FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

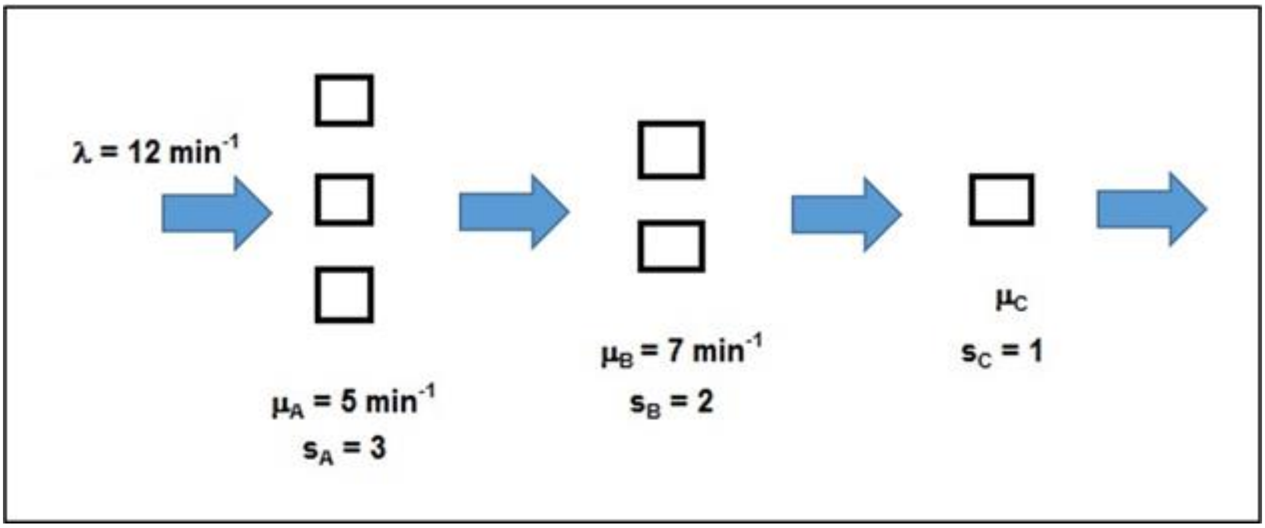
INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

3º Teste – Duração: 60 min. **Enunciado A**

18 de dezembro de 2014.

I

Considere a Rede de Filas de Espera esquematizada na figura seguinte:



Admita que todas as filas de espera são do tipo M/M/s.

Sabe-se que o número médio de clientes no sistema é de 15,4503.

Conhecem-se, ainda, os valores disponibilizados no Quadro ao lado, relativos a filas de espera do tipo M/M/s:

λ	12	12
μ	5	7
s	3	2
L	4,9888	6,4615
P0	0,0562	0,0769
P1	0,1348	0,1319
P2	0,1618	0,1130

a) Caraterize o processo de saídas dos clientes deste sistema, justificando sucintamente.
(0,7)
Trata-se de um Processo Poissoniano com taxa média igual a 12 clientes por minuto.
Justif.: Teo.Jackson – Processo Poissoniano de entrada com taxa λ + duração de serviço Exponencial + filas ilimitadas com s servidores → origina um processo de saída Poissoniano com taxa λ.

b) Sabendo que no modelo M/M/1 é válida a expressão $L = \dfrac{\lambda}{\mu - \lambda}$, determine μ_C.

(1,0)
Neste sistema é válido L_TOT = L_A + L_B + L_C → 15,4503 = 4,9888 + 6,4615 + L_C → L_C = 4,000 clientes

Como λ = 12 /min., $L_C = \dfrac{\lambda}{\mu - \lambda}$ → μ_C = 15,000 clientes / min.

c) Determine a probabilidade de se encontrar exatamente 1 cliente no sistema. (Se não respondeu à alínea anterior, assuma que $\mu_C = 16$ min^{-1}).
(1,0)
P_1 = P1_A . P0_B . P0_C + P0_A . P1_B . P0_C + P0_A . P0_B . P1_C ; Pn_C = ρ^n . (1 – ρ) com ρ = 12/15 = 0,8

P_1 = 0,1348 . 0,0769 . 0,2 + 0,0562 . 0,1319 . 0,2 + 0,0562 . 0,0769 . 0,16 = 0,0042 = 0,42%

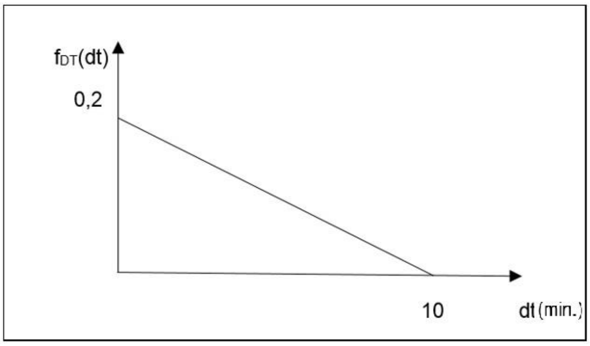
d) “Numa Rede de Jackson com k setores, depois de determinarmos L, podemos determinar W recorrendo à Fórmula de Little: **W = L / λ**, com $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_k$“. Comente, justificando sucintamente.

(0,8)
A afirmação não é verdadeira. Para se determinar W faz-se W = L / λ, com $\lambda = a_1 + a_2 + ... + a_k$, sendo a_k a taxa de entradas do exterior diretamente no setor k.

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática	**INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL** **3º Teste** **Enunciado A** 18 de dezembro de 2014.

II

Considere uma Fila de Espera com um único servidor, cujo processo de chegadas apresenta intervalos de tempo entre chegadas consecutivas, DT (min.), com função densidade de probabilidade, que se esquematiza em seguida:



Admita que a duração do atendimento de um cliente é adequadamente descrita pela distribuição Uniforme[1,0 ; 2,5] (min.).

a) Proceda à geração de dois intervalos de tempo entre chegadas consecutivas, recorrendo ao **Método da Rejeição**.
Nota: Complete o Quadro seguinte, até gerar os dois valores pedidos.
(1,2)

x = 10 u ; f(x) = 0,2-0,02*x ; Pa = f(x) / 0,2 ; Se Pa > u2, então NPA_DT = x

u1	x	f(x)/0,2	u2	NPA_DT (min.)
0,27425	2,7425	0,72575	0,99053	
0,28434	2,8434	0,71566	0,43328	**2,8434**
0,11601	1,1601	0,88399	0,85759	**1,1601**
0,95596	---	---	0,27444	Obs:Desnec!

b) Proceda à geração da duração do atendimento dos dois primeiros clientes, considerando os seguintes NPA U[0; 1]: 0,73285 0,94208
(0,8)

d_a = 1+1,5*u

u	d_a (min.)
0,73285	**2,099275**
0,94208	**2,41312**

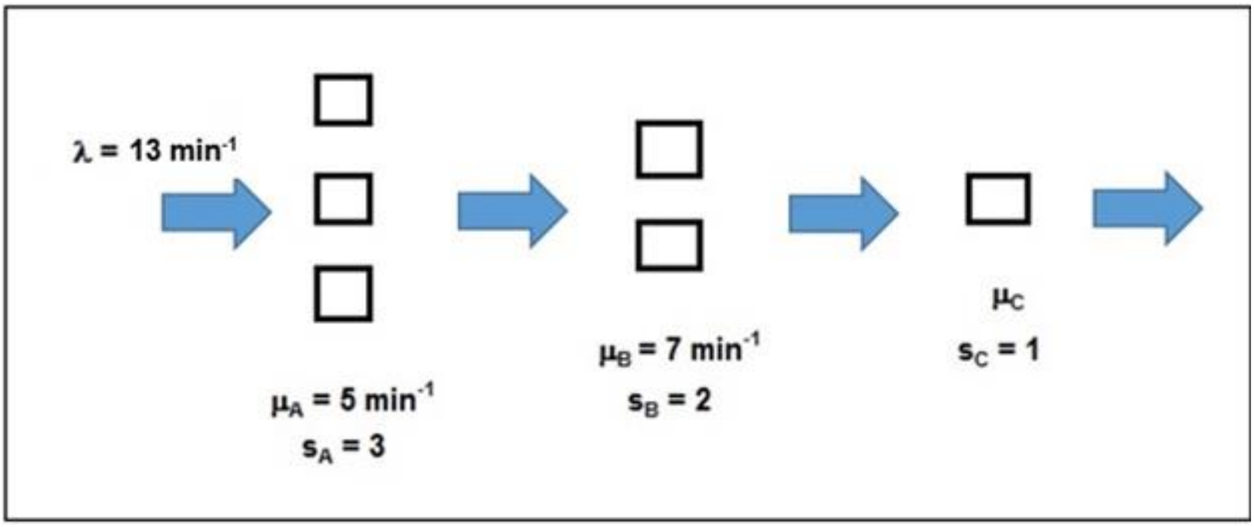
c) Determine o momento em que o 2º cliente deixa o sistema, assumindo que a fila se começa a formar às 0h. (Exprima o resultado na forma mm,decimal e não hh:mm:ss) .
(0,5)

T	T_inic	D_A	T_fim (min.)
2,8434	2,8434	2,099275	4,942675
4,0035	4,942675	2,41312	**7,355795 min.**

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática	**INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL** **3º Teste – Duração: 60 min.** **Enunciado B** 18 de dezembro de 2014

I

Considere a Rede de Filas de Espera esquematizada na figura seguinte:



Admita que todas as filas de espera são do tipo M/M/s.

Sabe-se que o tempo médio de permanência de um cliente no sistema é de 1,9498 minutos.

Conhecem-se, ainda, os valores disponibilizados no Quadro ao lado, relativos a filas de espera do tipo M/M/s:

λ	13	13
μ	5	7
s	3	2
W (min.)	0,5794	1,0370
P0	0,0345	0,0370
P1	0,0898	0,0688
P2	0,1168	0,0639
P3	0,1012	0,0593

a) Caraterize o processo de saídas dos clientes deste sistema, justificando sucintamente.
(0,7)
Trata-se de um Processo Poissoniano com taxa média igual a 12 clientes por minuto.
Justif.: Teo.Jackson – Processo Poissoniano de entrada com taxa λ + duração de serviço Exponencial + filas ilimitadas com s servidores → origina um processo de saída Poissoniano com taxa λ.

b) Sabendo que no modelo M/M/1 é válida a expressão $W = \dfrac{1}{\mu - \lambda}$, determine μ_C.

(1,0)

Neste sistema é válido W_TOT = W_A + W_B + W_C → 1,9498 = 0,5794 + 1,0370 + W_C → W_C = 0,3334 min.

Como λ = 13 /min., $W = \dfrac{1}{\mu - \lambda}$ → μ_C = 15,994 clientes / min. ≈ 16 clientes / min.

c) Determine a probabilidade de se encontrar exatamente 1 cliente no sistema. (Se não respondeu à alínea anterior, assuma que μ_C = 15 min^{-1}).
(1,0)
P_1 = P1_A . P0_B . P0_C + P0_A . P1_B . P0_C + P0_A . P0_B . P1_C ; Pn_C = ρ^n . (1 – ρ) com ρ = 13/16 = 0,8125

P_1 = 0,0898 . 0,0370 . 0,1875 + 0,0345 . 0,0688 . 0,1875 + 0,0345 . 0,0370 . 0,1523 = 0,0013 = 0,13%

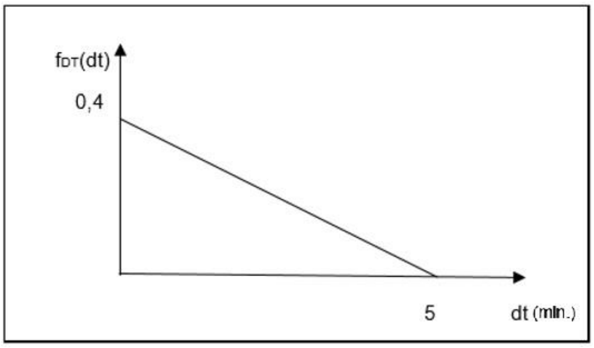
d) **"**Numa Rede de Jackson com k setores, depois de determinarmos L, podemos determinar W recorrendo à Fórmula de Little: **W = L / λ**, com $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_k$ ". Comente, justificando sucintamente.

(0,8)
A afirmação não é verdadeira. Para se determinar W faz-se W = L / λ, com $\lambda = a_1 + a_2 + ... + a_k$, sendo a_k a taxa de entradas do exterior diretamente no setor k.

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA Departamento de Matemática	**INTRODUÇÃO À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL** **3º Teste** **Enunciado B** 18 de dezembro de 2014.

II

Considere uma Fila de Espera com um único servidor, cujo processo de chegadas apresenta intervalos de tempo entre chegadas consecutivas, DT (min.), com função densidade de probabilidade, que se esquematiza em seguida:



Admita que a duração do atendimento de um cliente é adequadamente descrita pela distribuição Uniforme[0,5 ; 2,5] (min.).

a) Proceda à geração de dois intervalos de tempo entre chegadas consecutivas, recorrendo ao **Método da Rejeição**.
Nota: Complete o Quadro seguinte, até gerar os **dois** valores pedidos.
(1,2)

x = 5 u ;   f(x) = 0,4-0,08*x ;   Pa = f(x) / 0,4 ; Se Pa > u2, então NPA_DT = x

u1	x	Pa	u2	NPA_DT (min.)
0,27425	1,37125	0,72575	0,99053	
0,28434	1,4217	0,71566	0,43328	**1,4217**
0,11601	0,58005	0,88399	0,85759	**0,58005**
0,95596	---	---	0,27444	Obs:Desnec!

b) Proceda à geração da duração do atendimento dos dois primeiros clientes, considerando os seguintes NPA U[0; 1]:   0,73285   0,94208
(0,8)

d_a = 0,5+2,0*u

	d_a (min.)
0,73285	**1,9657**
0,94208	**2,38416**

c) Determine o momento em que o 2º cliente deixa o sistema, assumindo que a fila se começa a formar às 0h. (Exprima o resultado na forma mm,decimal e não hh:mm:ss) .   **Responda no verso!**
(0,5)

T	T_inic	D_A	T_fim (min.)
1,4217	1,4217	1,9657	**3,3874**
2,00175	3,3874	2,38416	**5,77156 min.**