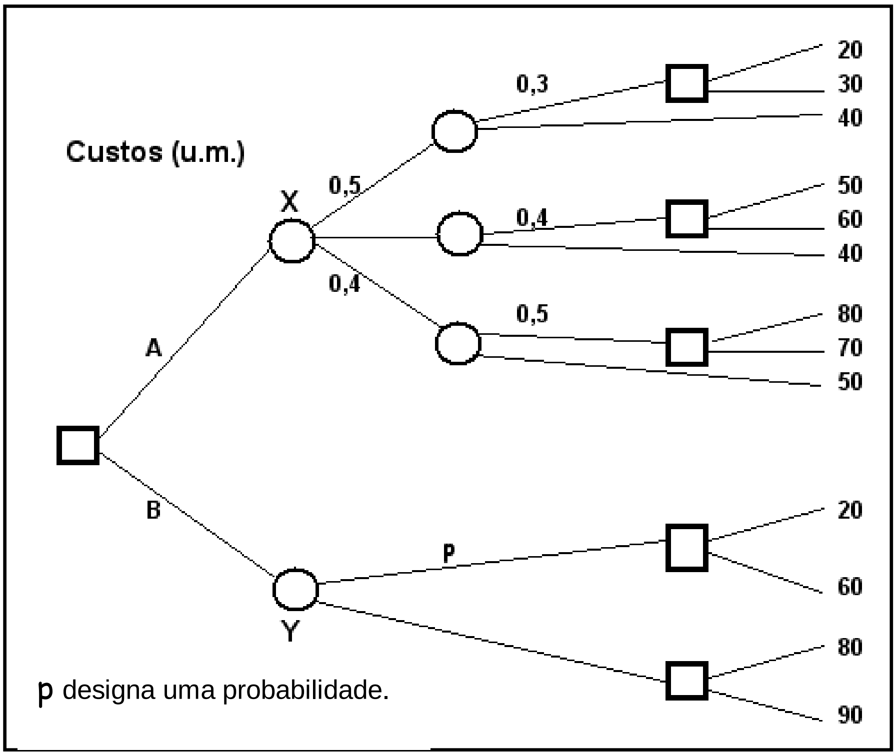
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática	**INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL** **Exame de Época Normal** 20 de janeiro de 2012 – Duração: 3 h

ATENÇÃO : QUALQUER FRAUDE DETECTADA NESTE TESTE IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LECTIVO NESTA DISCIPLINA E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO DIRECTIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

1ª Parte

I

Considere o problema de decisões sequenciais representado pela árvore seguinte:



a) Determine, justificando sucintamente, o valor **X** associado à decisão A.
(1,0)

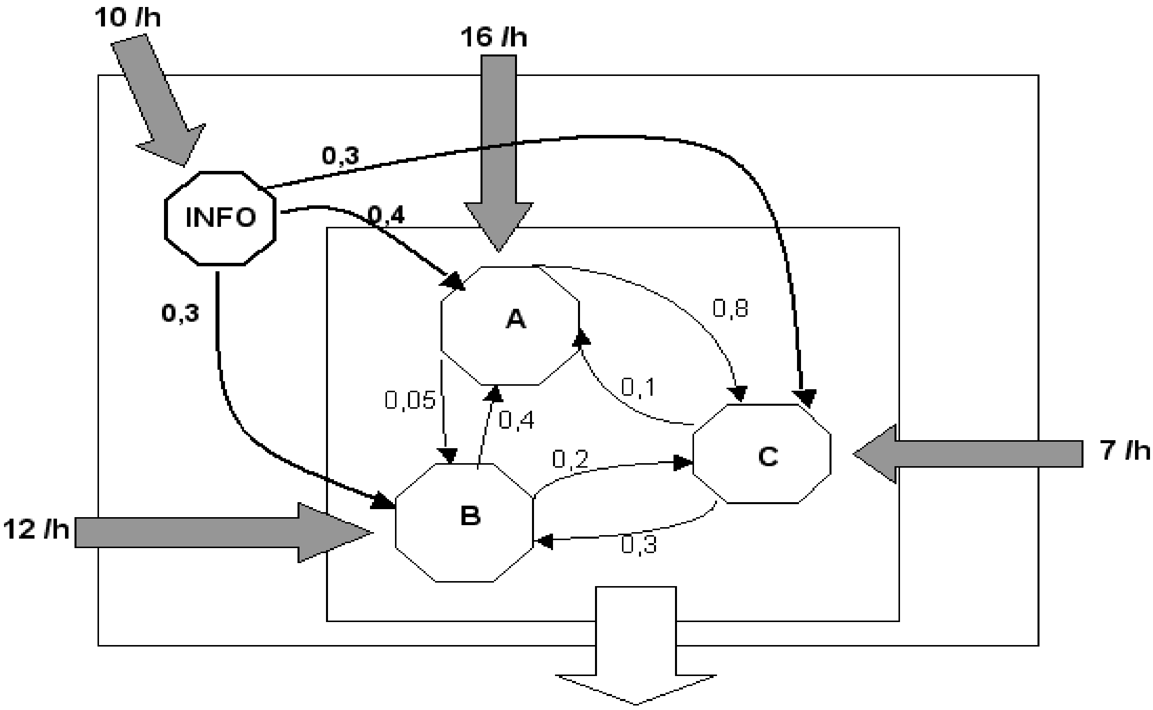
b) Determine, justificando sucintamente, o valor **Y** associado à decisão B.
(1,0)

c) Determine, justificando sucintamente, para que valores de **p** recomendaria a decisão inicial B.
(1,0)

II

Considere o sistema de filas de espera (de tipo M/M/1 e M/M/s) que se esquematiza ao lado.

Os clientes, vindos do exterior, ou se dirigem ao gabinete de informação segundo um processo Poissoniano com taxa média igual a 10 clientes por hora, ou entram diretamente nos setores A, B e C segundo processos Poissonianos com taxas médias iguais a 16, 12 e 7 clientes por hora, respectivamente. No esquema seguinte estão indicadas as possibilidades de transição entre setores e respectivas probabilidades:



No gabinete de informação está ao serviço <u>um</u> atendedor.

As taxas médias de atendimento por servidor (μ) nos diferentes setores estão indicadas na tabela seguinte:

Sector	INFO	A	B	C
μ (por h)	15,0	24,0	28,0	15,5

a) Qual a probabilidade de um cliente ter de permanecer mais do que 3 minutos no gabinete de informação?
(1,0)

b) "O subsistema constituído pelos setores A, B e C pode ser considerado uma Rede de Jackson". Justifique, indicando as taxas de entrada de clientes provenientes do exterior (do subsistema ABC) em cada um desses 3 setores.
(1,0)

c) Escreva as equações que lhe permitiriam determinar as taxas efetivas de chegadas de clientes a cada um dos setores A, B ou C.
(1,0)

d) Assuma que as taxas efetivas de chegadas de clientes aos setores A, B ou C são, respetivamente iguais a λ_A **= 36,742** , λ_B **= 30,484** e λ_C **= 45,491** clientes/h.

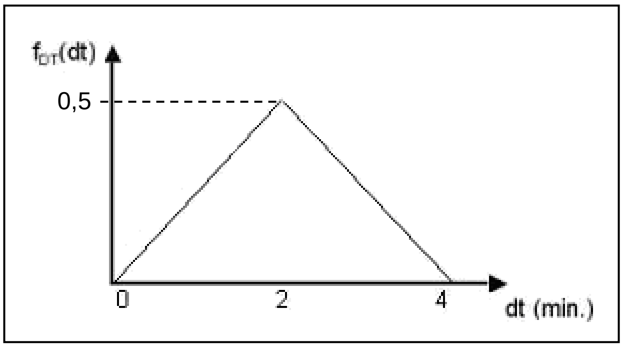
Proponha justificadamente o número de servidores por setor, determinando, para o cenário proposto, o tempo médio de permanência de um cliente no <u>sistema total</u>.
(1,5)

				M/M/s			
λ	10	30,484	30,484	36,742	36,742	45,491	45,491
μ	15	28	28	24	24	15,5	15,5
s	1	2	3	2	3	3	4
ρ	0,667	0,544	0,363	0,765	0,510	0,978	0,734
L	2,000	1,547	1,152	3,697	1,789	46,184	4,264
L_q	1,333	0,458	0,064	2,166	0,258	43,250	1,329
W	0,200	0,051	0,038	0,101	0,049	1,015	0,094
W_q	0,133	0,015	0,002	0,059	0,007	0,951	0,029

FORMULÁRIO NO VERSO !

III

O intervalo de tempo entre duas chegadas consecutivas a uma dada Fila de Espera tem distribuição Triangular, com a função de densidade de probabilidade esquematizada abaixo:



Cada cliente origina uma duração de atendimento com distribuição Exponencial de média igual a 1,5 (min.).

Assuma que a Fila de Espera se começa a formar às 9 h. Para proceder à geração de NPA's utilize os seguintes NPA's U[0;1]:

0,1526 0,3063 0,8898 0,4413 0,0202 0,7723 0,1453 0,7020 0,4005 0,3174 0,0730

a) Proceda à geração da duração do atendimento dos dois primeiros clientes.
(1,0)

b) Proceda à geração do <u>instante</u> de chegada dos dois primeiros clientes.
Nota: Utilize o formato hh,decimal e não hh:mm:ss.
(1,0)

c) Determine o instante de finalização do atendimento do 2º cliente.
Nota: Utilize o formato hh,decimal e não hh:mm:ss.
(0,5)

FORMULÁRIO

X ~ Exponencial(λ): $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda . x}$, x > 0

Modelo M/M/1

- L = $\dfrac{\lambda}{\mu - \lambda}$
- Tempo de Espera no sistema M/M/1: W ~ Exponencial($\mu(1-\rho)$)

Fórmula de Pollaczek-Khintchine: $L_q = \dfrac{\lambda^2\sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Exame de Época Normal

20 de janeiro de 2012

2ª Parte

IV

O gestor de tráfego urbano da Lusólia, pretende planear o funcionamento de um cruzamento semaforizado simples, ou seja, um cruzamento em que o condutor é obrigado a seguir em frente em qualquer um dos seus <u>quatro</u> acessos (Figura 1).

A semaforização impede que no cruzamento ocorra a circulação simultânea de veículos provenientes de vias distintas (vias 1 e 2). Sabe-se ainda que, os semáforos que regularizam os dois sentidos de tráfego de uma mesma via apresentam o mesmo ciclo de funcionamento, ou seja, num determinado instante de tempo, os dois semáforos apresentam a mesma cor.

Na Figura 2 esquematiza-se um ciclo de funcionamento de **um** semáforo da via 1 e **um** semáforo da via 2. De notar que, <u>quando estiver verde ou amarelo num dos semáforos da via 1, então estará vermelho em qualquer um dos semáforos da via 2</u> e vice-versa. Para evitar a colisão de veículos que iniciem a travessia do cruzamento com o semáforo amarelo, existem também os chamados **tempos de limpeza** (**T3** e **T6**), tempos em que os semáforos estarão vermelhos em ambas as vias.

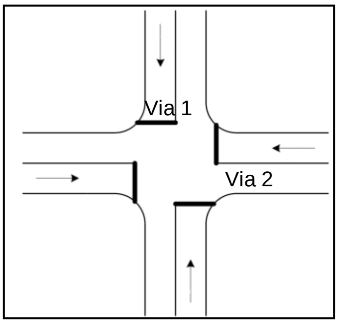


Fig. 1 Cruzamento simples

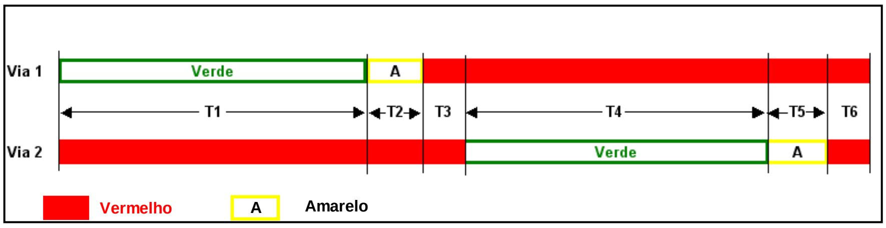


Fig. 2 Ciclo de funcionamento dos semáforos nas duas vias.

Devido à luminosidade que a luz vermelha tem de produzir para se distinguir das restantes, o custo de operação de cada semáforo pode ser descrito pelo tempo que o semáforo se encontra na posição de vermelho, sendo de 3 u.m. por cada minuto de funcionamento da referida cor.

Por cada ciclo de funcionamento pretende-se que o tempo mínimo de sinal verde em cada via seja de 2 minutos.

Sabe-se que a acumulação de tráfego <u>em cada sentido</u> das vias 1 e 2 é de respectivamente 3 e 4 veículos, por cada minuto que o sinal se encontre vermelho nessa via. O gestor de tráfego pretende que não existam, em cada momento, mais do que 15 veículos à espera para circular, em qualquer um dos quatro acessos ao cruzamento.

Sabe-se ainda que por questões de segurança, os tempos de limpeza dos semáforos não deverão ser inferiores a 5 segundos.

a) Sabendo que <u>se pretende determinar **a duração de um ciclo de funcionamento** dos semáforos deste cruzamento</u> que minimiza os custos de operação, formule o problema anterior como um modelo de Programação Linear, que poderá incluir variáveis inteiras e/ou binárias.
(2,0)

b) Considere, agora, que o gestor de tráfego exige que se os tempos de limpeza dos semáforos tomem um dos seguintes valores: 5, 7 ou 9 segundos. Indique que alterações introduziria na formulação do problema da alínea a) para contemplar esta situação.
(1,0)

V

Considere o problema (P) de Programação Linear

$$\begin{array}{llcccc}
\text{MIN } F = -3X + 6Y & & & & & \\
\text{s. a.} & & & & & \\
& -2X & + & Y & \leq & 2 \\
& -X & + & 2Y & \geq & 4 \\
& 2X & + & Y & \leq & 8 \\
& X, & Y & \geq & 0 &
\end{array}$$

a) Resolva graficamente o problema (P).
(1,5)

b) Classifique quanto à degenerescência a(s) solução(ões) básica(s) obtida(s) e, se for possível, identifique as variáveis básicas ótimas do problema (P), indicando os respectivos valores. Justifique sucintamente.
(1,0)

c) Admita que o termo independente da terceira restrição passou a ser δ, ($\delta \in IR_0^+$). Recorrendo ao Método Gráfico, resolva o problema (P) nesta situação.
(2,0)

VI

Uma empresa dispõe de duas fábricas onde produz peças metálicas que serão transportadas para três centros de distribuição A, B e C.

A Fábrica 1 produz semanalmente 100 peças e a Fábrica 2 produz 70 peças. Os centros de distribuição possuem encomendas semanais dos seus clientes de 50, 120 e 30 peças, respectivamente. Sabe-se ainda que o centro de abastecimento B tem de satisfazer totalmente as necessidades semanais dos seus clientes e que os centros de distribuição A e C têm um custo de 3 e 2 u.m., respectivamente, por cada peça metálica que <u>não</u> seja entregue aos seus clientes.

Os custos unitários de transporte (u.m.) das peças metálicas são dados pela tabela seguinte

Fábrica \ Centro Distr.	**A**	**B**	**C**
1	8	7	5
2	9	8	5

a) Utilizando o Método do Custo Mínimo para determinar uma solução básica inicial, resolva o problema de distribuição semanal, minimizando o custo total semanal.
(1,5)

b) "Existe um plano de distribuição ótimo que corresponde ao envio de 90 peças metálicas da Fábrica 1 para o centro de distribuição B". Concorda com a afirmação? Justifique sucintamente.
(1,0)