FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática	**NTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL** **1º Teste** 24 de Abril de 2010 - Duração: 90 minutos

ATENÇÃO : QUALQUER FRAUDE DETECTADA NESTE EXAME IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LECTIVO NESTA DISCIPLINA E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO DIRECTIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

I

Numa feira de exposições existem 1000 m^2 disponíveis para a instalação de quiosques de produtos regionais. A tabela seguinte contém para cada tipo de quiosque: a área necessária para a sua implantação, o lucro de um quiosque (em unidades monetárias (u.m.)) e o número mínimo e máximo de quiosques a instalar.

Tipo de quiosque	Área ocupada por um quiosque (m^2)	Lucro de um quiosque (u.m.)	Nº mínimo de quiosques a instalar	Nº máximo de quiosques a instalar
Vinhos	50	9	1	3
Queijos e enchidos	60	7	1	3
Artesanato	150	15	1	3
Doces regionais	120	13	2	3
Frutas	90	8	1	3

Pretende-se também que a área total ocupada pelos quiosques de frutas e pelos quiosques de vinhos instalados não deva ultrapassar 40% da área total ocupada pelos quiosques de doces regionais.

a) Sabendo que se pretende determinar o número total de quiosques a instalar de cada tipo de modo a maximizar o lucro total, formule este problema como um modelo de Programação Linear que poderá incluir variáveis inteiras e/ou binárias.

(1,0)

b) Admita agora que o lucro, em unidades monetárias (u.m.), obtido com a instalação de um quiosque de um determinado tipo depende do número total de quiosques desse tipo que sejam instalados no parque de exposições e encontra-se registado na tabela seguinte:

	Nº total de quiosques a instalar		
Tipo de quiosque	1	2	**3**
Vinhos	10	9	8
Queijos e enchidos	7	6	5
Artesanato	12	11	8
Doces regionais	---	18	15
Frutas	14	12	9

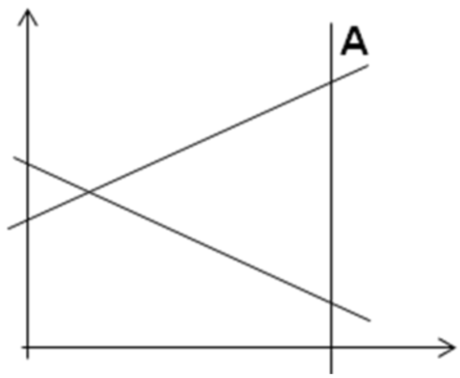
Por exemplo, se no parque de exposições existir(em) 1, 2 ou 3 quiosques de frutas, o lucro de cada quiosque será respectivamente de 14, 12 e 9 u.m.

Sabendo que se pretende determinar o número total de quiosques a instalar de cada tipo de modo a maximizar o lucro total, indique claramente que alterações deveria efectuar na formulação apresentada em a) de modo a contemplar esta nova situação.

(2,0)

II

Considere o problema (P) de Programação Linear cuja região admissível se esboça na figura:



$$
\begin{array}{ll}
\text{Max} & F = 2X + Y \\
\text{sujeito a:} & \\
& \begin{array}{rcrcr}
X & & & \leq & 6 \\
X & + & 2Y & \geq & 8 \\
-X & + & 2Y & \leq & 6 \\
X, & & Y & \geq & 0
\end{array}
\end{array}
$$

a) Resolva graficamente o problema (P).

(0,5)

b) Partindo da resolução gráfica identifique as variáveis básicas e a respectiva base, correspondente à solução óptima de (P). **(0,5)**

c) Recorrendo à formulação matricial do simplex obtenha o quadro óptimo do simplex correspondente à solução óptima. **(1,0)**

d) Admita que a função objectivo de (P) passou a ser Max $G = \delta X + Y$, $\delta \in IR$. Indique, justificando, para que valores reais de δ o vértice A é o único vértice óptimo.

(1,0)

III

Resolva o seguinte problema de Programação Linear utilizando o método do Simplex e não efectuando mais do que <u>duas</u> iterações. Em relação ao último quadro, indique a solução obtida e o respectivo valor da função objectivo. Comente.

$$
\begin{array}{ll}
\text{Min} & W = -2X + Y - 3Z \\
\text{sujeito a:} & \\
& \begin{array}{rcrcrcr}
2X & + & Y & + & Z & \leq & 10 \\
2X & + & 2Y & - & 2Z & \leq & 8 \\
X, & & Y, & & Z & \geq & 0
\end{array}
\end{array}
$$

(1,5)

IV

Considere o problema de Programação Linear (Q) na forma standard, onde F1, F2 e F3 são as variáveis de folga associadas respectivamente à primeira, segunda e terceira restrições:

$$
\begin{array}{l}
\text{Max} \quad T = 4X + 8Y + 6Z \\
\text{sujeito a:} \\
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & 2Y & + & Z & + & F1 & & & & & = & 120 \\
X & + & Y & & & & & + & F2 & & & = & 240 \\
X & + & Y & + & 2Z & & & & & - & F3 & = & 90 \\
\end{array} \\
X,\ Y,\ Z,\ F1,\ F2,\ F3 \geq 0
\end{array}
$$

Sabe-se que as variáveis básicas óptimas são X, Z e F3.

a) Utilizando a formulação matricial do Simplex, construa o quadro óptimo do Simplex. Indique a solução óptima e o valor óptimo do problema.

(1,5)

b) Admita que ao problema Q foi adicionada uma nova variável não negativa W com coeficiente 5 na função objectivo e coeficientes 2, -1 e 0 na primeira, segunda e terceira restrições respectivamente. Indique, justificando, se a solução óptima determinada em a) permanece óptima. Em caso negativo não proceda a nova iteração.

(1,0)