Procura Cega
Capítulo 3

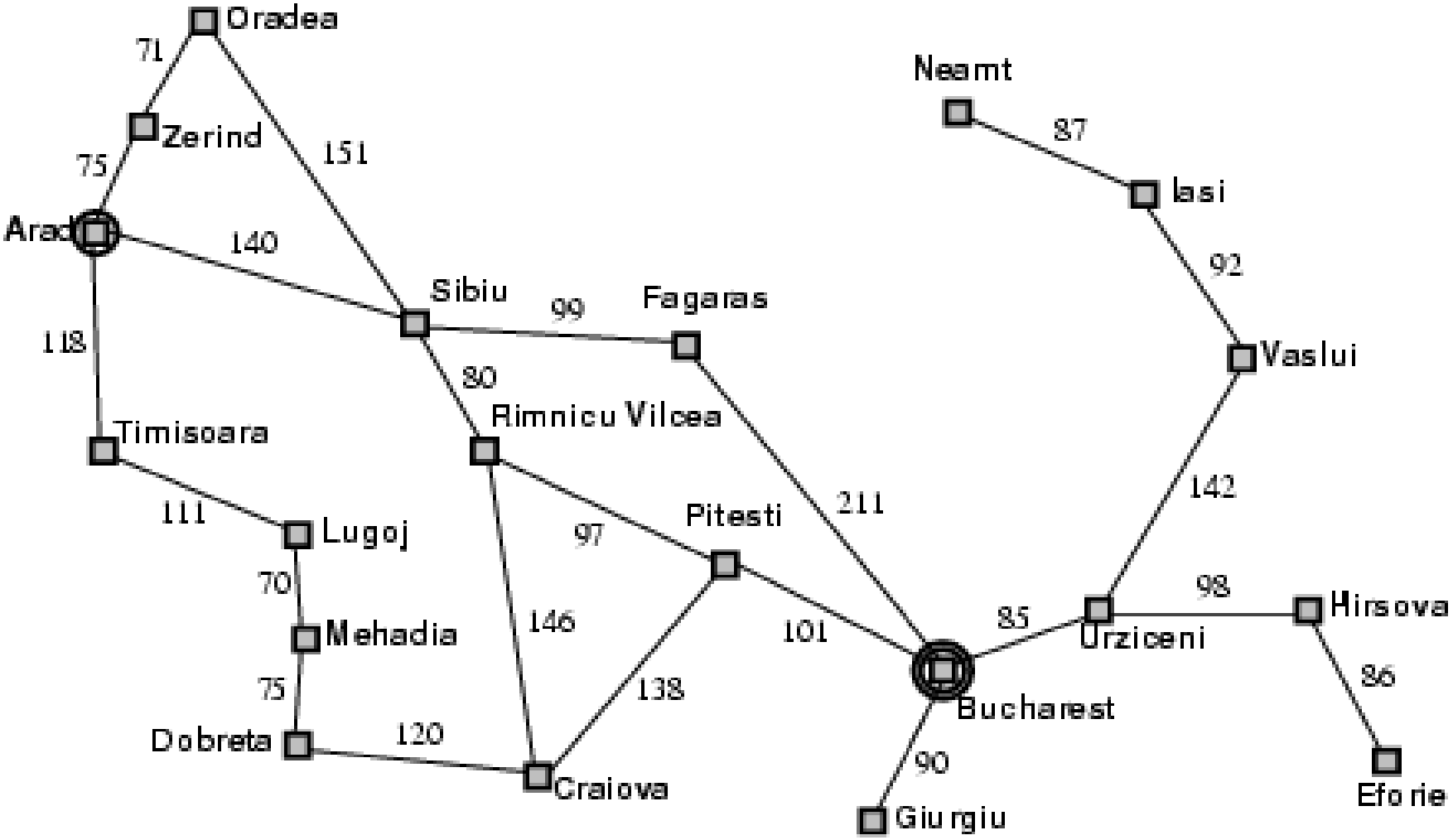
Parcialmente adaptado de

http://aima.eecs.berkeley.edu

Resumo

- Agentes de procura
- Tipos de problemas
- Formulação de problemas
- Problemas típicos
- Algoritmos básicos de procura

Exemplo: Roménia



Exemplo: Romémia

- De férias na Roménia; correntemente em Arad.
- Voo sai amanhã de Bucareste
-
- Formular objectivo:
  - Chegar a Bucareste
  -
- Formular problema:
  - estados: várias cidades
  - acções: guiar entre as cidades
  -
- Solução:
  - Sequência de cidades: Arad, Sibiu, Fagaras, Bucareste
  -

Agentes de procura

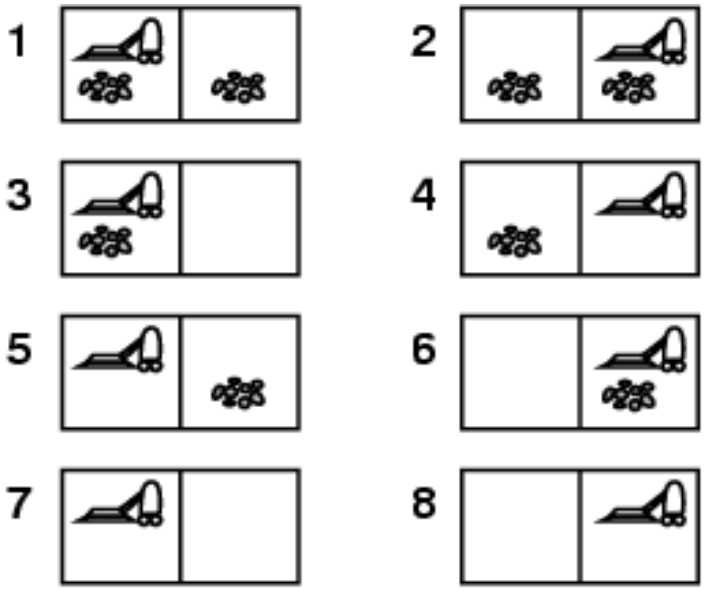
```
function SIMPLE-PROBLEM-SOLVING-AGENT(percept) returns an action
    static: seq, an action sequence, initially empty
            state, some description of the current world state
            goal, a goal, initially null
            problem, a problem formulation

    state ← UPDATE-STATE(state, percept)
    if seq is empty then do
        goal ← FORMULATE-GOAL(state)
        problem ← FORMULATE-PROBLEM(state, goal)
        seq ← SEARCH(problem)
    action ← FIRST(seq)
    seq ← REST(seq)
    return action
```

Tipos de problemas

- Determinista, observável → problema com estado único
  - Agente sabe exatamente em que estado se encontrará; solução é uma sequência de ações
  -
- Não observável → problema de conformidade
  - Agente pode não saber onde está; caso exista, solução é sequência de ações
- Não determinista e/ou parcialmente observável → problema de contingência
  - Percepção fornece nova informação acerca do estado corrente
  - Solução é uma árvore ou plano de ação
  - Habitualmente intercala procura com execução
  -
- Espaço de estados desconhecido → problema de exploração ("online")

Exemplo: mundo do aspirador

- Estado único, início em 5.
  - Solução: [Right, Suck]
- Conformidade, início em {1,2,3,4,5,6,7,8}
  Right transita para {2,4,6,8}
  - Solução*: [Right,Suck,Left,Suck]*
- Contingência.
  Lei de Murphy. *Suck pode sujar carpete limpa.*
  Percepção local: [A,Clean]
  - Sol*: [Right, **while** dirt **then** Suck]*



Formulação de problema de estado único

Um problema de procura é definido por 4 constituintes:

1. estado inicial e.g., “em Arad"
2. acções, operadores, função sucessor ou modelo de transição
   Função sucessor: *S(x)* = conjunto de pares acção-estado
   - e.g., *S(Arad)* = {<*Arad → Zerind, Zerind*>, … }

   Modelo de transição especificado pelas funções ACTIONS(s) e RESULT(s,a)
   - e.g. ACTIONS(Arad) = {Go(Sibiu),Go(Timisoara),Go(Zerind)}
     RESULT(Go(Zerind),Arad) = Zerind
3. teste objectivo, pode ser
   - explícito, e.g., *x* = “em Bucareste"
   - implícito, e.g., *XequeMate(x)*
4. custo do caminho (aditivo)
   - e.g., soma de distâncias, número de acções executadas, etc.
   - *c(x,a,y)* é o custo de um passo, sendo ≥ 0

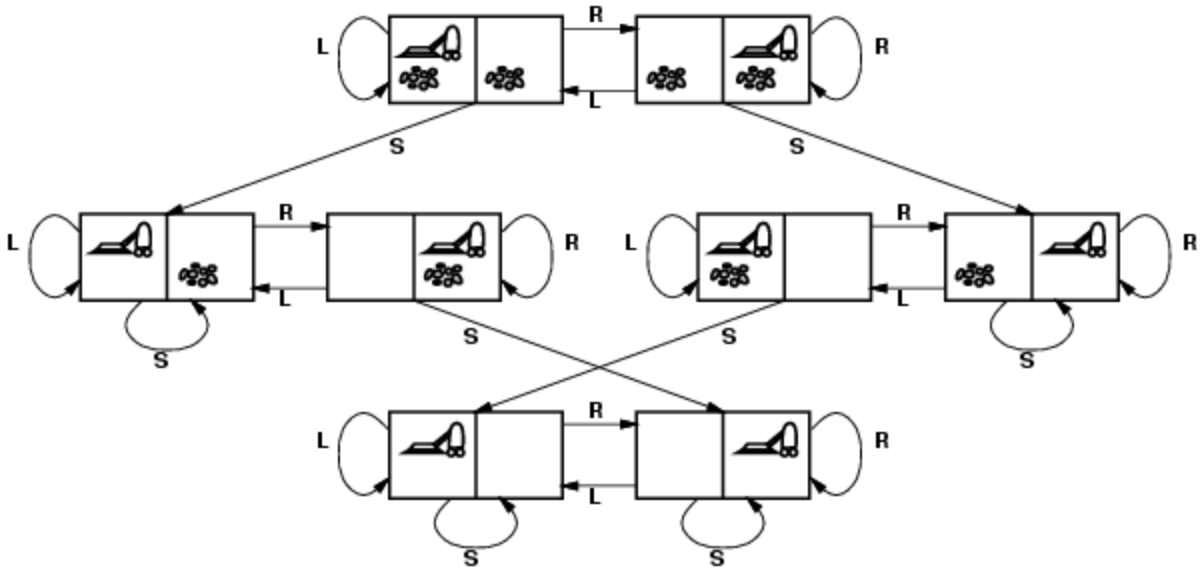
- Uma solução é uma sequência de accções que partindo do estado inicial permite atingir o estado objectivo

Selecção de um espaço de estados

- A realidade é absurdamente complexa
  → o espaço de estados deve ser abstraído para a resolução de problemas

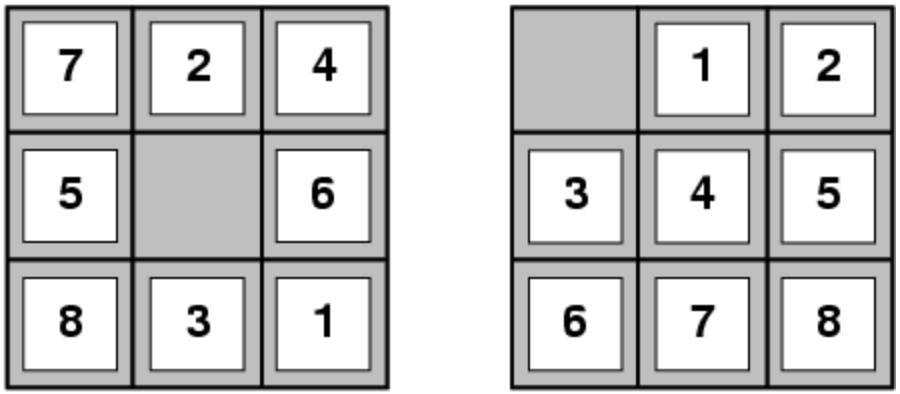
- Estado (abstrato) = conjunto de estados reais
-
- Ação (abstrata) = combinação complexa de ações reais
  - "Arad → Zerind" representa um conjunto complexo de rotas.
- Para ser concretizável, qualquer estado real “em Arad” deve permite chegar a algum estado real “em Zerind"
-
- Solução (abstrata) =
  - Conjunto de caminhos reais que são soluções na realidade
  -
- Cada ação abstrata deverá ser mais simples do que no problema original!
-

Grafo de espaços de estados do aspirador



- estados? vector booleanos e inteiro
- acções? *Left*, *Right*, *Suck* e *NoOp*
- teste objectivo? tudo limpo
- custo caminho? número de acções
  (1 por acção,0 para *NoOp*)

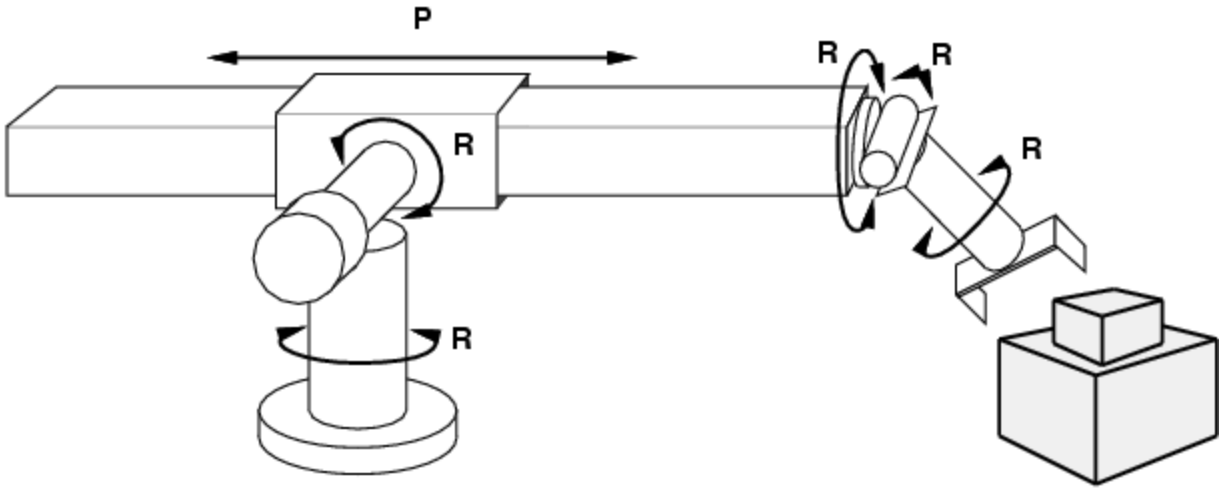
Exemplo: charada de 8



- estados? inteiros com localização das peças
- acções? movimentar casa nas 4 direções
- teste objectivo? = estado objectivo
- custo caminho? número de movimentos (1 por movimento)

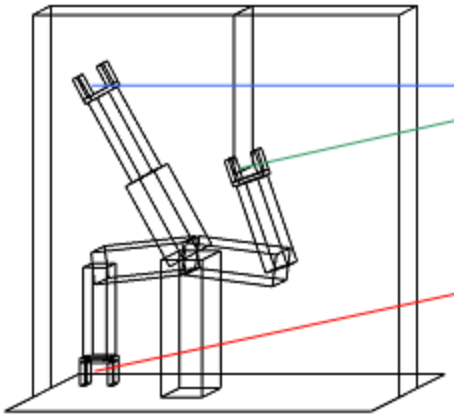
[Nota: solução óptima para a famílida de charadas-n é NP-hard]

Exemplo: montagem robótica

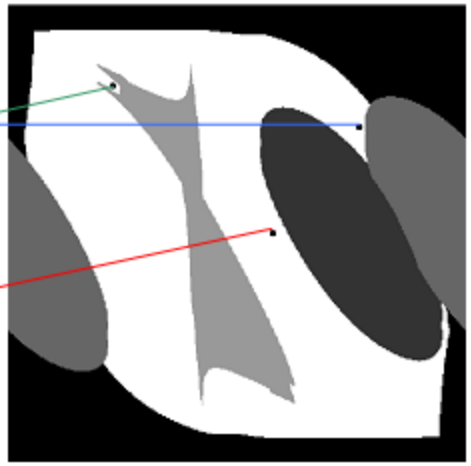


- estados? Coordenadas reais das articulações do robô e dos objetos a montar
- acções? Movimento contínuo das articulações
- teste objectivo? montagem completa
- custo caminho? tempo para executar

Espaço de configurações (2 DOF)



Coordenadas espaciais



Espaço configurações

Campos Potencial

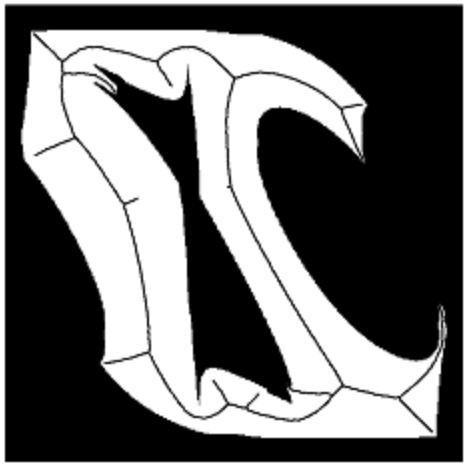
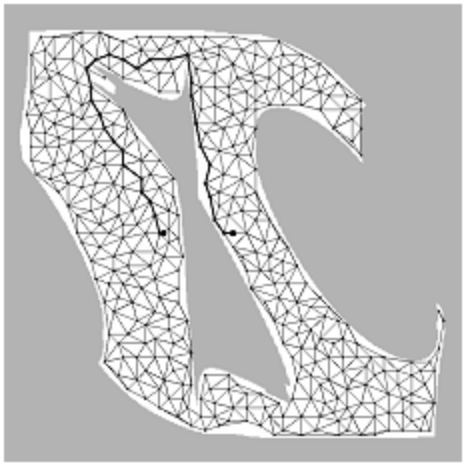
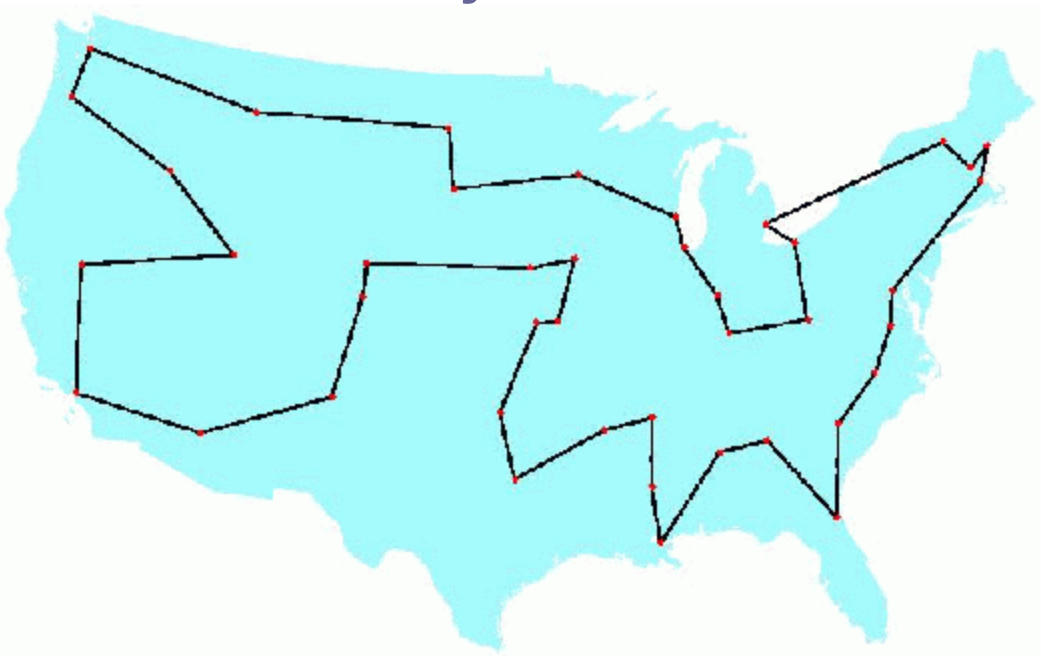


Diagrama de Voronoi



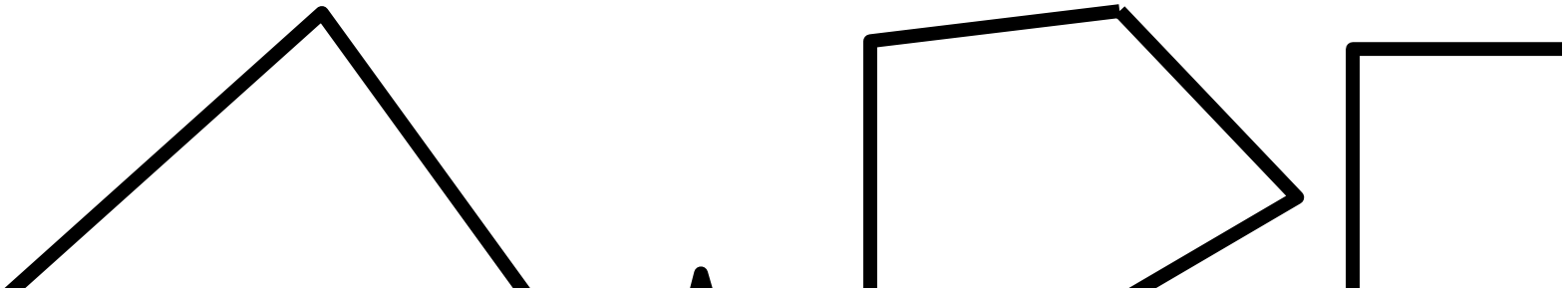
Mapas probabilísticos

Exemplo: caixeiro viajante



- estados? sequência de cidades sem repetições
- acções? viajar para nova cidade ou voltar à inicial
- teste objectivo? circuito das cidades
- custo caminho? distância total

Exemplo: navegação robótica



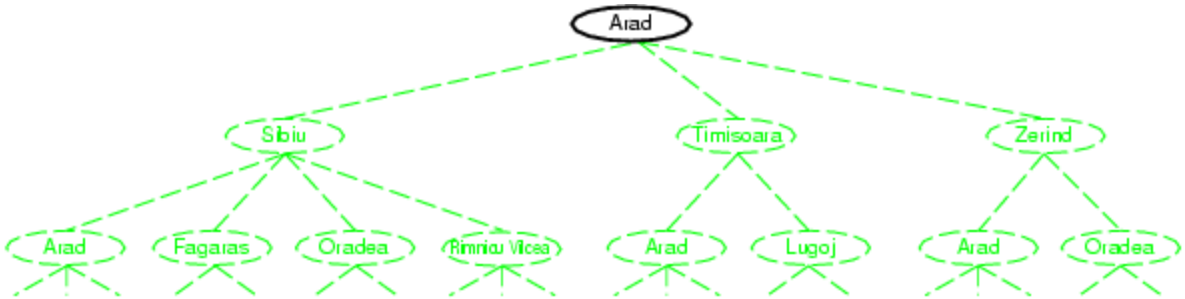
- estados? vértices dos polígonos, posições inicial e final
- acções? viajar para outro vértice
- teste objectivo? chegar ao objectivo
- custo caminho? distância percorrida

Algoritmos de procura em árvores

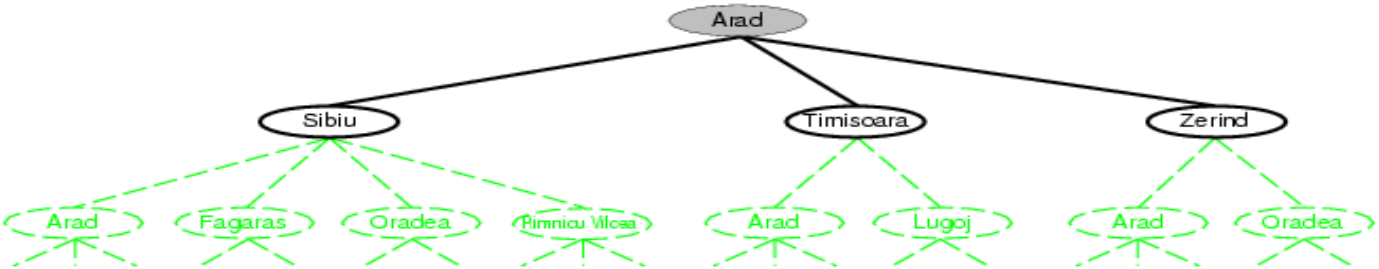
- Ideia básica:
  - Simulação *offline* da exploração do espaço de estados através da geração de sucessores de estados já explorados
  -

function TREE-SEARCH(*problem*) **returns** a solution, or failure
initialize the *frontier* using the initial state of problem
loop do
if the *frontier* is empty then **return** failure
choose a leaf node and remove it from the frontier
if the node contains a goal state **then** return the corresponding solution
expand the chosen node, adding the resulting nodes to the *frontier*

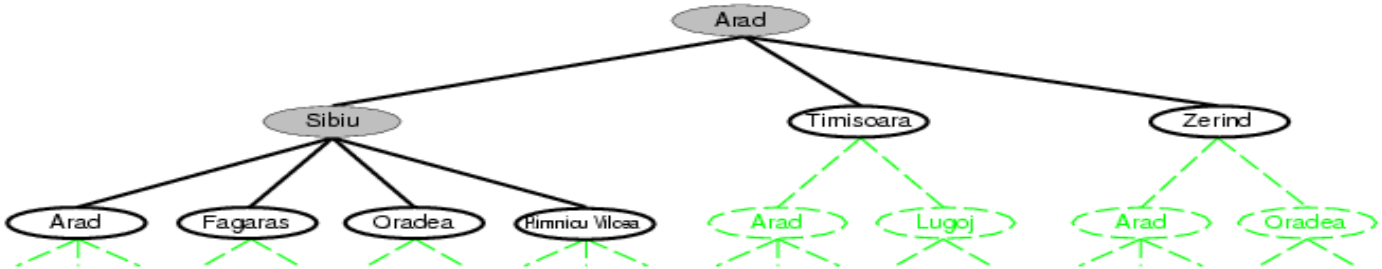
Exemplo de procura em árvore



Exemplo de procura em árvore

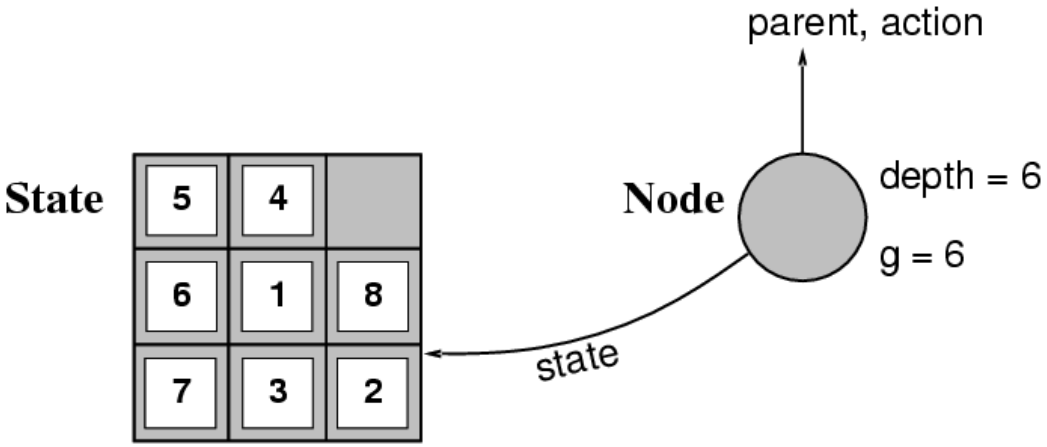


Exemplo de procura em árvore



Implementação: estados vs. nós

- Um estado é uma (representação) de uma configuração física.
- Um nó é uma estrutura de dados constituinte da árvore de procura incluindo o estado, pai, nó, ação, profundidade e custo de caminho acumulado *g(x)*



- A função `CHILD-NODE` cria um novo nó a partir do pai e da acção a executar.
- Estados não têm pais, profundidade ou custo do caminho!
-

Implementação: procura genérica em árvores

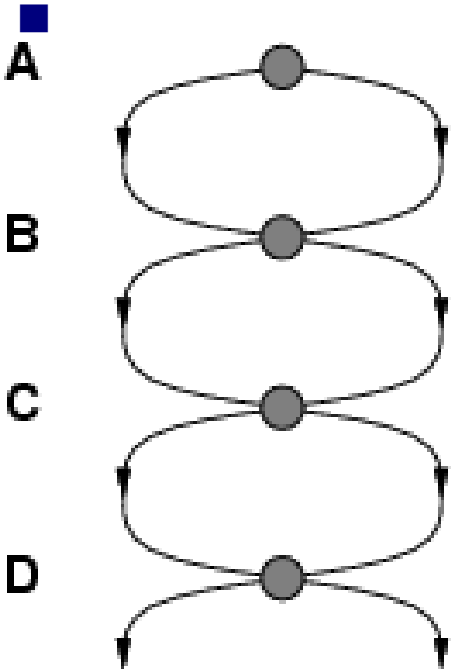
```
function TREE-SEARCH( problem, frontier ) returns a solution, or failure
        node ← node with STATE = problem.INITIAL-STATE, PATH-COST = 0
        frontier ← INSERT(node, frontier)
        loop do
                if EMPTY?(frontier) return failure
                node  ← POP( frontier )
                if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node)
                frontier ← INSERT-ALL(EXPAND(node,problem),frontier)
```

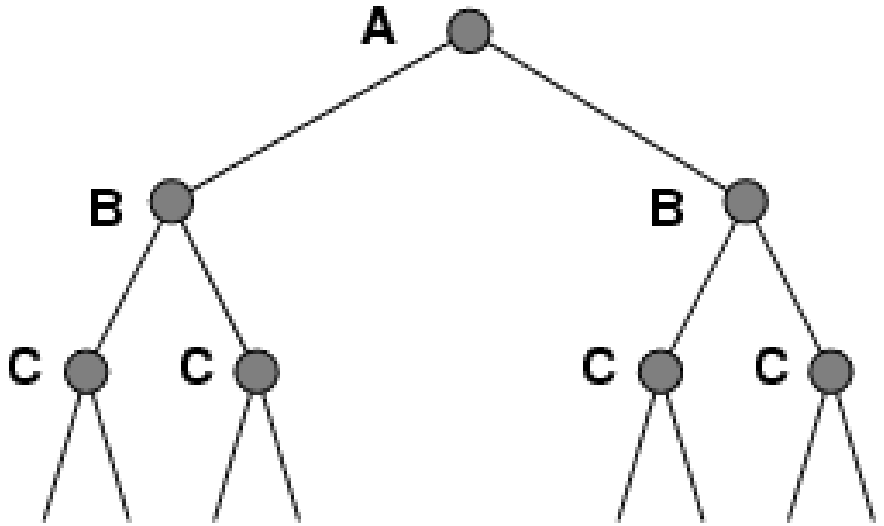
```
function EXPAND( node, problem ) returns a set of nodes
        successors ← the empty set
        for each action in problem.ACTIONS (node.STATE) do
                s ← CHILD-NODE(problem,node,action)
                add s to successors
        return successors
```

```
function CHILD-NODE( problem, par, action) returns a node
 return a node with
  STATE = problem.RESULT(par.STATE,action),
  PARENT = par, ACTION = action , DEPTH ← parent.DEPTH+1
  PATH-COST = par.PATH-COST + problem.STEP-COST(par.STATE, action)
```

Estados repetidos

- A não detecção de estados repetidos pode tornar um problema linear num problema exponencial!





Procura em grafos

```
function GRAPH-SEARCH( problem, frontier ) returns a solution, or failure
   explored ← an empty set
   node ← node with STATE = problem.INITIAL-STATE, PATH-COST = 0
   frontier ← INSERT(node, frontier)
   loop do
         if EMPTY?(frontier) return failure
         node  ← POP( frontier )
         if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node)
         if node.STATE is not in explored then
               add node.STATE to explored
               frontier ← INSERT-ALL(EXPAND(node,problem),frontier)
```

Algoritmo genérico! Pode ser melhorado em algumas circunstâncias.

Estratégias de procura

- Uma estratégia de procura é definida pela ordem de expansão dos nós.
- As estratégias são avaliadas segundo as dimensões:
  - completude: encontra garantidamente uma solução, caso exista?
  - complexidade temporal: número de nós gerados
  - complexidade espacial: número máximo de nós em memória
  - **optimalidade**: encontra sempre uma solução de custo mínimo?
  -
- A complexidade temporal e espacial são avaliadas em função de
  - *b:* factor de ramificação máximo da árvore de procura
  - *d:* profundidade da solução de custo mínimo
  - *m*: profundidade máxima do espaço de estados (pode ser ∞)
  -

Estratégias de procura cegas

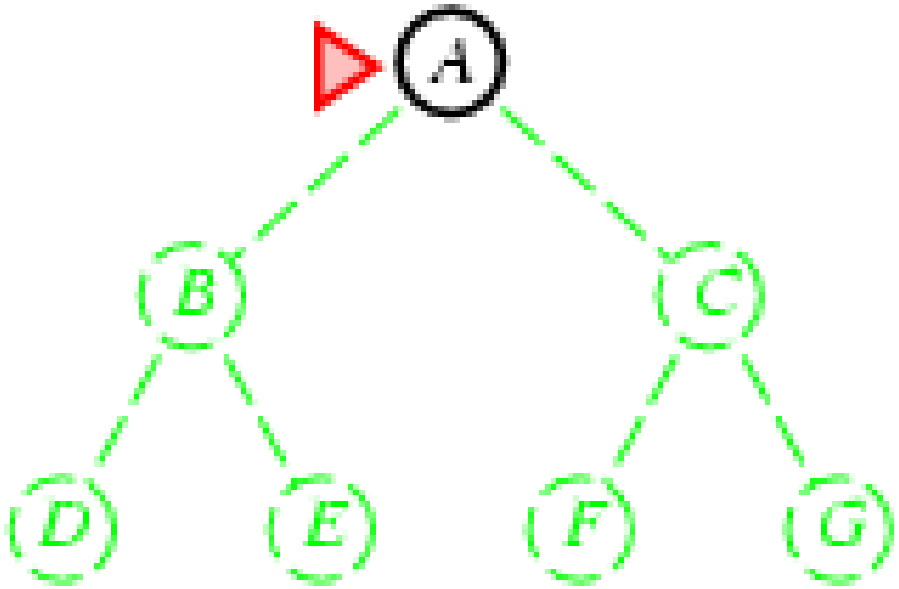
As estratégias de procura cegas (ou não informadas) recorrem apenas à informação disponibilizada no problema

- Procura em largura primeiro (breadth-first)
- Procura de custo uniforme (uniform-cost)
- Procura bidireccional

- Procura em profundidade primeiro (depth-first)
- Procura em profundidade limitada (depth-limited)
- Procura por aprofundamento progressivo (iterative deepening)

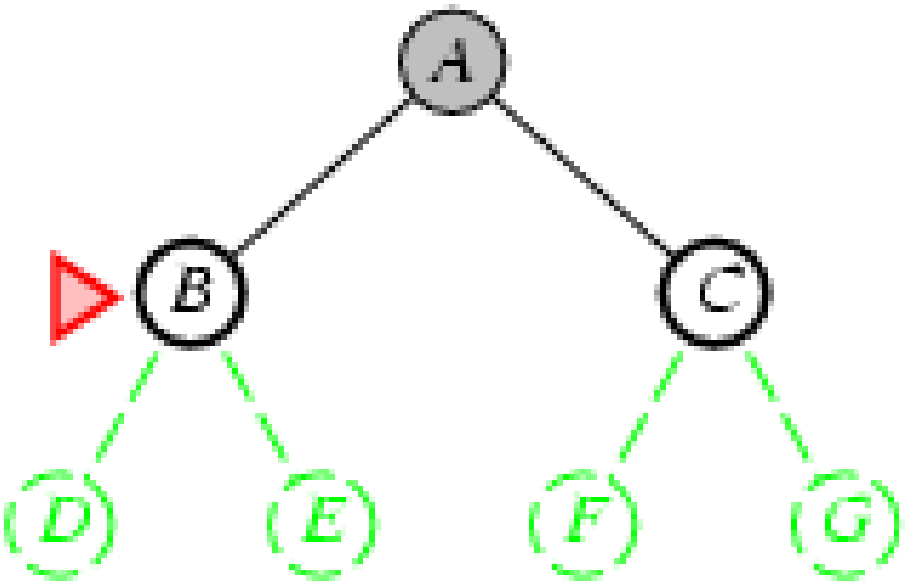
Procura em largura primeiro

- Expandir um nó de menor profundidade
- Implementação: *frontier* é uma fila FIFO; novos sucessores vão para o fim



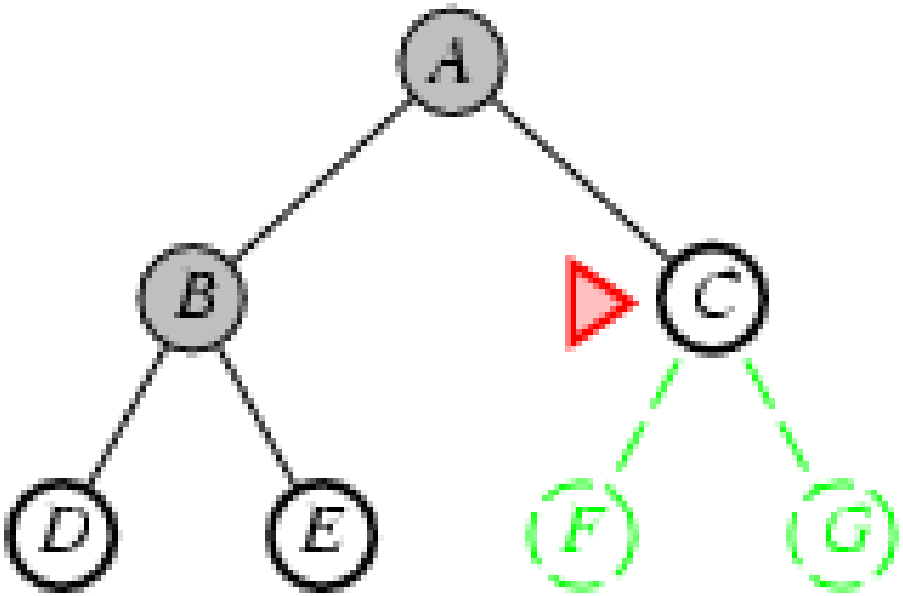
Procura em largura primeiro

- Expandir um nó de menor profundidade
- Implementação: *frontier* é uma fila FIFO; novos sucessores vão para o fim
-



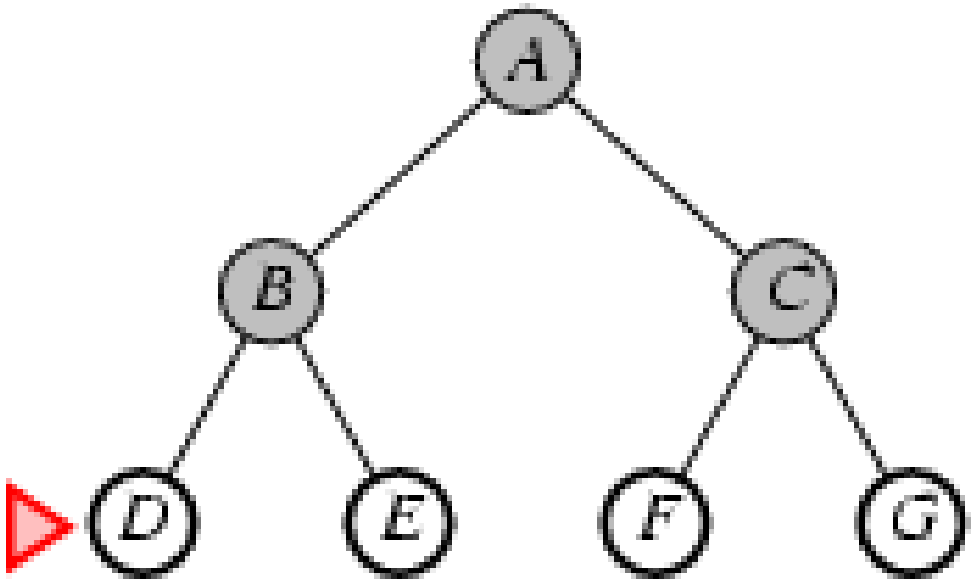
Procura em largura primeiro

- Expandir um nó de menor profundidade
- Implementação: *frontier* é uma fila FIFO; novos sucessores vão para o fim
-



Procura em largura primeiro

- Expandir um nó de menor profundidade
- Implementação: *frontier* é uma fila FIFO; novos sucessores vão para o fim
-



Propriedades da procura em largura primeiro

- Completa? Sim (se *b* é finito)
- Tempo? $1+b+b^2+b^3+\ldots+b^d + b(b^d-1) = O(b^{d+1})$
- Espaço? $O(b^{d+1})$ (mantém todos os nós)
- Optimal? Sim (se custo = 1 por passo)

- Espaço é o maior problema (mais do que o tempo)
- A análise anterior só é válida para procura em árvores!
-

Requisitos temporais e espaciais da procura em largura

Profundidade	Nós	Tempo	Memória
2	110	1,1ms	107 Kb
4	11 110	111 ms	10,6 Mb
6	10^6	11 seg	1 Gb
8	10^8	19 minutos	103 Gb
10	10^{10}	31 horas	10 Tb
12	10^{12}	129 dias	1 Petabytes
14	10^{14}	35 anos	99 Petabytes
16	10^{16}	3500 anos	10 Exabytes

b=10 gerando 100000 nós/segundo ocupando 1000 bytes/nó

Procura em Largura Primeiro (optimizada)

```
function BREADTH-FIRST-SEARCH( problem ) returns a solution, or failure node
    ← a node with STATE=problem.INITIAL-STATE, PATH-COST = 0
    if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node) frontier ←
    a FIFO queue with node as the only element
    explored ← an empty set
    loop do
        if EMPTY?( frontier ) then return failure
        node ← POP( frontier ) /* chooses the shallowest node in frontier */
        add node.STATE to explored
        for each action in problem.ACTIONS(node.STATE) do
            child ← CHILD-NODE( problem , node , action )
            if child.STATE is not in explored or frontier then do
                if problem.GOAL-TEST(child.STATE) then return SOLUTION(child )
                frontier ← INSERT(child , frontier )
```

Complexidade temporal e espacial reduzidas para $O(b^d)$ em vez de $O(b^{d+1})$

Procura de custo uniforme

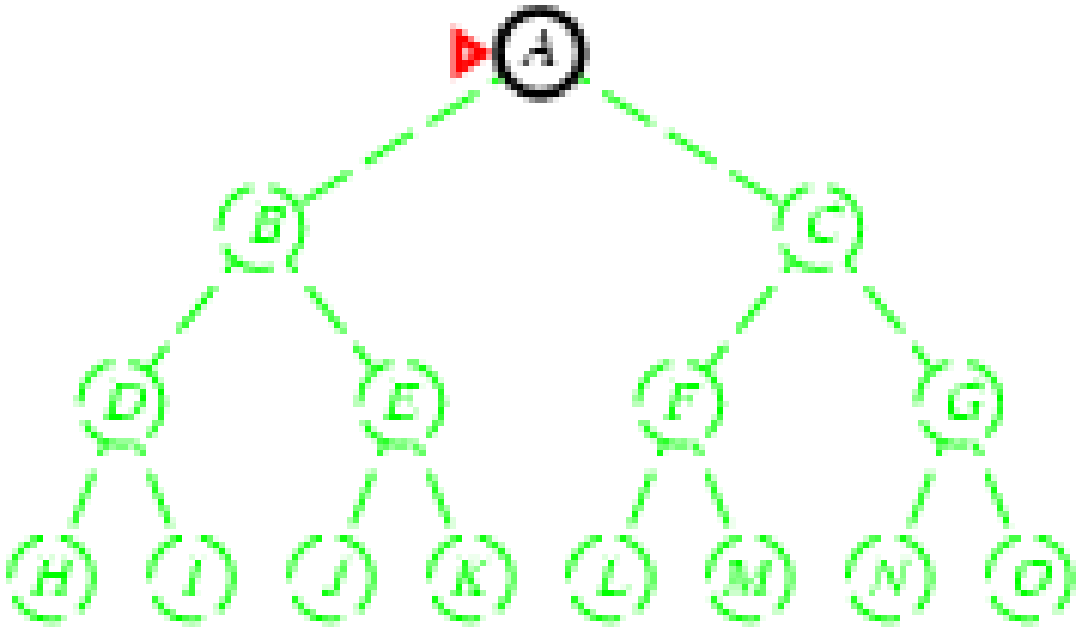
- Expandir o nó por tratar de menor custo
-
- Implementação:
  - *frontier* = fila ordenada pelo custo do caminho acumulado
  -
- Equivale à procura em largura se custos forem constantes
-
- Completa? Sim, se custo do passo ≥ ε
- Tempo? nº de nós com $g \leq$ custo da solução óptima, $O(b^{1+ceil(C^*/\varepsilon)})$ em que C^* é o custo da solução óptima
- Espaço? nº de nós com $g \leq$ custo da solução óptima, $O(b^{1+ceil(C^*/\varepsilon)})$
- Óptima? Sim – nós expandidos por ordem crescente de $g(n)$
-

Custo uniforme (em grafos - optimizada)

```
function UNIFORM-COST-SEARCH( problem ) returns a solution, or failure
  node ← a node with STATE=problem.INITIAL-STATE, PATH-COST = 0
  frontier ← a priority queue ordered by PATH-COST with node as the only element
  explored ← a singleton set with node.STATE
  loop do
     if EMPTY?( frontier ) then return failure
     node ← POP( frontier ) /* chooses the node with lowest cost in frontier */
     if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node)
     add node.STATE to explored
     for each action in problem.ACTIONS(node.STATE) do
           child ← CHILD-NODE( problem , node , action )
           if child.STATE is not in explored or frontier then do
              frontier ← INSERT(child , frontier )
           else if child.STATE is in frontier with higher PATH-COST then
             replace that frontier node with child
```

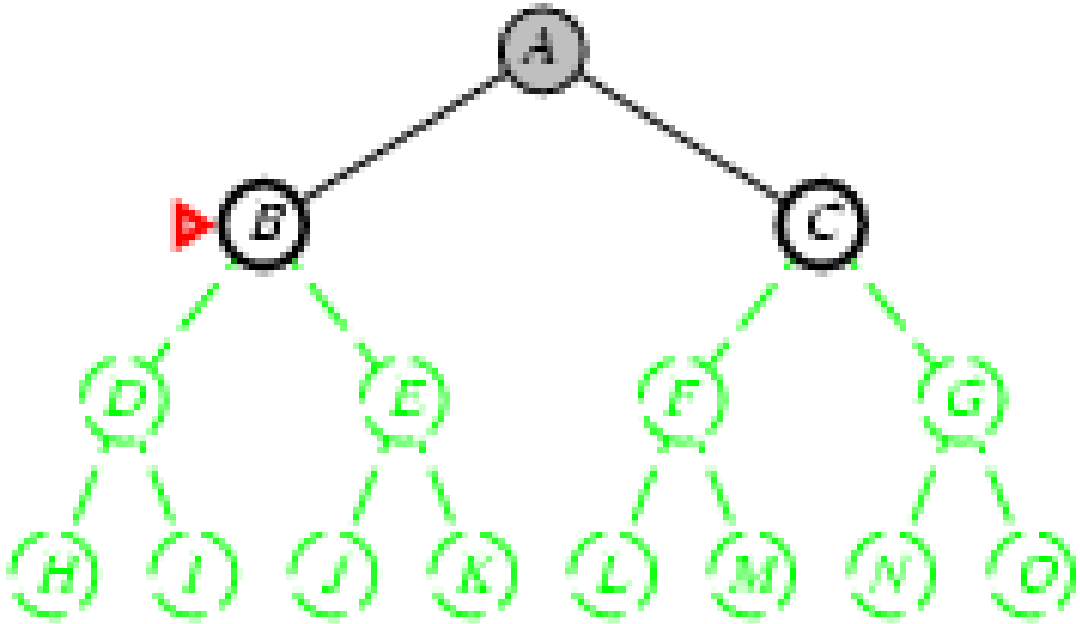
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



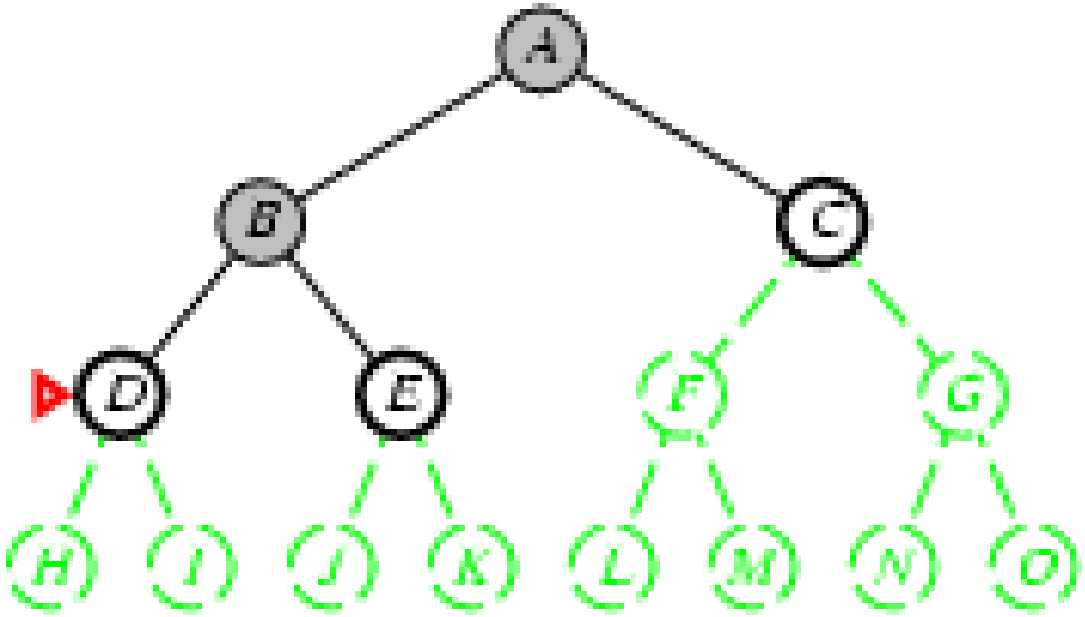
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



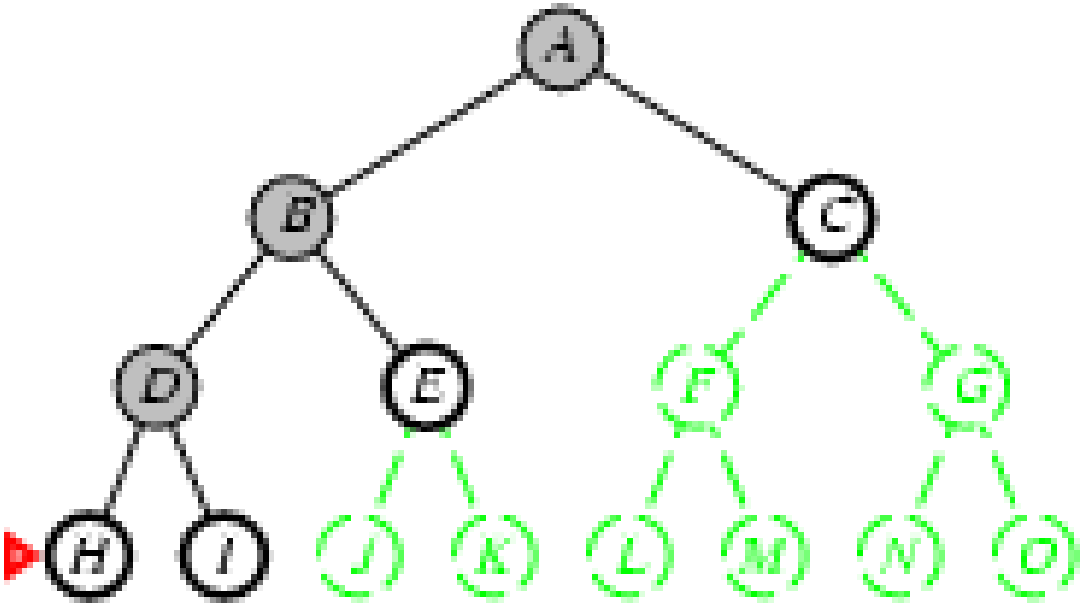
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



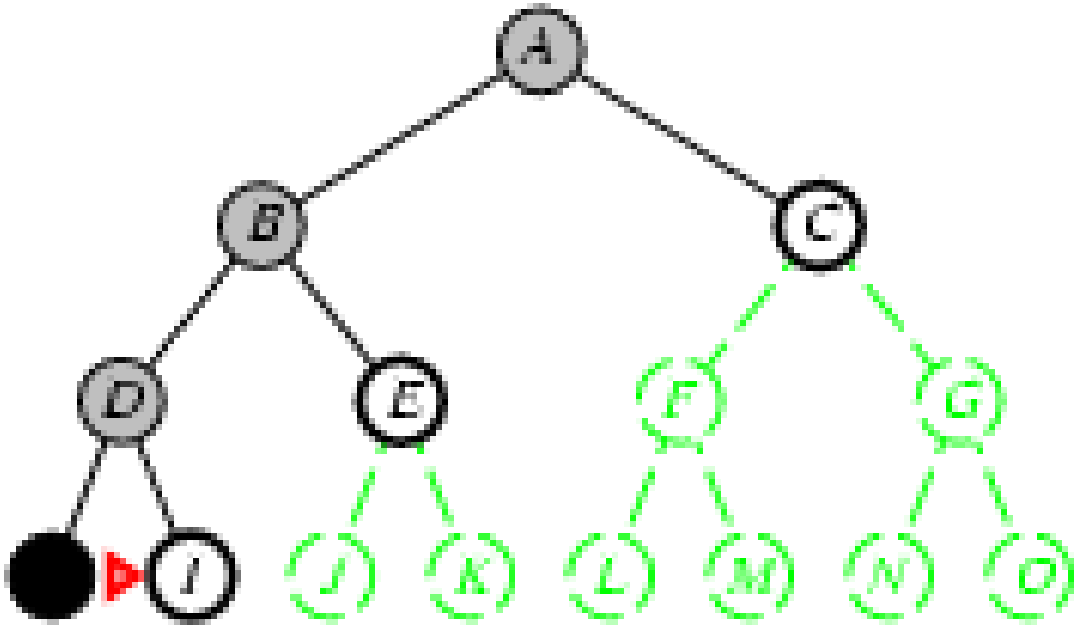
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



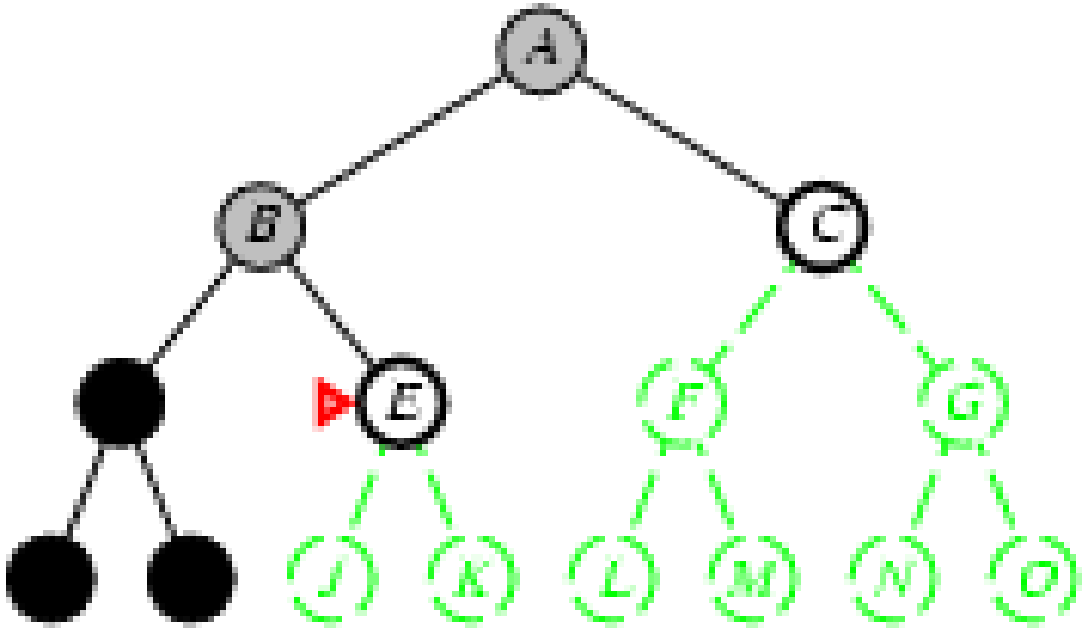
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



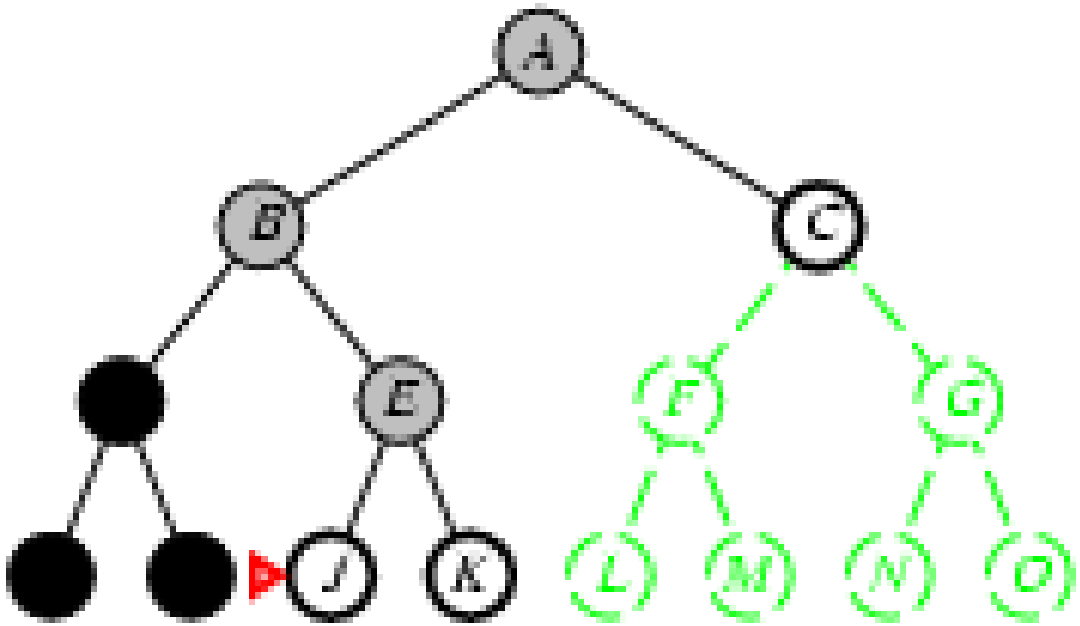
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



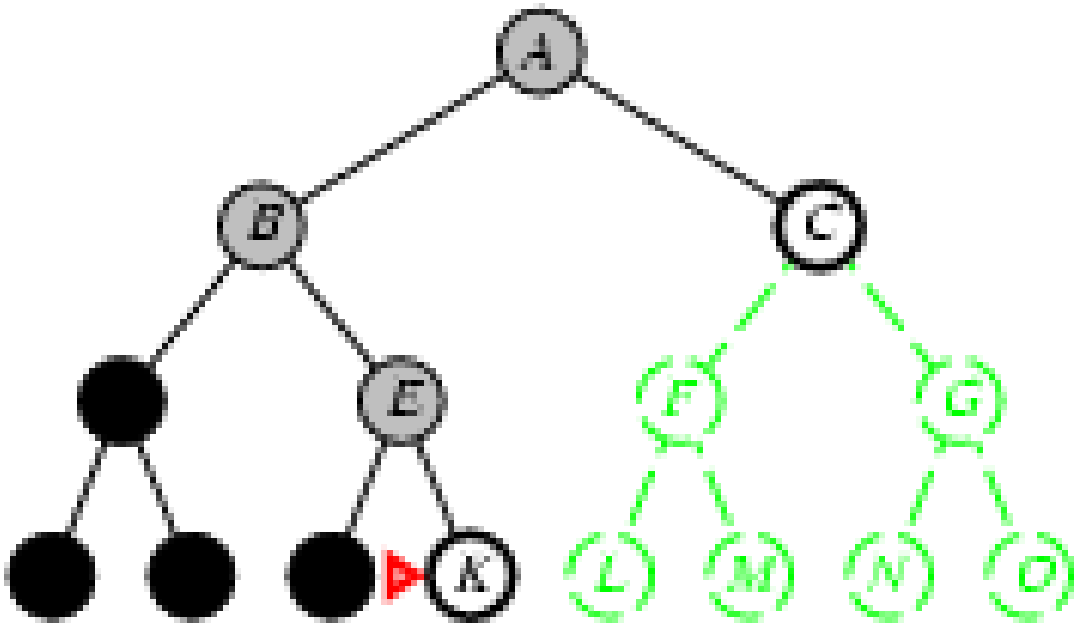
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



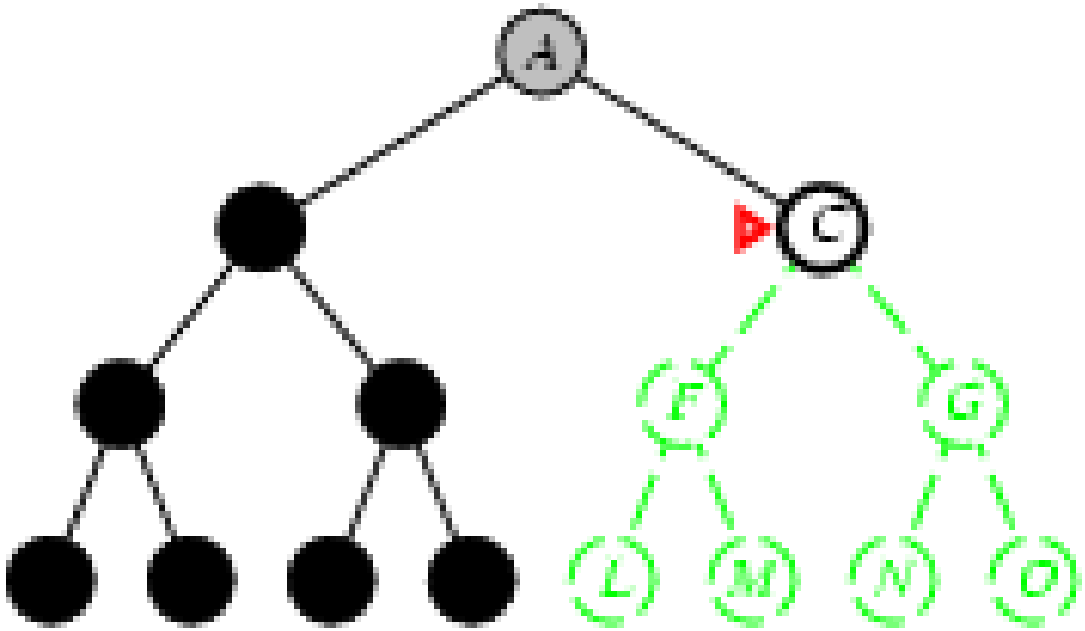
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



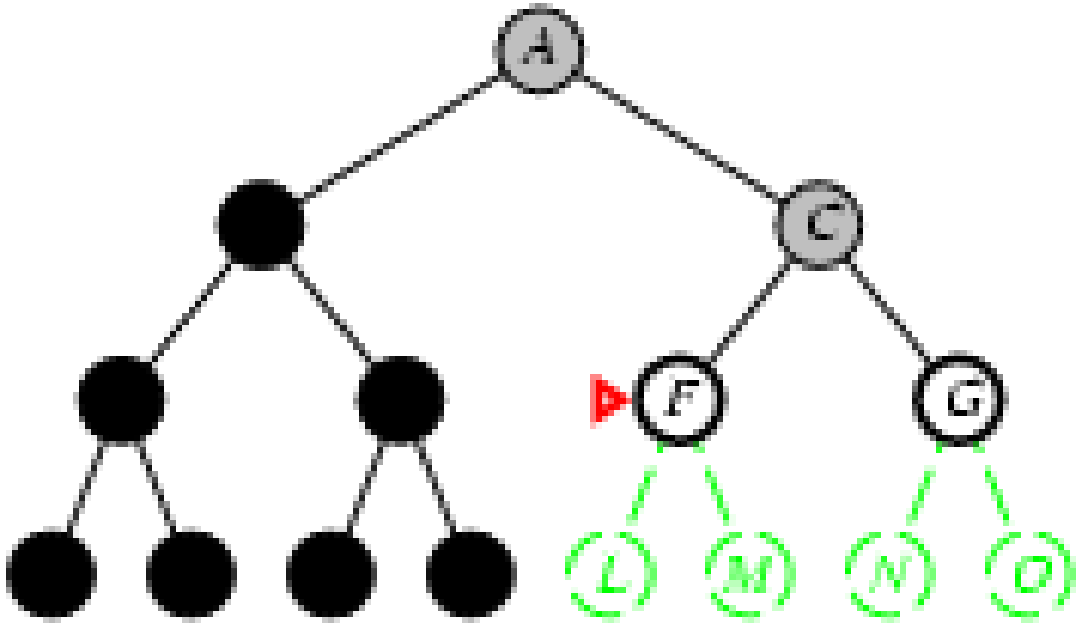
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



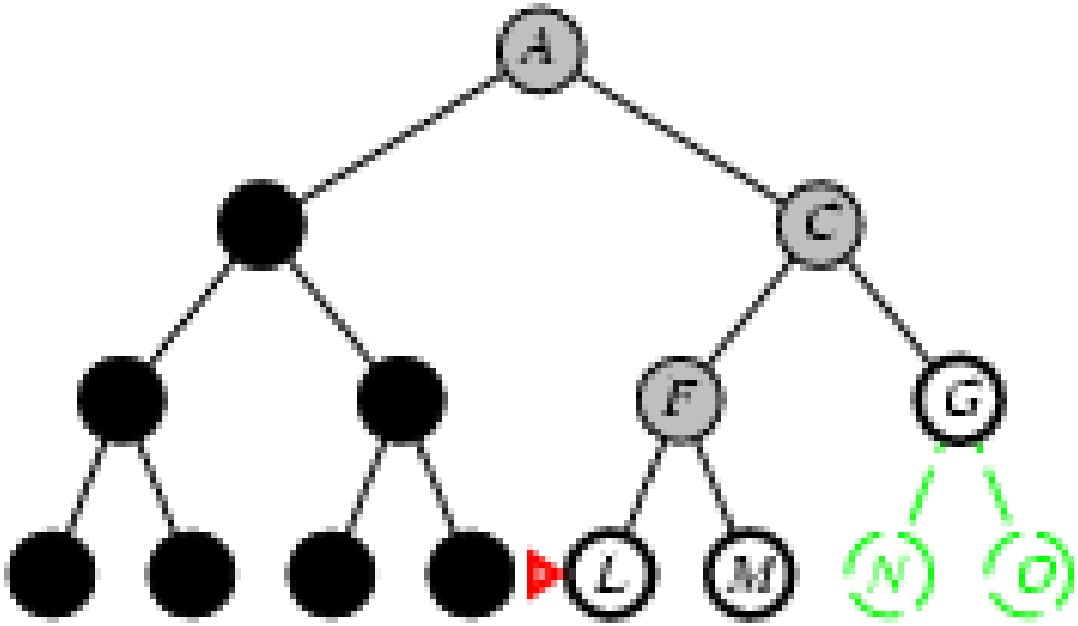
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



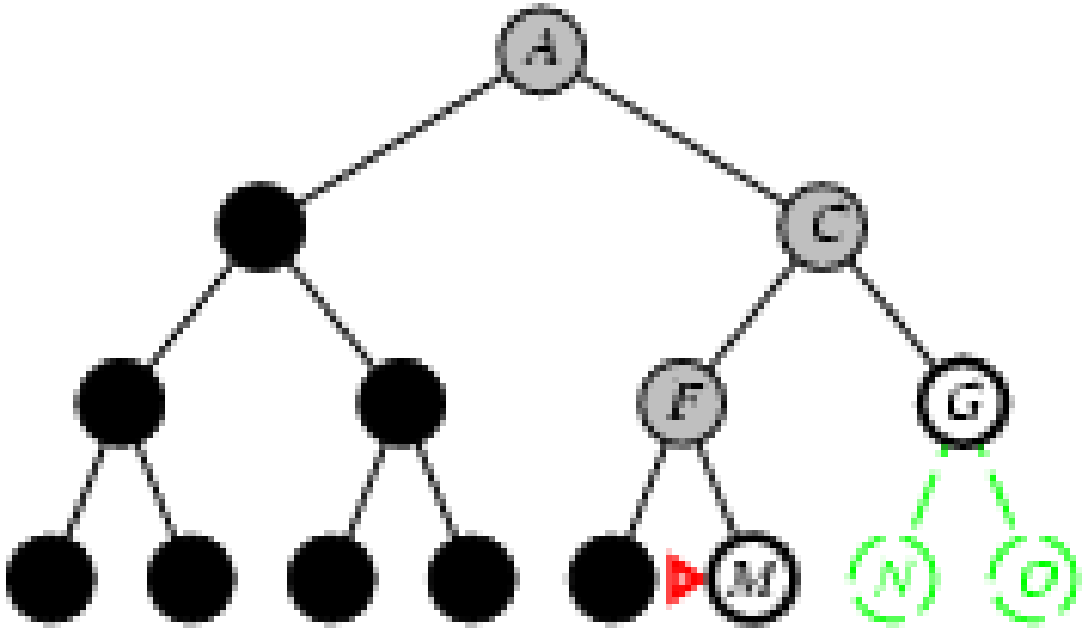
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente
-



Procura em profundidade primeiro

- Completa? Não: falha em espaços de profundidade infinita, espaços com ciclos
  - Modificação para evitar espaços repetidos no mesmo caminho
  - → completa para espaços finitos

- Tempo? $O(b^m)$: terrível se m muito maior do que d
  - mas se as soluções são densas, pode ser muito mais eficiente do que a procura em largura primeiro
- Espaço? $O(bm)$, i.e., espaço linear!
- Óptima? Não
-

Procura de profundidade limitada

= procura em profundidade primeiro com limite de profundidade *l*,

i.e., nós à profundidade *l* não têm sucessores

```
function DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem,limit) returns solution,or failure/cutoff
return RECURSIVE-DLS(MAKE-NODE(problem.INITIAL-STATE), problem, limit )

function RECURSIVE-DLS(node,problem, limit) returns a solution, or failure/cutoff
        if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node)
        else if limit = 0 then return cutoff
        else
                cutoff_occurred? ← false
                for each action in problem.ACTIONS(node.STATE) do
                        child ← CHILD-NODE( problem , node , action )
                        result ← RECURSIVE-DLS( child , problem , limit−1)
                        if result = cutoff then cutoff_occurred? ← true
                        else if result ≠ failure then return result
                if cutoff_occurred? then return cutoff else return failure
```

Procura por aprofundamento progressivo

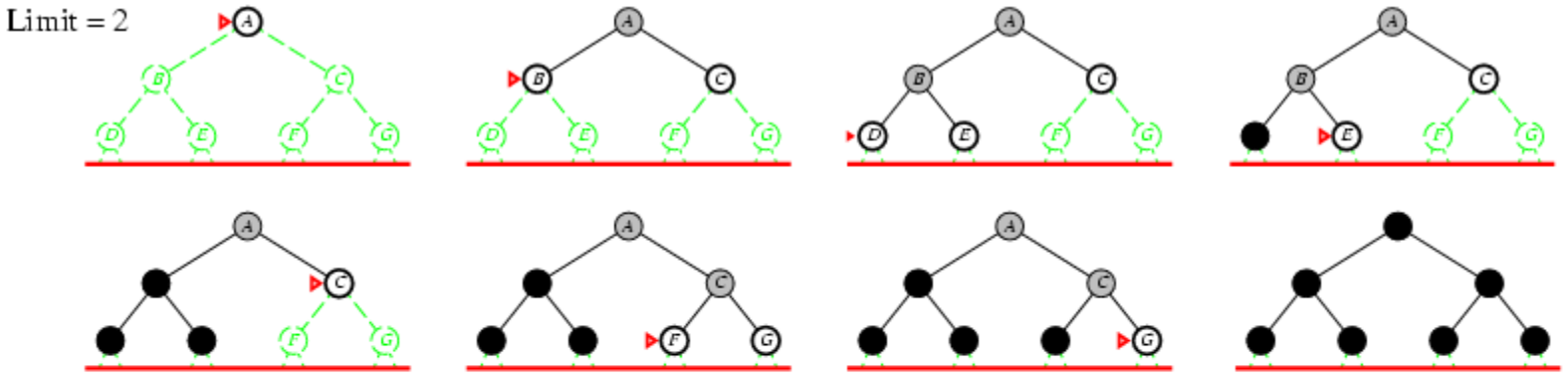
```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH( problem) returns a solution, or failure
    inputs: problem, a problem
    for depth ← 0 to ∞ do
        result ← DEPTH-LIMITED-SEARCH( problem, depth)
        if result ≠ cutoff then return result
```

Aprofundamento progressivo *l* =0

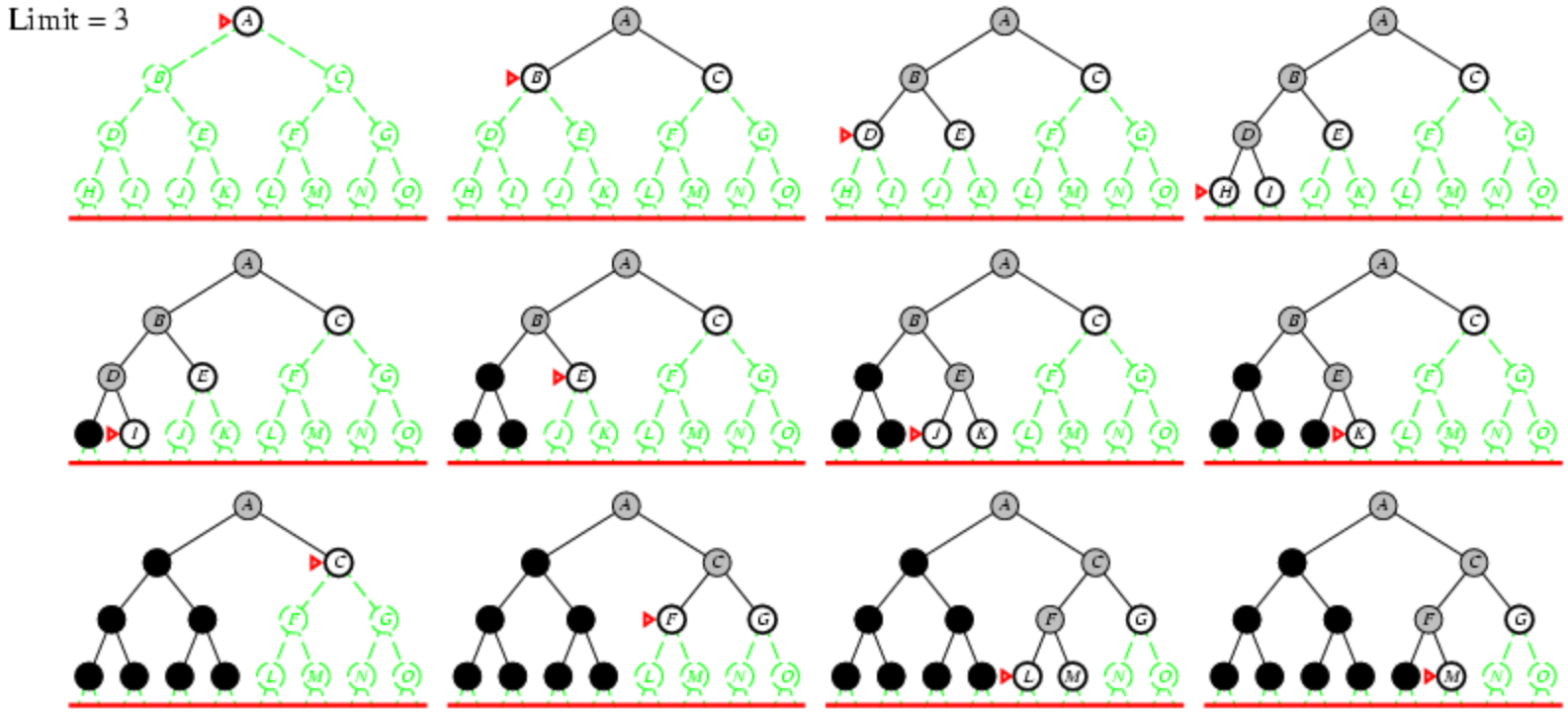
Limit = 0

Aprofundamento progressivo *l* =1

Aprofundamento progressivo *l* =2



Aprofundamento progressivo *l* =3



Procura por aprofundamento progressivo

- Completa? Sim
- Tempo?
  $(d+1)b^0 + d\,b^1 + (d-1)b^2 + \ldots + b^d = O(b^d)$
  NB: Estamos a contabilizar nós gerados!

- Espaço? $O(bd)$
- Óptima? Sim, se custos constantes

Comparação estratégias (nós gerados)

- Número de nós gerados com profundidade limitada *d* e factor ramificação *b*:

$$N_{DLS} = b^0 + b^1 + b^2 + \ldots + b^{d-2} + b^{d-1} + b^d$$

$$N_{BFS} = b^0 + b^1 + b^2 + \ldots + b^{d-2} + b^{d-1} + (b^d - b)$$

- Número de nós gerados em aprofundamento progressivo com profundidade *d* e factor ramificação *b*:

$$N_{IDS} = (d+1)b^0 + d\,b^1 + (d-1)b^2 + \ldots + 3b^{d-2} + 2b^{d-1} + 1b^d$$

- Para *b = 10*, *d = 5*,
-
  - $N_{DLS} = 1 + 10 + 100 + 1.000 + 10.000 + 100.000 = 111.111$
  -
  - $N_{IDS} = 6 + 50 + 400 + 3.000 + 20.000 + 100.000 = 123.456$
  - $N_{BFS} = 1 + 10 + 100 + 1.000 + 10.000 + (100.000 – 10) = 111\ 101$

- Sobrecarga IDS/DLS e IDS/BFS = (123.456 – 111.111)/111.111 = 11% ≈ b/(b-1)
- Sobrecarga BFS sem optimização/IDS = (1.111.100-123.456)/123.456 = 800% ≈ b-1

Sumário de procura em árvore

Critério	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening	Bidirecional (se aplicável)
Completa ?	Sim[a]	Sim[a,b]	Não	Não	Sim[a]	Sim[a,d]
Tempo	$O(b^d)$	$O(b^{1+ceil(C^*/\varepsilon)})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Espaço	$O(b^d)$	$O(b^{1+ceil(C^*/\varepsilon)})$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$
Óptima?	Sim[c]	Sim	Não	Não	Sim[c]	Sim[c,d]

[a] completa se o factor de ramificação for finito
[b] completa se custos do passo ≥ ε para ε positivo (não nulo!)
[c] óptima se custo do caminho for monótono na profundidade da árvore (e.g. custos constantes e idênticos)
[d] se ambas as direções utilizarem procura em largura primeiro

Optimalidade de procura em grafos

O algoritmo de procura em grafos ignora novos caminhos para o mesmo estado, portanto a questão da optimalidade não é imediata

- Para grafos com custos de passos constantes, quer a procura em largura primeiro quer a procura de custo uniforme com conjunto de nós explorados garantem a solução óptima.

- Se a inserção na fronteira adicionar apenas nós correspondentes a estados não expandidos e mantiver o nó com o menor custo total na fronteira, então a procura de custo uniforme com lista fechada é óptima (ver atrás). Muito semelhante ao algoritmo de Dijkstra para encontrar o melhor caminho num grafo dirigido.

Complexidade de procura em grafos

- A procura em profundidade primeiro torna-se completa para espaços finitos.

- Claramente, no pior caso, a complexidade espacial para qualquer dos algoritmos básicos de procura passa a ser da ordem b^{d+1} quando se utiliza o conjunto de nós explorados.

- Recorrendo ao conjunto de nós explorados, a complexidade dos algoritmos de procura é limitada pelo número de estados no espaço de procura e não pelo número de caminhos nesse espaço. Para alguns problemas, pode resultar em diminuições exponenciais em tempo e espaço.

- Contudo, em espaços de procura muito grandes pode continuar a ser proibitivo.

Implementação dos algoritmos

Obviamente, deve-se ter algum cuidado na seleção das estruturas de dados para implementar a fronteira e o conjunto de estados explorados. Habitualmente o conjunto de estados explorados é implementado com uma tabela de dispersão (hash table). Quanto à fronteira, normalmente opta-se por:

- Fila de prioridade (priority queue) quando o grafo de estados é esparso: número reduzido de nós sucessores limitados por uma constante pequena. Complexidade temporal $O(N * log_2 N + L * log_2 N)$, em que N o número de estados e L o número de arcos. Esta é a situação habitual:
  - No pior caso têm de se retirar N nós da fila de prioridade, cada uma destas operações da ordem de $\log_2$ N
  - São necessárias no pior caso L inserções na fila de prioridade, cada uma com custo $\log_2$ N.

- Quando o grafo é denso, então deve-se utilizar uma lista ou tabela de dispersão. Complexidade temporal da ordem de $O(N^2 + L)$
  - Retirar o nó com menor custo é operação O(N), no máximo N vezes.
  - A inserção de um nó sucessor na fronteira pode ser feita com uma operação de O(1)

Comparação implementações

N	Densidade	L	N*log N + L * log N	N*N+L	Rácio
10	1%	1	**37**	101	0,36
10	10%	10	**66**	110	0,60
10	**50%**	50	199	**150**	1,33
10	**90%**	90	332	**190**	1,75
10	**100%**	100	365	**200**	1,83
100	1%	100	**1329**	10100	0,13
100	10%	1000	**7308**	11000	0,66
100	**50%**	5000	33884	**15000**	2,26
100	**90%**	9000	60459	**19000**	3,18
100	**100%**	10000	67103	**20000**	3,36
1000	1%	10000	**109624**	1010000	0,11
1000	10%	100000	**1006544**	1100000	0,92
1000	**50%**	500000	4992858	**1500000**	3,33
1000	**90%**	900000	8979172	**1900000**	4,73
1000	**100%**	1000000	9975750	**2000000**	4,99
10000	1%	1000000	**13420590**	101000000	0,13
10000	**10%**	10000000	133010001	**110000000**	1,21
10000	**50%**	50000000	664518496	**150000000**	4,43
10000	**90%**	90000000	1196026991	**190000000**	6,29
10000	**100%**	100000000	1328904115	**200000000**	6,64
100000	1%	100000000	**1662625011**	10100000000	0,16
100000	**10%**	1000000000	16611301438	**11000000000**	1,51
100000	**50%**	5000000000	83049863336	**15000000000**	5,54
100000	**90%**	9000000000	149488425234	**19000000000**	7,87
100000	**100%**	10000000000	166098065708	**20000000000**	8,30

Sumário

- A formulação do problema normalmente requer uma abstração dos detalhes da realidade para definir um espaço de estados que possa ser explorado
- Variedade de estratégias de procura cega
- Procura de aprofundamento progressivo usa apenas espaço linear e da mesma ordem de grandeza temporal do que outros algoritmos de procura cega. É o algoritmo de escolha para procura cega.
- Procura bidirecional pode reduzir enormemente a complexidade temporal, mas nem sempre é aplicável e requer espaço exponencial.