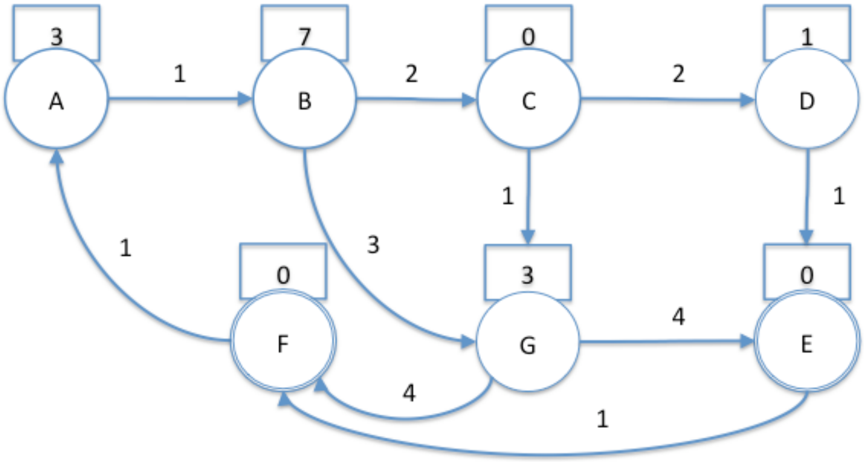
GRUPO I

I.1) Considere o seguinte grafo de estados de um problema de procura. Os valores apresentados nos arcos correspondem ao custo do operador (acção) respetivo, enquanto os valores nos rectângulos correspondem ao valor da heurística. Os estados objectivos são o E e o F. Não se representam os nomes dos operadores, correspondendo cada arco a um operador distinto. Justifique se a heurística é consistente e admissível.



I.2) Considere novamente o grafo da questão 1. Apresente o conteúdo da fronteira (lista aberta) e expandidos (lista fechada) ao longo das iterações do algoritmo de procura A* em **grafos**, partindo do estado inicial A; coloque entre parêntesis o valor da função de avaliação para cada nó. Indique a solução obtida e o custo respetivo.

Espaço de rascunho:

I.3) Considere a seguinte função f de domínio $X \times Y$ com $X = Y = \{1,2,3,4,5\}$ e contra-domínio $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ definida através da tabela abaixo. Pretende-se maximizar a função f recorrendo ao algoritmo trepa colinas sem movimentos laterias (Hill-climbing) em que um estado (configuração) é definido por um par de números inteiros. A vizinhança de um estado é constituída pelos estados imediatamente adjacentes, excluindo diagonais. Indique quais os valores possíveis para x, y e z (todos diferentes de 7) de forma a que o algoritmo possa atingir um máximo global partindo de qualquer estado com Y=5 (da linha inferior). Há garantia de se encontrar sempre o máximo global nas circunstâncias anteriores? Justifique a sua resposta.

Y \ X	1	2	3	4	5
1	1	6	5	7	0
2	3	z	5	6	0
3	0	y	4	1	0
4	x	2	y	0	1
5	0	1	2	1	0

I.4) Sejam X, Y e Z variáveis inteiras, sujeitas às seguintes restrições $X > Y^2+1$ e $X > Z$. Sabe-se que a variável X pode tomar os valores $\{1,7\}$, a variável Y os valores $\{0,1,2\}$ e a variável Z os valores $\{2,3\}$. Justifique que o problema tem uma estrutura arbórea e recorra ao algoritmo estudado para este caso para encontrar uma solução.

I.5) O jogo do 21 para dois jogadores começa com o primeiro jogador a dizer "1". Seguidamente cada jogador, alternadamente, aumenta o valor anterior de 1, 2 ou 3 unidades sem nunca exceder 21. O jogador obrigado a dizer 21 perde. Um jogo completo pode ser encontrado na tabela abaixo, perdendo o jogador A.

Jogador	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A
Jogada	1	2	1	3	1	2	3	3	1	3	1
Soma	1	3	4	7	8	10	13	16	17	20	21

Recorrendo ao algoritmo MINIMAX, demonstre que a situação para o jogador A está perdida a partir do momento em o jogador B obteve a soma de 16, se o jogador B não se enganar.

Nota: Pode omitir ramos das árvores caso possa concluir imediatamente qual o valor MINIMAX de um determinado nó, explicando porquê.

Curiosidade: O jogador A perde sempre desde que o jogador B jogue de forma a obter um múltiplo de 4.

Espaço de rascunho:

I.6) Considere instâncias dos predicados unários ***equipa(Eq)***, ***jogador(Jog,Eq)*** e o predicado binário ***país_de(JogOuEquipa,País)*** num programa P em linguagem SMODELS. Apresente uma restrição na linguagem SMODELS garantindo que em todos os modelos "Existe uma equipa portuguesa em que todos os jogadores são portugueses". Utiliza a constante **pt** para representar o país Portugal. Caso entenda necessário, poderá utilizar predicados auxiliares.

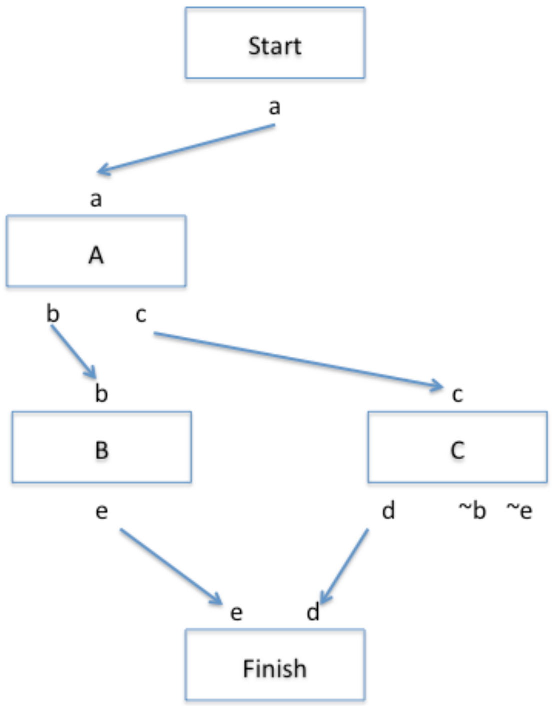
I.7) Seja Q o programa em lógica normal listado abaixo. Indique, caso exista, um modelo estável do programa Q. Justifique a sua resposta.

```
a :- not b.
b :- not a.
d :- a, not e.
e :- not d.
```

I.8) Seja **T** a teoria em lógica de primeira ordem formada pelas seguintes três fórmulas: $\forall_x \exists_y (pessoa(x) \Rightarrow mãe(y,x))$, $\forall_x \left(pessoa(x) \Longrightarrow (homem(x) \vee mulher(x))\right)$ e $\forall_x \forall_y (mãe(y,x) \Rightarrow \neg homem(y))$. Demonstre pelo método de resolução que a fórmula $[\exists_x (pessoa(x))] \Rightarrow [\exists_x (mulher(x))]$ é uma consequência lógica de **T**, explicitando as unificações efectuadas.

Espaço de rascunho:

I.9) Considere o seguinte plano POP incompleto na figura. Demonstre recorrendo ao algoritmo POP que o plano é inconsistente.



I.10) Considere-se o seguinte conjunto de 4 exemplos para o conceito **Vender**. Apresente a árvore de decisão construída pelo algoritmo de indução de árvores de decisão (DTL ou ID3). Justifique sem efetuar cálculos.

Exemplo	Atributos			Vender?
	A	B	C	
1	a	1	1	Sim
2	b	2	1	Não
3	b	1	3	Não
4	a	2	2	Sim

Espaço de rascunho:

GRUPO II

Os veículos nas estradas portuguesas circulam 80% durante o dia e 20% durante a noite. Das infrações detetadas pelas forças policiais durante o dia cerca de 20% deve-se a excesso de álcool e 20% a excesso de velocidade. Durante a noite, os valores anteriores sobem para 30% e 40%, respetivamente. Das infrações por excesso de álcool 40% resulta em prisão do condutor, enquanto o excesso de velocidade resulta em detenção em 20% das situações, mas os condutores nunca são presos no caso de infrações de estacionamento. Todas as infrações por excesso de álcool originam uma coima, enquanto que 80% das infrações de estacionamento e por excesso de velocidade dão origem a uma coima. Quando há lugar a coima 90% delas são efetivamente pagas pelo condutor; obviamente quando o condutor não é autuado não há lugar a qualquer pagamento.

II.1) Modele a situação anterior com uma rede de Bayes, indicando as variáveis aleatórias, seus domínios, topologia da rede e tabelas de probabilidade condicionada.

II.2) Calcule a probabilidade de um condutor ter cometido uma infração por excesso de álcool sabendo-se que foi autuado (existiu uma coima) e foi preso.

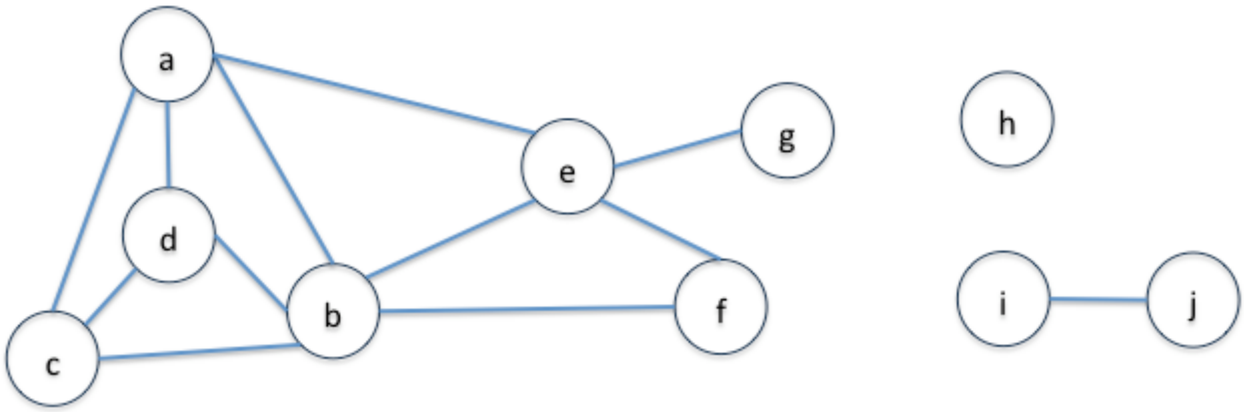
II.3) Determine a probabilidade de simultaneamente um condutor ter cometido uma infração de estacionamento, ter efetivamente pago e não ter sido preso.

Espaço de rascunho:

GRUPO III

Seja ***G*** um grafo não dirigido com vértices U e arestas A. Cada vértice representa um utilizador de uma rede social e cada aresta $\{u, v\} \in A$ uma ligação de "amigos" entre os utilizadores u e v. Uma "tribo" de utilizadores é um conjunto ***T*** de utilizadores em que todos os elementos de ***T*** são amigos de todos os utilizadores de ***T***, ou seja existe uma aresta entre qualquer par de utilizadores distintos de ***T***. A partir desta informação pretende-se determinar o(s) grupo(s) de utilizadores ("tribos") mais inclusivo(s), i.e. que deixam o menor número de utilizadores de fora. O número de utilizadores excluídos de uma tribo T designa-se por índice de inclusão da tribo, denotada por *inc(T)*.

Considere o seguinte grafo abaixo. A tribo mais inclusiva neste grafo é formada pelos utilizadores *{a,b,c,d}* pois deixa de fora apenas os 6 utilizadores *{e,f,g,h,i,j}*, ou seja *inc({a,b,c,d})=6*. A tribo *{b,e,f}* deixa de fora 7 utilizadores. O conjunto de utilizadores *{a,b,e,f}* não é uma tribo pois *a* e *f* não são amigos. Contudo, quer {}, {h} e {i,j} são tribos com índices de inclusão de 10, 9 e 8 respetivamente. Um par é uma tribo formada por 2 utilizadores que não têm outros amigos (a tribo {i,j} é um par mas a tribo {e,g} não o é).



III.1) Indique qual a dimensão do espaço de estados em função do número ***n*** de vértices do grafo.

III.2) Formule claramente o problema para ser resolvido recorrendo a algoritmos de procura em espaço de estados, indicando o estado inicial, teste de estado objectivo e função que devolve os sucessores de um estado, não esquecendo de indicar o custo dos operadores.

NOTA: Não é necessário apresentar qualquer código Java, desde que fique perfeitamente claro e sem ambiguidades como definiria e implementaria cada um dos itens da alínea.

III.3) Considere cada uma das seguintes funções heurísticas descritas abaixo. Indique quais delas garantem a obtenção de uma solução óptima pelo algoritmo A* de procura em árvores para a classe de problemas descrita. Justifique sucintamente a sua resposta, quer para os casos de garantia quer para as situações de não garantia.
Assuma que todas as heurísticas devolvem 0 quando o valor calculado como descrito abaixo é negativo.

a) O número de vértices sem amigos no estado, subtraído de 1 unidade.
b) O número de pares no estado.
c) O número de utilizadores no estado **E** subtraído de (1 + o maior número de arestas que saem de um utilizador de **E** para elementos de **E**).
d) O máximo de **a)** e **c)**.

III.4) Formule o problema para resolução com o algoritmo trepa-colinas. Comente o funcionamento do trepa-colinas para instâncias deste problema, centrando a sua análise essencialmente na escolha do sucessor de uma determinada configuração.

FIM