FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática	**Introdução à Investigação Operacional** Exame - 5 de janeiro de 2018 Duração: 3 horas

Justifique convenientemente as suas respostas.

I

Considere o problema de Programação Linear Q e o respetivo quadro ótimo:

$$\begin{array}{ll} \text{Max } F = & 4x - 2y + 2z \\ \text{s.a} & 2x + 3y + 4z \geq 20 \\ & x + y + z \leq 14 \\ & x, y, z \geq 0 \end{array}$$

	x	y	z	f_1	f_2	TI
x	1	1	1	0	1	14
f_1	0	-1	-2	1	2	8
F	0	6	2	0	4	56

a) Recorrendo à formulação matricial do Simplex escreva o quadro do Simplex correspondente à solução (x,y,z)=(0,0,14).

(1.5)

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

b) Se o coeficiente da variável z na função objetivo do problema Q passar a ser 6 a solução ótima, indicada no quadro ótimo inicial, mantem-se? Em caso negativo, determine a nova solução ótima.

(1.5)

c) Admita que o coeficiente da variável y na segunda restrição de Q passou a ser o número real β. Para que valores de β a solução ótima indicada no quadro ótimo permanece ótima? Justifique.

(1.0)

d) Admita que o termo independente da primeira restrição de Q passou a ser 30. A solução ótima indicada no quadro ótimo mantém-se? Em caso negativo e caso se pretenda determinar a nova solução ótima indique quais as variáveis básicas e não básicas no próximo quadro e qual o método que deveria aplicar (não determine mais quadros!).

(1.0)

II

A resposta a esta pergunta deve ser dada exclusivamente na folha de resposta.

Três fábricas produzem computadores que depois são distribuídos por três armazéns. Na tabela seguinte está indicado o número de computadores produzido por cada fábrica, o número de computadores que cada armazém necessita e o custo, em unidades monetárias (u.m.), de enviar um computador entre cada fábrica e cada armazém.

		Armazéns			Quantidade Produzida
		1	2	3	
Fábricas	1	6	6	3	4
	2	4	3	1	7
	3	2	2	4	3
	Procura	6	2	6	

Resolva este problema de transportes partindo da seguinte solução básica admissível:

		Armazéns		
		1	2	3
Fábricas	1	4		
	2		2	5
	3	2		1

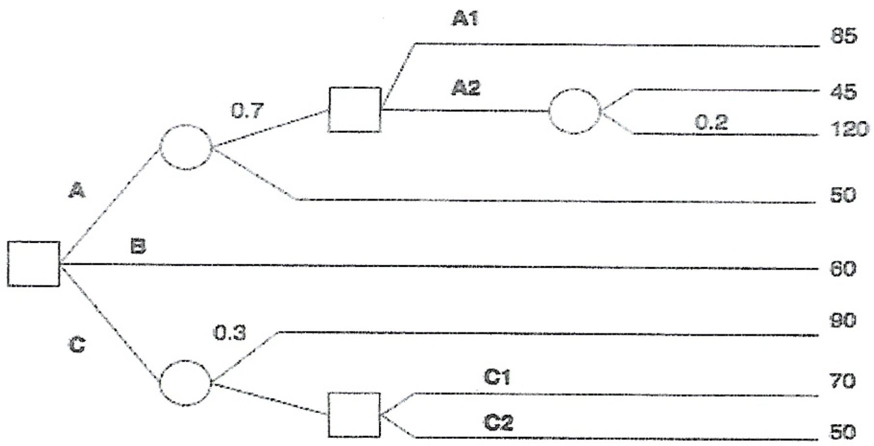
Não realize mais do que 3 iterações!

(2.5)

III

A resposta a esta pergunta deve ser dada exclusivamente na folha de resposta.

Considere um problema de decisões sequenciais representado pela Árvore de Decisão seguinte, onde os valores terminais dizem respeito a custos, em unidades monetárias (u.m.).



a) Qual a decisão que recomendaria? Indique os cálculos que efetuar.

(1.5)

b) Assuma que o custo associado à decisão **A1** deixa de ser 85 e passa a ser β. Averigue a existência de um valor para β tal que, seja indiferente escolher a decisão **A** ou a decisão **B**.

(1.0)

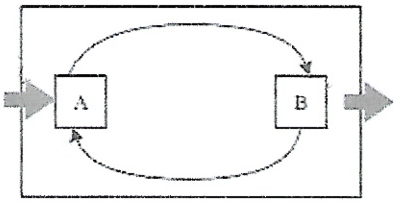
IV

Considere um sistema de redes de filas de espera representado pelo esquema abaixo. Admita que todas as filas são do tipo M/M/1.

Os clientes podem entrar do exterior em direção ao setor A ou em direção ao setor B. Sabe-se que os clientes que chegam do exterior em direção ao setor A chegam de acordo com um Processo Poissoniano com taxa média igual a 8 clientes por hora. Os clientes que entram diretamente para o setor B chegam segundo um Processo Poissoniano com taxa média igual a 17 clientes por hora.

Do setor A metade dos clientes transitam para o setor B enquanto que os restantes abandonam o sistema. Do setor B, apenas 1/4 dos clientes transita para o setor A enquanto que os restantes abandonam o sistema.

Sabe-se que o servidor do setor A demora em média 3 minutos a atender um cliente enquanto que o servidor do setor B demora em média 2 minutos a atender um cliente.



a) Determine as taxas efetivas de chegada aos diferentes setores.
(0.9)

Caso não tenha resolvido a) admita que λ_A=16 clientes/hora e λ_B=22 clientes/hora.

b) Qual a probabilidade de estarem dois clientes à espera no setor B?
(1.0)

c) Determine quantos minutos, em média, passa um cliente no sistema.
(1.4)

d) Sem efetuar os cálculos, indique como poderia determinar a probabilidade de estarem 2 clientes no sistema?
(0.7)

Formulário:

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$P(W > t) = e^{-\mu(1-\rho)t} \quad \text{para } t \geq 0$$

$$P(W_q > t) = \rho\, e^{-\mu(1-\rho)t} \quad \text{para } t \geq 0$$

V

A N&Ns produz chocolate artesanal. Os bombons e as línguas-de-gato de chocolate são os dois produtos vendidos na sua loja *online*. Cada cliente encomenda apenas um tipo de doce. Sabe-se que é de 30% a probabilidade de um cliente encomendar línguas-de-gato sendo de 70% a probabilidade de um cliente encomendar bombons.

As línguas-de-gato vendem-se em caixas de meio quilo. Sabe-se que em cada encomenda são compradas 3, 4 ou 5 caixas de línguas-de-gato com probabilidade 50%, 30% e 20% respetivamente. As línguas-de-gato são vendidas a 12€ por quilo. Os bombons são vendidos ao peso, seguindo as quantidades encomendadas uma distribuição Uniforme[2,7] (em kg). Cada quilo de bombons é vendido a 14€.

Notas: 1. $X \sim Exp(\lambda) \Leftrightarrow F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}, x \geq 0$

2. Admita que à invocação da rotina RANDOM é atribuído um NPA U[0,1] à variável u.

a) Construa a rotina BOMBOM que lhe permita gerar a receita obtida com uma encomenda de bombons.
(0.8)

b) Construa a rotina GATO que permita gerar a receita obtida com uma encomenda de caixas de línguas-de-gato.
(1.0)

c) Sabe-se que o intervalo de tempo entre duas encomendas consecutivas na N&Ns segue uma distribuição exponencial de média 15 minutos. Elabore uma rotina que lhe permita gerar a receita obtida pela N&Ns durante um mês. Considere que um mês tem 30 dias.
(1.2)

VI

É necessário empacotar 100 objetos. O j-ésimo objeto (j=1,...,100) tem um volume de v_j unidades de volume (u.v.). Existe um conjunto de pacotes disponível, de diferentes tamanhos, para empacotar todos os objetos. As características dos pacotes encontram-se registadas na tabela seguinte:

Tipo de pacote	Capacidade (u.v.)	Nº de pacotes disponíveis	Custo de um pacote (u.m.)
I	100	4	100
II	200	3	(*)
III	300	3	190
IV	400	2	280

Por exemplo, existem 4 pacotes de tipo I, é possível armazenar até 100 u.v. em cada um dos pacotes de tipo I e cada pacote do tipo I custa 100 unidades monetárias (u.m.).

(*) Se for usado um pacote do tipo II então o custo desse pacote é de 150 u.m. Se forem usados 2 pacotes de tipo II então o custo de cada pacote é de 140 u.m.. Se forem usados os 3 pacotes de tipo II, o custo de cada pacote é de 130 u.m..

Sabe-se também que se os objetos 13 e 14 ficam no mesmo pacote então o objeto 16 deve ficar também nesse pacote (no pacote em que ficam os objetos 13 e 14).

Sabendo que se pretende empacotar todos os objetos do modo mais económico, formule este problema como um problema de Programação Linear que poderá incluir variáveis inteiras e/ou binárias.
(3.0)