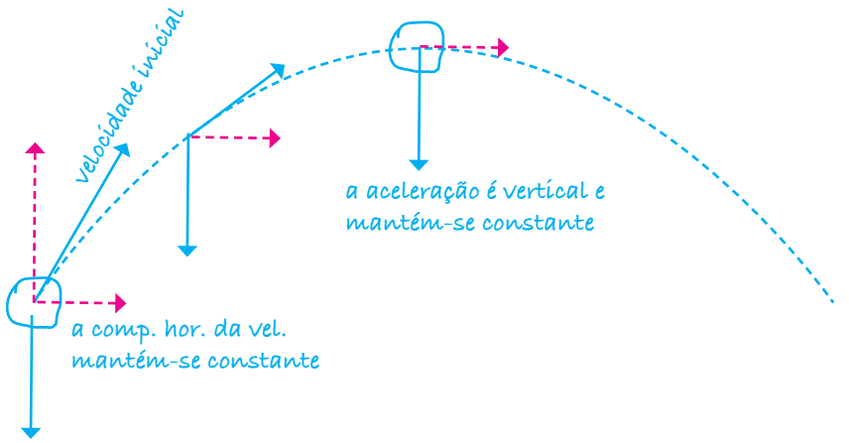
FISICA (2009/2010)
Informática
Exame de Época Normal - 1ª Parte

1. Um projéctil é lançado com velocidade inicial fazendo um ângulo entre 0° e 90° (inclusive) com a horizontal. Qual das afirmações seguintes é falsa?
a) Pode existir um ponto da trajectória em que os vectores velocidade e aceleração são paralelos um ao outro.
b) Pode existir um ponto da trajectória em que os vectores velocidade e aceleração são perpendiculares um ao outro.
c) Existe um ponto da trajectória em que a componente vertical da velocidade é igual a zero.
d) Existe um ponto da trajectória em que a aceleração é igual a zero.



a) Verdadeira. Para isso acontecer, a velocidade teria de ser vertical. Como se admite ângulos de lançamento de 90°...
b) Verdadeira. No ponto mais alto da trajectória, quando o lançamento não é vertical.
c) Verdadeira. No ponto mais alto da trajectória...
d) Falsa. A aceleração é sempre constante e vertical, para baixo.

2. A aceleração dum corpo é dada por $\vec{a} = 6t\,\vec{i}\ \text{m/s}^2$. O corpo parte da origem das coordenadas com velocidade inicial, $\vec{v}_0 = (3\,\vec{j})\,\text{m/s}$. Qual das seguintes equações indica correctamente o vector posicional do corpo em unidades de m?

a) $\vec{r}(t) = t^3\,\vec{i} + 3t\,\vec{j}$

b) $\vec{r}(t) = 6t\,\vec{i} + 3\,\vec{j}$

c) $\vec{r}(t) = 3t^2\,\vec{i} + 3t\,\vec{j}$

d) $\vec{r}(t) = (3 + 3t^2)\,\vec{i} + 3t\,\vec{j}$

$$\vec{a} = 6t\,\vec{i}$$

$$\vec{v} = \int \vec{a}\,dt + \vec{v}_0$$

$$= \int 6t\,dt\,\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$= 6\int t\,dt\,\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$= 6 \times \frac{1}{2} \times t^2\,\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$= 3t^2\,\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$\vec{r} = \int \vec{v}\,dt + \vec{r}_0$$

$$= \int 3t^2\,dt\,\vec{i} + \int 3\,dt\,\vec{j} + 0\,\vec{i} + 0\,\vec{j}$$

$$= 3 \times \frac{1}{3} \times t^3\,\vec{i} + 3t\,\vec{j}$$

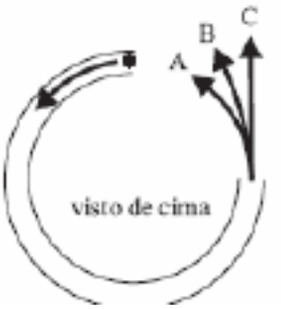
$$= t^3\,\vec{i} + 3t\,\vec{j}$$

Verifique, derivando duas vezes...

3. Um tubo oco está dobrado de modo a formar três quarto
circunferência horizontal. Uma bola é lançada através do t
velocidade de módulo elevado. Despreze o atrito e a resis
ar. Quando a bola emerge da outra extremidade, segue a tr

a) A b) B c) C

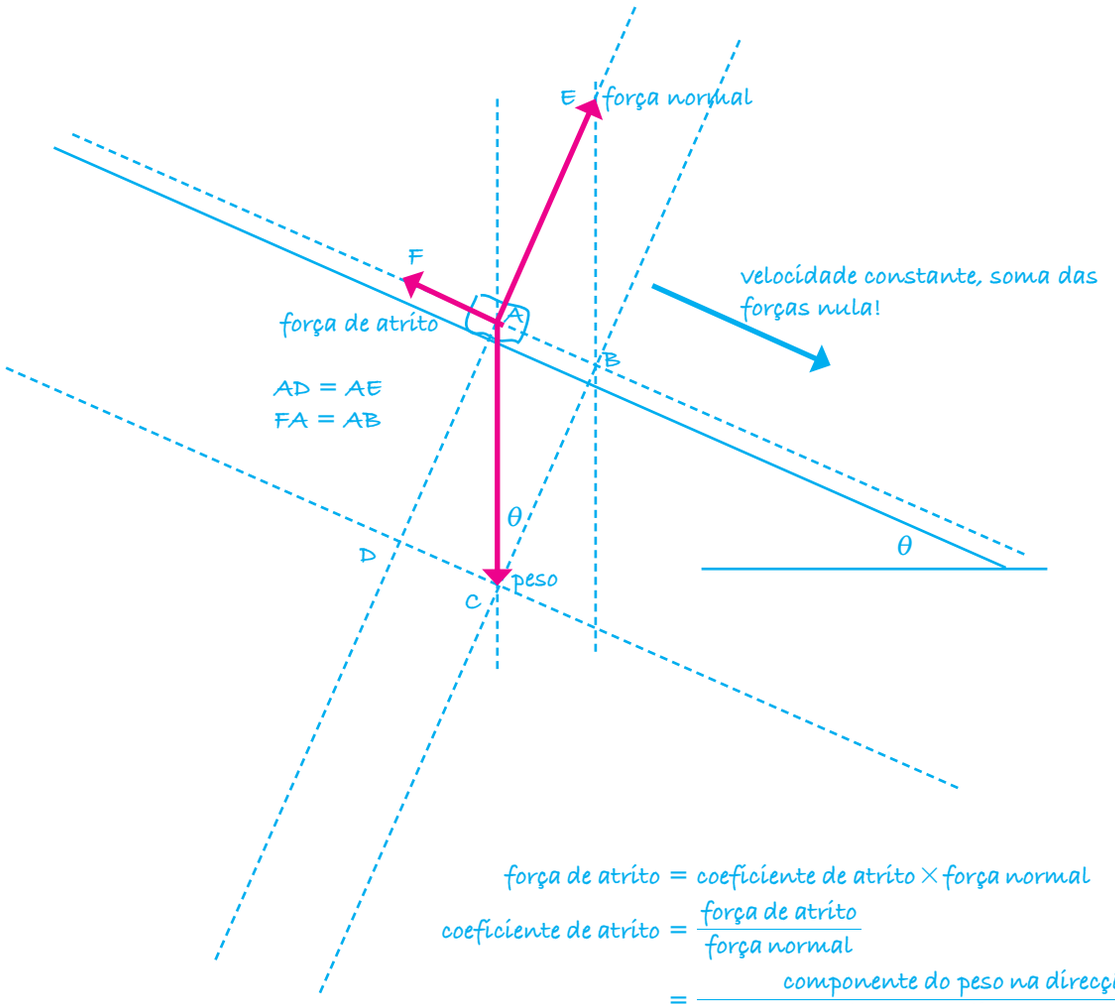
d) Não tem dados suficientes para responder.



A bola sai com a velocidade que tem no final do tubo, que é tangente à trajectória: C

4. Um bloco de massa m desce com velocidade constante um plano inclinado que faz um ângulo θ com a horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o plano inclinado e o bloco é de:

a) $mg\text{sen}\,\theta$ b) $mg\cos\theta$ c) $\tan\theta$ d) $1-\cos\theta$



força de atrito = coeficiente de atrito × força normal

$$\text{coeficiente de atrito} = \frac{\text{força de atrito}}{\text{força normal}}$$

$$= \frac{\text{componente do peso na direcção do plano}}{\text{componente do peso na direcção perpendicular ao plano}}$$

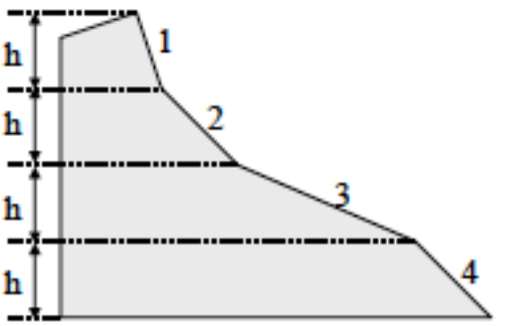
$$= \frac{AB}{AD}$$

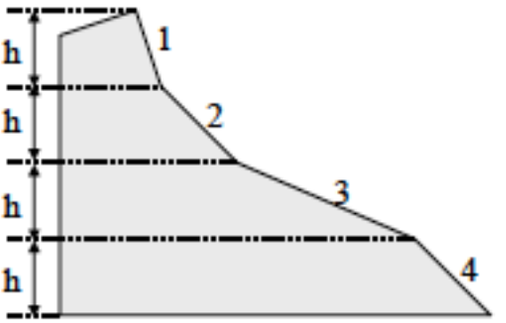
$$= \tan\theta$$

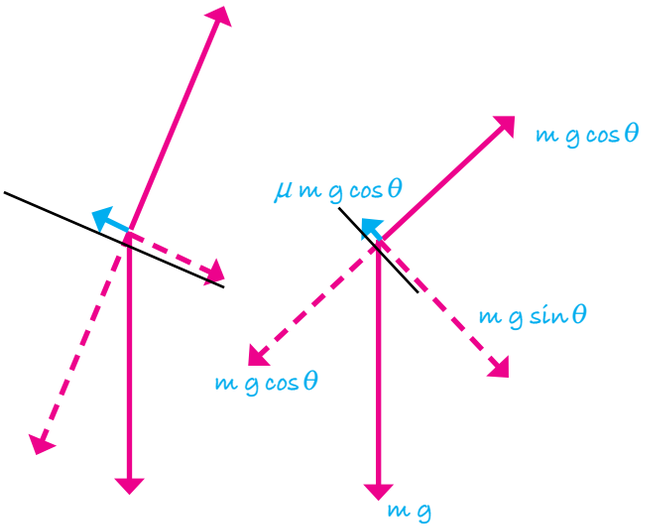
5. Um esquiador desce as encostas 1, 2, 3 e 4 com inclinações diferentes. Em 1 e 2, o gelo está firme e ele desliza praticamente sem atrito. Em 3 e 4 o coeficiente de atrito cinético é de 0,1. Assinale qual das respostas indica correctamente a ordenação das encostas por ordem <u>crescente</u> do aumento da velocidade do esquiador.

a) 3=4, 1=2 b) 1=2=3=4

c) 4, 3, 2, 1 d) 3, 4, 1=2







havendo conservação de energia mecânica (não há atrito):

$$m\,g\,h = \frac{1}{2} m\,v^2$$

$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

logo, "1" = "2"

nas partes "3" e "4" do percurso, a resultante das forças é :

$$m\,g\,\sin\theta - \mu\,m\,g\,\cos\theta$$

o trabalho da resultante é (sendo d o comprimento do percurso)

$$W = (m\,g\,\sin\theta - \mu\,m\,g\,\cos\theta)\times d$$

$$= (m\,g\,\sin\theta - \mu\,m\,g\,\cos\theta)\times \frac{h}{\sin\theta}$$

$$= m\,g\,\sin\theta \times \frac{h}{\sin\theta} - \mu\,m\,g\,\cos\theta \times \frac{h}{\sin\theta}$$

$$= m\,g\,h - \mu\,m\,g\,h\,\frac{1}{\tan\theta}$$

$$= m\,g\,h\left(1 - \frac{\mu}{\tan\theta}\right)$$

o trabalho da resultante é igual à variação da energia cinética.

Aumentando o ângulo (mantendo-se inferior a 90°), aumenta a tangente do ângulo e diminui a fracção μ/tanθ

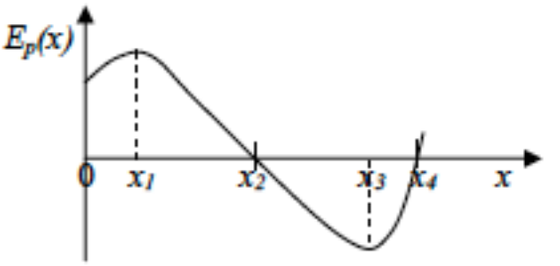
Logo, (1-μ/tanθ) aumenta e, portanto, a variação de energia cinética aumenta também.

a sequência é, pois, "3", "4", "2"="1"

6. O gráfico da figura representa a variação da energia potencial $E_p(x)$, a que uma partícula está sujeita, com a variável x. A partícula está em equilíbrio estável no ponto:

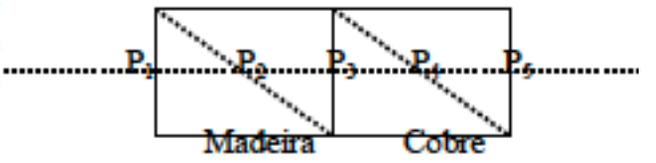
a) x_1 b) x_2

c) x_3 d) x_4



É no ponto x_3 que a partícula está em equilíbrio estável: tem energia potencial mínima.

7. O corpo representado é formado por duas partes de igual volume, uma de madeira e outra de cobre (o cobre é mais denso que a madeira). O centro de massa deste corpo está:



a) entre P_1 e P_2
b) entre P_2 e P_3
c) entre P_3 e P_4
d) entre P_4 e P_5

Se os corpos tivessem igual densidade, o CM estaria em P_3. Assim, como o cobre é mais denso, o CM está mais próximo de P_4, entre P_3 e P_4.

8. Uma roda, girando inicialmente a uma velocidade angular de 27 rad/s, abranda com uma aceleração angular dada por $3t^2$ rad/s^2. A velocidade angular em rad/s ao fim de 2 s é:

a) 12
b) 3
c) 0
d) 19

aceleração angular = $3t^2$ (rad/s) /s para o lado oposto à velocidade angular inicial

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\omega = \int \alpha dt + \omega_o$$

$$= \int (-3t^2) dt + 27$$

$$= -3 \int t^2 dt + 27$$

$$= -3 \times \frac{1}{3} t^3 + 27$$

$$= -t^3 + 27$$

velocidade angular ao fim de 2 s $= -2^3 + 27$

$$= -8 + 27$$

$$= 19 \text{ rad/s}$$

9. No movimento oscilatório harmónico de um corpo com frequência angular dada por $\omega = \sqrt{3}$ rad/s, qual das relações seguintes indica correctamente a relação entre a aceleração do corpo e a sua posição?

a) $a = -3x$ b) $a = -\sqrt{3}\ x$ c) $a = +3x$ d) $a = +\sqrt{3}\ x$

$F_x = -kx$

$a_x = \frac{-kx}{m}$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\omega^2 m = k$

$a_x = \frac{-\omega^2 m x}{m}$

$= -\omega^2 x$

$\omega = \sqrt{3}$

$a_x = -(\sqrt{3})^2 x$

$= -3x$

10. Duas estrelas têm na situação inicial energia cinética nula, energia potencial igual a U_i e estão a uma distância D uma da outra. Sob a acção da interacção gravitacional avançam uma para a outra. Escolha a resposta que indica correctamente a que distância estão quando a soma das suas energias cinéticas é igual a $|U_i|/2$.

a) D/4 b) D/2 c) D/3 d) 2D/3

A força gravitacional entre as estrelas é inversamente proporcional ao quadrado da distância D.

Mas a energia potencial gravitacional é inversamente proporcional à distância D.

Assim, diminuindo a energia potencial para metade, a distância D diminui para metade.

Questão 1 (23) (Cotações: a) 2,0; b) 1,0; c) 1,0; d) 1,0)
Considere um bloco que desliza sobre um trilho com uma velocidade de 4,0 $m.s^{-1}$, desce uma distância h conforme ilustra a figura abaixo. O trilho não tem atrito, excepto na porção horizontal inferior onde o bloco desliza uma certa distância d até parar devido ao atrito. Considere a distância h igual a 45 cm e o coeficiente de atrito 0,15 e $g = 10\ m.s^{-2}$:

a) Usando considerações relativas a conservação da energia mecânica, num só passo de raciocínio (isto é considerando como situação inicial a representada e como final o corpo parado após o percurso) determine d.
b) Determine o valor da velocidade do corpo no início do percurso com atrito.
c) Identifique as forças que actuam sobre o corpo no trajecto rectilíneo final e determine o valor da aceleração neste trajecto.
d) Determine o tempo gasto no trajecto rectilíneo final.

a)

energia mecânica no topo do trilho = energia mecânica no fim do trilho inclinado

energia mecânica no topo do trilho

$$\frac{1}{2} m v^2 + m g h = \frac{1}{2} m \times 4.0^2 + m \times 10 \times 0.45$$
$$= 8\,m + 4.5\,m$$
$$= 12.5\,m$$

energia mecânica no fim do trilho inclinado (m = massa do corpo)

$$= 12.5\,m$$

energia mecânica no fim do trilho inclinado = energia dissipada no trilho horizontal

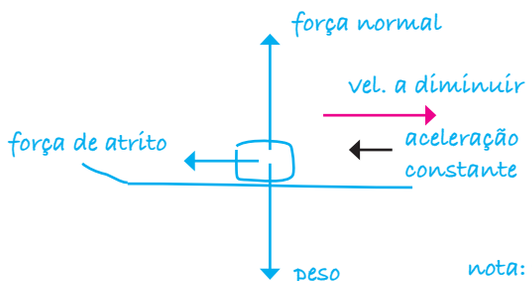
energia dissipada no troço horizontal = - trabalho da força de atrito

$$12.5\,m = -\text{força de atrito} \times d \times \cos 180°$$
$$12.5\,m = -\mu \times \text{força normal} \times d \times \cos 180°$$
$$12.5\,m = -0.15 \times m\,g \times d \times (-1)$$
$$12.5 = 0.15 \times 10 \times d$$
$$d = \frac{12.5}{1.5}$$
$$= 8.3 \text{ metros}$$

b)

$$\frac{1}{2} m v_{topo}^2 + m g h = \frac{1}{2} m v^2 + 0$$
$$\frac{1}{2} m\, 4.0^2 + m\, 10 \times 0.45 = \frac{1}{2} m v^2$$
$$\frac{1}{2} 4.0^2 + 10 \times 0.45 = \frac{1}{2} v^2$$
$$8 + 4.5 = \frac{1}{2} v^2$$
$$v = \sqrt{25}$$
$$= 5\ m/s$$

c)
d)



para movimentos com aceleração constante, tem-se:

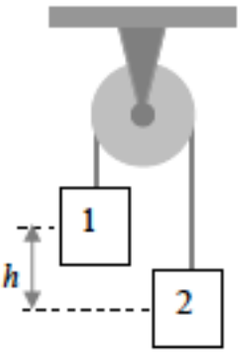
$$v_x^2 = v_{ox}^2 + 2a_x(x - x_o)$$
$$0 = 5^2 + 2a_x \times 8.33$$
$$a_x = -\frac{25}{16.666}$$
$$= -1.5\ (m/s)/s$$

para movimentos com aceleração constante, tem-se:

$$x = x_o + v_{ox} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$
$$\frac{12.5}{1.5} = 0 + 5\,t + \frac{1}{2}(-1.5)^2 t$$
$$t = 3.33\ s$$

nota: referencial Ox horizontal, a apontar para a direita, origem no início do plano horizontal

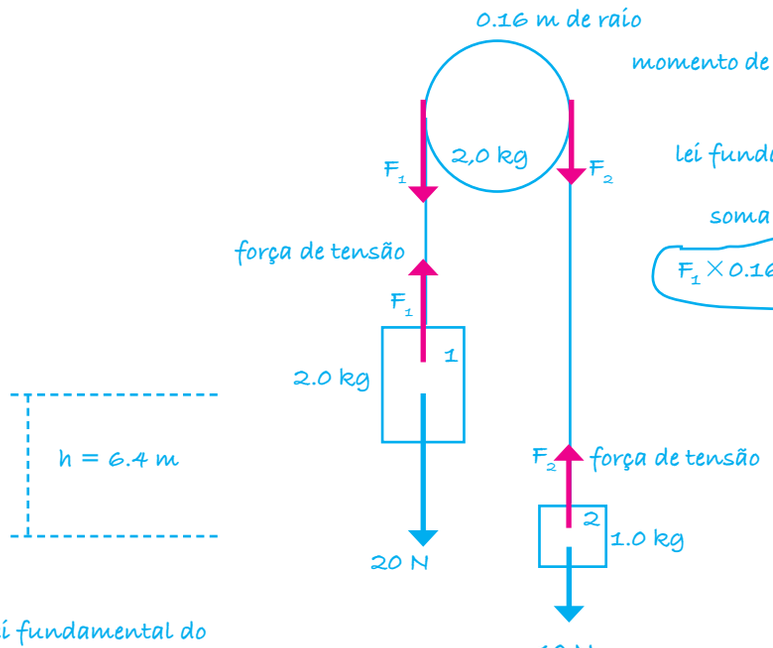
Questão 2 (23) (Cotações: a) 2,0; b) 1,5; c) 0,75; d) 0,75)
Um corpo 1 com massa de 2,0 kg e outro corpo 2 com massa de 1,0 kg estão suspensos por uma roldana que tem de raio 16 cm e massa de 2,0 kg, como se mostra na figura. A corda tem massa negligível e faz rodar a roldana sem escorregar. A roldana roda sem atrito. Os corpos partem do repouso quando distam h um do outro. Considere a roldana como um disco uniforme ($I = MR^2/2$), $h = 6{,}4$ m e $g = 10\text{m/s}^2$.



a) Determine a aceleração dos dois corpos.
b) Determine a velocidade dos dois corpos quando passam um pelo outro e a energia cinética do sistema. [Repare que o deslocamento de cada corpo não será h]
c) Quanto tempo passa desde o instante inicial até à situação referida em b).
d) Qual o deslocamento angular da roldana nesse intervalo de tempo.

a)

análise global do problema...



momento de inércia da roldana $I = \frac{m\,r^2}{2}$

lei fundamental do movimento (circular), roldana

soma dos torques = momento de inércia × aceleração angular

$F_1 \times 0.16 - F_2 \times 0.16 = \frac{m\,0.16^2}{2} \times \alpha$

relação entre aceleração angular e aceleração (de translação do CM):

$a = \alpha\, r$

$a = \alpha\, 0.16$

lei fundamental do movimento, corpo 1

soma das forças = massa × aceleração

$20 - F_1 = 2.0\, a$

lei fundamental do movimento, corpo 2

soma das forças = massa × aceleração

$F_2 - 10 = 1.0\, a$

sistema de equações:

$$\begin{cases} 20 - F_1 = 2.0\, a \\ F_2 - 10 = 1.0\, a \\ 0.16\, F_1 - 0.16\, F_2 = \frac{2.0 \times 0.16^2}{2}\alpha \\ a = \alpha\, 0.16 \end{cases}$$

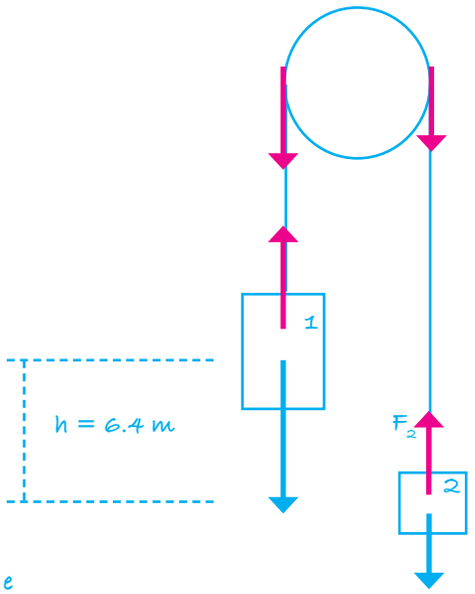
solução do sistema de equações:

$$\begin{cases} F_1 = 15 \\ F_2 = 12.5 \\ a = 2.5 \\ \alpha = 15.6 \end{cases}$$

IMPORTANTE:
estas soluções fazem sentido!
corpo 1:
resultante das forças = 20 - 15, para baixo!
corpor 2:
resultante das forças: 12.5 - 10 = 2.5 para cima!

disco:
roda no sentido directo, porque F_1 é maior que F_2

b)
c)
d)



adoptando um referencial Oy com origem na posição inicial do corpo 1 e apontando para cima:

equações de movimento para o corpo 1

$$y = \frac{1}{2}(-2.5)t^2$$

$$v_y = -2.5\ t$$

equações de movimento para o corpo 2

$$y = -6.4 + \frac{1}{2}2.5\ t^2$$

$$v_y = -2.5 \times 1.6 = -4.0\ m/s$$

$$v_y = 2.5\ t$$

quando passam um pelo outro, estão na mesma coordenada y:

$$\frac{1}{2}(-2.5)t^2 = -6.4 + \frac{1}{2}2.5\ t^2$$

resolvendo, obtém-se a seguinte solução positiva: $t = 1.6\ s$

passam um pelo outro ao fim de $t = 1.6\ s$

velocidade ao fim de $t = 1.6\ s$

para o corpo 1

$$v_y = -2.5 \times 1.6 = -4.0\ m/s$$

para o corpo 2

$$v_y = 2.5\ t = 4.0\ m/s$$

IMPORTANTE: estas soluções fazem sentido! A aceleração dos dois corpos é igual...

deslocamento angular ao fim de $t = 1.6\ s$

$$\theta = \frac{1}{2}15.6\ t^2$$

$$= \frac{1}{2}15.6 \times (1.6)^2$$

$$= 20.0\ rad$$