

Lógica Computacional

LEI, 2010/2011

FCT UNL

Aula Prática 16

Manipulação de variáveis em termos e fórmulas.

1. Calcule os conjuntos das variáveis livre e mudas dos seguintes termos.
 - (a) $Q(x) \wedge (\forall y(Q(y) \rightarrow M(z, s(x))))$.
 - (b) $Q(x) \wedge (\forall x(Q(y) \rightarrow M(z, s(x))))$.
 - (c) $Q(x) \wedge (\forall y(Q(y) \rightarrow M(z, s(y))))$.
 - (d) $\forall x(Q(x, y) \rightarrow \exists zM(z, s(x)))$.
 - (e) $\forall y(Q(x, y) \rightarrow \exists zM(z, s(x)))$.
 - (f) $\forall x(Q(x, y) \rightarrow \exists zM(z, s(y)))$.
2. Se cada termo em baixo for livre em dada fórmula para a variável referida, encontre a nova fórmula que resulta da substituição dessa variável por esse termo.
 - (a) Seja $\varphi = Q(x) \wedge (\forall y(Q(y) \rightarrow M(z, s(x))))$, e
 - i. $t = q(x)$, sendo a variável x .
 - ii. $t = q(x)$, sendo a variável y .
 - iii. $t = q(y)$, sendo a variável x .
 - iv. $t = q(z)$, sendo a variável x .
 - (b) Seja $\varphi = \forall x(Q(x) \rightarrow \forall z M(z, s(y)))$, e
 - i. $t = q(z)$, sendo a variável y .
 - ii. $t = q(z)$, sendo a variável z .
3. Prove os seguintes resultados.
 - (a) Se φ é uma fórmula fechada, então para qualquer termo t e variável x tem-se que $\varphi\{t/x\} = \varphi$.
 - (b) O termo x é livre para x em qualquer fórmula.
 - (c) Se para dado termo t se tem que $\mathcal{V}(t) = \emptyset$, então t é livre para qualquer variável em qualquer fórmula.
 - (d) Se para dada fórmula φ se tem que $x \in \mathcal{VM}(\varphi)$ e $x \notin \mathcal{VL}(\varphi)$, então qualquer termo é livre para x em φ .
 - (e) Se para dado termo t e dada fórmula φ se tem que $x \in \mathcal{VL}(\varphi)$ e $\mathcal{V}(t) \cap \mathcal{VM}(\varphi) = \emptyset$, então t é livre para qualquer variável em φ .