\frac{1}{2} m v_i^2 = -\frac{1}{2} \times 4 \times 3^2$

$= -2 \times 9 = -18\ J$

5. Partícula livre

Momento angular $\vec{L} = 3\vec{e_y} \rightarrow$ constante

Logo Há conservação do momento angular

$\vec{\tau}_{res} = \frac{d\vec{L}}{dt} = (3\vec{e_y})' = 0$

↳ Se o τ_{res} que atua sobre um sistema é nulo, o momento angular L do sistema permanece constante.

(1) $\vec{L} = 3\vec{e_y}$ (igual)

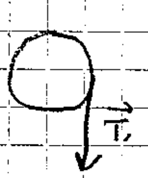
(2) conservação

6. $m = 10\ kg$

$r = \frac{D}{2} = \frac{0{,}40\ m}{2} = 0{,}20\ m$

$I = 0{,}40\ kg\ m^2$

(1) Roldana



$\tau = I\alpha$

$\Leftrightarrow T \times r = I \frac{a}{r}$

$\downarrow +$

sentido positivo do movimento

(2) Bloco

$\vec{P} + \vec{T} = m \times a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow mg - T = m \times a$

$\Leftrightarrow T = mg - ma$

$$\begin{cases} T \times r = I \frac{a}{r} \\ T = mg - ma \end{cases}$$

$\Leftrightarrow (mg - ma) r = I \frac{a}{r}$

$\Leftrightarrow mg r - ma r = I \frac{a}{r}$

$\Leftrightarrow ma r + \frac{I a}{r} = mg r$

$\Leftrightarrow a \left(m r + \frac{I}{r} \right) = mg r$

$\Leftrightarrow a = \frac{mg r}{\left(m r + \frac{I}{r} \right)}$

$\Leftrightarrow a = \frac{10 \times 10 \times 0{,}2}{10 \times 0{,}2 + \frac{0{,}4}{0{,}2}}$

$\Leftrightarrow a = \frac{20}{4}$

$\Leftrightarrow a = 5\ m/s^2$

7. bloco $m = 1,0\ kg$

$\mu_e = 0,12$

$\mu_c = 0,10$

$v_0 = 0\ m/s$ (repouso)

$D = 0,6\ m$

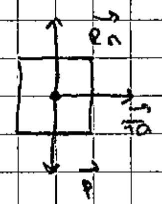
$d = 0,1\ m$

$g = 10\ m/s^2$

<u>Distância a percorrer</u>

$d_p = D - d = 0,6 - 0,1 = 0,5\ m$

$x(t) = 0,5 \Longrightarrow t^2 = ?$



$\leftarrow$ + deslocamento do bloco

$\vec{F}_{res,x} = \vec{F_a} = \mu_n \times \vec{F_N} = m \times a \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \dfrac{\mu_c \times \vec{F_N}}{m}$

$\vec{F}_{res,n} = 0$ (Porque o bloco está em equilíbrio)

$\vec{F_N} - \vec{P} = 0$

$\vec{F_N} = \vec{P} = mg$

$\Rightarrow a = \dfrac{\mu_c \times \cancel{m}g}{\cancel{m}} = \mu_c \times g$

$a = 0,1 \times 10 = 1\ m/s^2$

$v(t) = 0 + at$

$v(t) = t$

$x(t) = x_0 + \int v(t)\, dt$

$= \dfrac{t^2}{2} = 0,5 \Rightarrow t^2 = 1\ s$

2ª Parte

1. Disco horizontal

Torno do eixo vertical passando pelo centro

$\omega = 3,0$ rad/s

$d_{o,c} = 10$ cm $= 0,1$ m

$V_s = 0$ m/s (está em repouso)

$g = 10$ m/s^2

a) voltas?

$T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow$ é o tempo que o disco demora a dar uma volta completa

↓

é consequentemente a semente

1 volta $\longrightarrow T$ s

x voltas $\longrightarrow 10$ s

$$x = \frac{10}{T} = \frac{10}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{10\omega}{2\pi}$$

$$= \frac{10 \times 3}{2\pi} \approx 4,77 \text{ voltas} \approx 4 \text{ voltas completas}$$

b) Se a semente está em repouso sobre o disco só tem aceleração centrípeta.

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r = (3,0)^2 \times 0,1$$

$$= 0,9 \text{ m/s}^2$$

c) $\begin{cases} f_a = \mu_e F_N \\ f_a = m v^2 r \end{cases}$ (Momento angular)

$F_{res,x} = 0$ (porque está em equilíbrio)

$F_N - P = 0 \Leftrightarrow F_N = P = mg$

$\mu_e F_N = m v^2 r$

$\mu_e = \dfrac{m v^2 r}{F_N}$

$\mu_e = \dfrac{\cancel{m} v^2 r}{\cancel{m} g}$

$\mu_e = \dfrac{(\omega r)^2 r}{g}$

$\mu_e = \dfrac{\omega r^3}{g}$

$\mu_e = \dfrac{3{,}0 \times (0{,}1)^3}{10} = 0{,}0003$

a) $\mu_e = 0{,}0003$

$\omega \uparrow$

→ Se o μ_e mantém-se e a ω aumenta ligeiramente, a semente vai deslizar, e mais não digo porque não sei.

2. p_c – percurso curvilíneo

$\mu_{pc} = 0$

p_R – percurso rectilíneo

$\mu_{pR} = 0{,}6$

$v_0 = 6{,}0 \text{ m/s}$

$g = 10 \text{ m/s}^2$

a) $d = ?$

No p_c: conservação da energia mecânica (Não há forças dissipativas, nem forças exteriores ao sistema)

$E_{m_i} = E_{m_f}$

$E_{c_i} + \cancel{E_{p_i}}_{h=0} = E_{c_f} + \cancel{E_{p_f}}^{h=0}$

$\cancel{\tfrac{1}{2}} \cancel{m} v_i^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} \cancel{m} v_f^2$

$v_f = v_i = 6{,}0 \text{ m/s}$

No p8: $W_{\vec{Fa}} = \Delta Em$

$$W_{\vec{Fa}} = Em_f - Em_i$$

$$W_{\vec{Fa}} = (\underbrace{\cancel{E_{cf}}}_{v_f=0} + \underbrace{\cancel{E_{pf}}}_{h=0}) - (E_{ci} + \underbrace{\cancel{E_{pi}}}_{h=0})$$

$$W_{\vec{Fa}} = -E_{ci}$$

$$\vec{Fa} \times d \times \cos\theta = -E_{ci}$$

$$\mu \vec{F_N} \times d \times \cos\theta = -E_{ci}$$

$$\mu \cancel{m} g \times d \times \cos\theta = -\frac{1}{2}\cancel{m} v_i^2$$

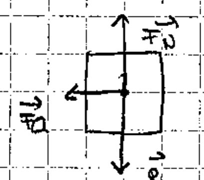
$$d = \frac{-v_i^2}{2\mu g \cos\theta}$$

$$d = \frac{-6^2}{2 \times 0,6 \times 10 \times \cos 180^\circ}$$

$$d = \frac{-36}{-12}$$

$$d = 3 \text{ m}$$

b) $F_{res_x} = m \times a \rightarrow$ 2ª Lei de Newton



$$-\vec{Fa} = m \times a$$

$$-\mu F_N = m \times a$$

$$-\mu \cancel{m} g = \cancel{m} \times a$$

$$a = -\mu g$$

$$a = -0,6 \times 10$$

$$a = -6 \text{ m/s}^2$$

c) Variação do momento linear

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{F_{res}} \times \underbrace{\cancel{\Delta t}}_{t_i=0} = \underbrace{\cancel{p_f}}_{v_f=0} - p_i$$

$$-\cancel{m} \times a \times t = -\cancel{m} v_i$$

$$t = \frac{-v_i}{-a} = \frac{6}{6} = 1 \text{ s}$$

Perguntas das aulas teórico-práticas

1. 2 bolas de massa m

(i) Lançamento queda-livre
(ii) Lançamento vertical

$\left.\right\}$ h, v_0

Resistência do ar desprezável → Não há forças dissipativas nem exteriores ao sistema → Conservação da energia mecânica

(i) e (ii)

$$Em_i = Em_f$$

$$Ec_i + Ep_i = Ec_f + Ep_f$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_i^2 + \cancel{m}gh_i = \frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 + \cancel{mgh_f}$$

$h = 0$

$$v_f^2 = \cancel{2}\left(\frac{1}{\cancel{2}}v_i^2 + h_i\right)$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2h}$$

→ Ambas as bolas atingem o solo com a mesma velocidade final

2. Lançamento vertical

h_{max} — $v = 0$ $g \neq 0$

h — lançamento $v_0 \neq 0$ $g \neq 0$

0 — $v = 0$ $g \neq 0$

3. 2 bolas de massa m

lançamento vertical altura h

$v_{0_1} = 2v_{0_2}$

Resistência do ar desprezável $\Rightarrow Em_i = Em_f$

(i) <u>Alcance</u>

$$R_1 = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen}(2\theta)_0$$

$$= \frac{(2v_0)^2}{g} \operatorname{sen}(2\theta)_0$$

$$= \frac{4v_0^2}{g} \operatorname{sen}(2\theta)_0$$

$$R_2 = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen}(2\theta)_0$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{4v_0^2}{g} \cancel{\operatorname{sen}(2\theta)_0}}{\frac{v_0^2}{g} \cancel{\operatorname{sen}(2\theta)_0}} = 4$$

$$R_1 = 4R_2$$

(ii) <u>Tempo de voo</u>

$$y = \cancel{y_0}^{0} + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \longrightarrow a = -g = -10\,m/s^2$$

$$y_1 = 2v_0 t - 5t^2$$

$$y_1 = 0 \Leftrightarrow 2v_0 t - 5t^2 = 0$$

$$t(2v_0 - 5t) = 0$$

$$t = 0 \vee 2v_0 - 5t = 0$$

$$5t = 2v_0$$

$$t = \frac{2}{5} v_0$$

$$t_1 = 0{,}4\,v_0$$

$$y_2 = v_0 t - 5t^2$$

$$y_2 = 0 \Leftrightarrow v_0 t - 5t^2 = 0$$

$$t(v_0 - 5t) = 0$$

$$t = 0 \lor v_0 - 5t = 0$$

$$5t = v_0$$

$$t = \frac{v_0}{5}$$

$$t_2 = 0{,}2\, v_0$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{0{,}4\, \cancel{v_0}}{0{,}2\, \cancel{v_0}} = 2$$

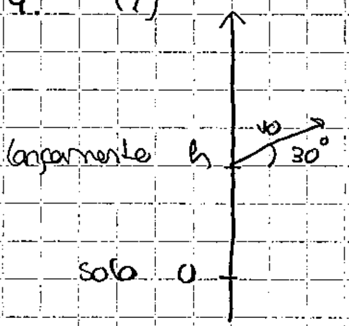
$$t_1 = 2 t_2$$

$> v_0$

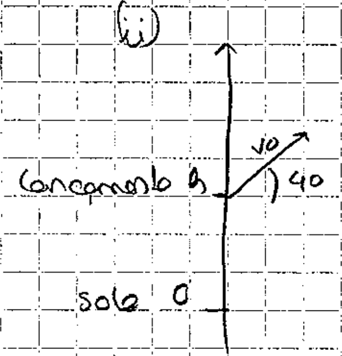
$$t_2 = \frac{t_1}{2}$$

$< v_0$

4. (i)



(ii)



$$\underbrace{y}_{\substack{0 \\ \text{(quando chega ao solo)}}} = \underbrace{y_0}_{\substack{h \\ \text{de lançamento}}} + \underbrace{v_{0y}}_{v_0 \operatorname{sen}\theta} t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad a = -g = -10\ m/s^2$$

$$y = 0 \Leftrightarrow h + v_0 \operatorname{sen}\theta\, t - 5t^2 = 0$$

$$5t^2 - v_0 \operatorname{sen}\theta\, t - h = 0$$

$a = 5$
$b = -v_0 \operatorname{sen}\theta$
$c = -h$

$$t = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta \pm \sqrt{v_0^2 \operatorname{sen}\theta^2 - 4 \times 5 \times (-h)}}{10}$$

$$t = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta \pm \sqrt{v_0^2 \operatorname{sen}\theta^2 + 20h}}{10}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\dfrac{v_0 \operatorname{sen}\theta + \sqrt{v_0^2 \operatorname{sen}\theta^2 + 20h}}{\cancel{10}}}{\dfrac{v_0 \operatorname{sen}\theta + \sqrt{v_0^2 \operatorname{sen}\theta^2 + 20h}}{\cancel{10}}}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta + \sqrt{v_0^2 \operatorname{sen}\theta^2 + 20h}}{v_0 \operatorname{sen}\theta + \sqrt{v_0^2 \operatorname{sen}\theta^2 + 20h}}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v_0 \operatorname{sen}(30) + \sqrt{v_0^2 \operatorname{sen}(30)^2 + 20h}}{v_0 \operatorname{sen}(40) + \sqrt{v_0^2 \operatorname{sen}40^2 + 20h}}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{0{,}5 v_0 + \sqrt{0{,}25 v_0^2 + 20h}}{0{,}64 v_0 + \sqrt{0{,}41 v_0^2 + 20h}}$$

Considerando (p.e) $v_0 = 50$ m/s
$h = 10$ m/s

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{53{,}2}{67} = 0{,}8$$

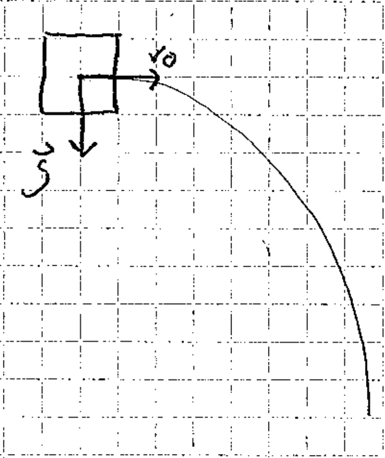
$t_1 = 0{,}8\, t_2 \implies$ A bola lançada na direcção 040 chega mais depressa ao solo.

5. Lançamento de um volume por um avião

$h_{lançamento} = h$

$v_{avião} =$ constante $\implies$ v_i da carga

No instante em que sai do avião



— A carga descreve uma trajectória parabólica definida pela aceleração da gravidade, pela velocidade do avião e pela altitude

6. bola 1 e bola 2

$m_1 = m$

$m_2 = 2m$

Lançamento vertical → queda livre

Resistência do ar desprezável

Tempo a chegar ao solo

$y = \cancel{y_0} + \cancel{v_0}t + \frac{1}{2} a t^2$

→ As bolas chegam ao solo ao mesmo tempo pois o tempo a chegar ao solo não depende da massa das bolas

$y = \frac{1}{2} a t^2$

$t^2 = \sqrt{\frac{2y}{a}}$

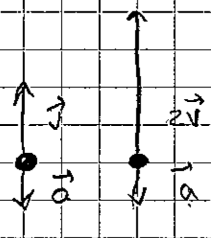
7. Lançamento vertical

Depois do lançamento

↳ velocidade diminui

mas não é uniformemente

8.



$\vec{F_R} = \vec{P} = mg$

não depende da velocidade

As forças resultantes aplicadas nas duas bolas são iguais