

Lógica Computacional

LEI FCT UNL, 2º Semestre 2009/2010

Teste 2 / Exame 1 (riscar o que não lhe interessa), versão A
(O teste é constituído pelas perguntas dos grupos IV a VI)

Duração: 1h30m / 3h00m

Identificação

Nome:

Número:

Grupo I

(1.5+1.5+2 valores)

Sejam p, q e r símbolos proposicionais. Verifique, justificando cuidadosamente, se:

1. $\models \neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
2. $(p \rightarrow q) \rightarrow r \equiv (q \rightarrow p) \rightarrow r$
3. a fórmula $\neg(\neg p \rightarrow q) \vee \neg(q \rightarrow \neg p)$ é possível, usando o algoritmo de Horn.

Grupo II

(1.5+1.5 valores)

Sejam p, q e r símbolos proposicionais. Mostre que:

1. $\{\neg p \rightarrow (\neg q \vee \neg r), \neg p\} \vdash q \rightarrow \neg r$.
2. $\{\neg(p \leftrightarrow q)\} \vdash p \vee q$.

Grupo III

(1+1 valores)

1. Enuncie o Teorema da correcção do Algoritmo de Horn.
2. Mostre por indução matemática que $\neg(\bigwedge_{i=1}^n \varphi_i) \equiv \bigvee_{i=1}^n \neg \varphi_i$, para $n \geq 0$ e sendo cada φ_i uma fórmula de Lógica Proposicional.

Grupo IV

(3+3+4 / 1.5+1.5+2 valores)

Sejam P e Q símbolos de predicado unários. Verifique se:

1. $\{\exists x ((P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow R(x)), \forall x Q(x)\} \models \exists x R(x)$
2. $\exists x (\varphi \rightarrow \psi) \equiv \forall x \varphi \rightarrow \psi$, se $x \notin \text{VL}(\psi)$
3. a fórmula $\forall x (P(x) \wedge \neg Q(x)) \rightarrow \neg \exists x (P(x) \rightarrow Q(x))$ é válida, usando um dos métodos de Resolução.

Grupo V

(3+3 / 1.5+1.5 valores)

Sejam P e Q símbolos de predicado unários. Mostre que:

1. $\{\exists x Q(x), \forall x (P(x) \rightarrow \neg Q(x))\} \vdash \exists x \neg P(x)$
2. $\vdash (\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge \forall x P(x)) \rightarrow \forall x Q(x)$

Grupo VI

(2+2 / 1+1 valores)

1. Enuncie a Proposição da correcção do Algoritmo de Resolução da Lógica de Primeira Ordem.
2. Considere-se uma estrutura de interpretação $\mathcal{M} = (U, I)$ sobre uma assinatura Σ , uma atribuição $\rho \in \text{ATR}_{\mathcal{M}}^X$, duas variáveis $x, y \in X$ e um valor $u \in U$. Mostre que, dado $t \in T_{\Sigma}^X$, se $y \notin \text{V}(t) \setminus \{x\}$ então $\llbracket t \rrbracket_{\mathcal{M}}^{\rho[x:=u]} = \llbracket t\{y/x\} \rrbracket_{\mathcal{M}}^{\rho[y:=u]}$.