



ATENÇÃO: QUALQUER FRAUDE DETETADA NESTA PROVA IMPLICARÁ A REPROVAÇÃO NO CORRENTE ANO LETIVO NESTA UNIDADE CURRICULAR E SERÁ PARTICIPADA AO CONSELHO EXECUTIVO PARA PROCEDIMENTO DISCIPLINAR.

I

Considere o seguinte problema (P) de Programação Linear e o correspondente quadro óptimo do Simplex:

$$\begin{aligned} \text{MAX } F &= 4X + 3Y + Z \\ \text{sujeito a: } & 2X + 4Y + 2Z \leq 28 \\ & -X + Y + Z \geq 10 \\ & X - 3Y - 5Z \leq 25 \\ & X, Y, Z \geq 0 \end{aligned}$$

	X	Y	Z	F1	F2	F3	
X	1	1/2	0	1/4	1/2	0	2
Z	0	3/2	1	1/4	-1/2	0	12
F3	0	4	0	1	-3	1	83
	0	1/2	0	5/4	3/2	0	20

a) Utilizando a formulação matricial do Simplex, verifique que a solução básica $(X, Y, Z) = (0, 4, 6)$ é admissível mas não ótima. Escreva o correspondente Quadro do Simplex.

(1,5)

Nota:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/8 & -7/8 & -1/8 \\ 1/4 & 3/4 & 1/4 \\ -1/8 & -5/8 & -3/8 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1 & 0 \\ -1/2 & 2 & 0 \\ -1 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -5 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/4 & -1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/6 & -2/3 & 0 \\ 1/6 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 5/3 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Admita que no Problema (P), o coeficiente de Y na função objetivo passou a ser -1 . Será que se mantém ótima a solução apresentada no Quadro ótimo? Justifique.

(1,0)

c) Admita que ao problema original (P) se adiciona a restrição $5X + 5Y \geq 20$. Será que se mantém ótima a solução apresentada no Quadro ótimo? Justifique e, em caso negativo, determine a nova solução ótima do problema.

(2,5)



II

Uma empresa dispõe de três fábricas (F1, F2 e F3) onde produz um produto que é comercializado por três clientes (A, B e C).

Na Tabela 1 apresentam-se os custos unitários de transporte das fábricas para os clientes, expressos em unidades monetárias (u.m.). As necessidades semanais de cada cliente bem como as disponibilidades das fábricas encontram-se registadas na Tabela 2.

Tabela 1: Custos unitários de transporte (u.m.).

	A	B	C
F1	1	3	7
F2	5	4	9
F3	6	8	5

Tabela 2: Disponibilidades semanais das fábricas e necessidades dos clientes.

	F1	F2	F3
Disponibilidades	300	200	100
	A	B	C
Necessidades	300	150	150

Utilizando o Método do Custo Mínimo para determinar uma solução básica inicial, resolva o problema de distribuição semanal, que minimiza o custo total.

(2,0)

III

O “Hawaii Resort” situado na ilha de Honolulu providencia estadias de luxo durante uma semana para todos os seus hóspedes.

No pacote da estadia estão incluídas duas viagens de barco a outras ilhas, com duração de meio-dia cada viagem. O resort executa duas viagens em cada dia (uma de manhã e outra à tarde), perfazendo um total de 14 viagens a destinos diferentes ao longo da semana.

No momento de aquisição do pacote, o hóspede recebe um mapa com a distribuição das viagens pela semana e indica a sua preferência de 1 a 14 por cada uma das viagens (1 é atribuído à viagem de maior preferência e 14 é atribuído à viagem menos preferida).

Ao receber toda a informação dos 50 hóspedes que nessa semana ficarão alojados no resort, o gestor do resort deverá elaborar a lista de participantes em cada viagem.

Sabe-se ainda que:

- Por razões de sustentabilidade ecológica, cada viagem terá de ser realizada com um mínimo de 2 hóspedes e um máximo de 9 hóspedes;
- Os hóspedes 10 e 11 desejam viajar juntos;
- As viagens 3, 7, 9 e 10 são muito solicitadas, pelo que nenhum hóspede deverá participar exclusivamente em viagens deste conjunto.

a) Formule um modelo de Programação Linear que auxilie o gestor do resort a elaborar a lista de participantes em cada viagem que maximiza a satisfação global das preferências dos hóspedes.

Nota: Se necessário, considere p_{ij} a preferência atribuída pelo hóspede i à viagem j .

(2,0)

b) Face a um imprevisto de última hora a viagem 4 só se poderá realizar com o máximo de 5 hóspedes. O gestor do resort está a considerar a hipótese de cancelar esta viagem, afetando naturalmente os hóspedes às restantes viagens. Sabendo que o cancelamento da viagem 4 se traduz numa satisfação de 20 unidades para o gestor do resort, indique como formularia esta condição adicional no modelo anterior por forma a maximizar a satisfação dos clientes e do gestor.

(1,0)