Lógica Computacional

LEI FCT UNL, 2º Semestre 2009/2010

Teste 2 / Exame 1 (riscar o que não lhe interessa), versão B
(O teste é constituido pelas perguntas dos grupos IV a VI)

Duração: 1h30m / 3h00m

Identificação

Nome:

Número:

Grupo I (1.5+1.5+2 valores)

Sejam p, q e r símbolos proposicionais. Verifique, justificando cuidadosamente, se:

1. $\Vdash \neg(p \leftrightarrow \neg p)$
2. $(p \vee q) \vee r \equiv\ (p \rightarrow \neg q) \rightarrow r$
3. a fórmula $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q)$ é possível, usando o algoritmo de Horn.

Grupo II (1.5+1.5 valores)

Sejam p, q, r e s símbolos proposicionais. Mostre que:

1. $\{p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, r \rightarrow s\} \vdash p \rightarrow s$
2. $\vdash \neg(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge \neg q)$

Grupo III (1+1 valores)

1. Enuncie a Proposição da correcção do Algoritmo de Resolução da Lógica Proposicional.
2. Mostre por indução matemática que $\neg(\bigvee_{i=1}^{n} \varphi_i) \equiv \bigwedge_{i=1}^{n} \neg\varphi_i$, para $n \geq 0$ e sendo cada φ_i uma fórmula de Lógica Proposicional.

Grupo IV (3+3+4 / 1.5+1.5+2 valores)

Sejam P e Q símbolos de predicado unários. Verifique se:

1. $\{\exists x\, Q(x), \forall x\, (P(x) \to \neg Q(x))\} \models \exists x\, P(x)$
2. $\exists x\, \varphi \to \psi \equiv \forall x\, (\varphi \to \psi)$, se $x \notin \mathsf{VL}(\psi)$
3. a fórmula $\forall x\, (P(x) \vee Q(x)) \to (\exists x\, \neg Q(x) \to \exists\, x P(x))$ é válida, usando um dos métodos de Resolução.

Grupo V (3+3 / 1.5+1.5 valores)

Sejam P, Q e R símbolos de predicado unários. Mostre que:

1. $\{\exists x\, ((P(x) \wedge Q(x)) \to R(x)), \forall x\, P(x), \forall x\, Q(x)\} \vdash \exists x\, R(x)$
2. $\vdash \forall x\, (P(x) \vee Q(x)) \to (\exists x\, \neg Q(x) \to \exists\, x P(x))$

Grupo VI (2+2 / 1+1 valores)

1. Enuncie o Lema da Satisfação de Skolem.
2. Considere-se uma estrutura de interpretação $\mathcal{M} = (U, I)$ sobre uma assinatura Σ, uma atribuição $\rho \in ATR^X_{\mathcal{M}}$, uma variável $x \in X$ e um valor $u \in U$. Mostre que, dado $t \in T^X_\Sigma$, se $r \in T^X_\Sigma$ tal que $[\![r]\!]^\rho_{\mathcal{M}} = u$ então $[\![t]\!]^{\rho[x:=u]}_{\mathcal{M}} = [\![t\{r/x\}]\!]^\rho_{\mathcal{M}}$.