# Lógica Computacional

# LEI, 2010/2011
# FCT UNL

## Aula Prática 17

### Semântica da Lógica de Primeira Ordem

Considere a assinatura $\Sigma = (SF, SP)$ onde:

- $SF_0 = \{zero\},\ SF_1 = \{suc\},\ SF_2 = \{\oplus, \otimes\}$ e;
- $SP_1 = \{par, impar\},\ SP_2 = \{=, \leq\}$.

Considere também a estrutura de interpretação $\mathsf{Nat} = (\mathbb{N}_0, I)$, sendo:

- $I(zero) = 0$;
- $I(suc):\ \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ tal que $I(suc)(n) = n + 1$;
- $I(\oplus):\ \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ tal que $I(\oplus)(n, m) = n + m$;
- $I(\otimes):\ \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ tal que $I(\otimes)(n, m) = n \times m$;
- $I(par):\ \mathbb{N}_0 \to \{0, 1\}$ tal que $I(par)(n) = 1$ se $\exists k\, (n = 2 \times k)$ e $I(par)(n) = 0$ caso contrário;
- $I(impar):\ \mathbb{N}_0 \to \{0, 1\}$ tal que $I(impar)(n) = 1$ se $\exists k\, (n = 2 \times k + 1)$ e $I(impar)(n) = 0$ caso contrário;
- $I(=):\ \mathbb{N}_0^2 \to \{0, 1\}$ tal que $I(=)(n, m) = 1$ se $n = m$ e $I(=)(n, m) = 0$ caso contrário;
- $I(\leq):\ \mathbb{N}_0^2 \to \{0, 1\}$ tal que $I(\leq)(n, m) = 1$ se $n \leq m$ e $I(\leq)(n, m) = 0$ caso contrário.

Assuma a atribuição $\rho:\ X \to \mathbb{N}_0$ tal que $\rho(n) = 3$ e $\rho(m) = 2$.

1. Determine a interpretação dos seguintes termos em $\mathsf{Nat}$.

   (a) $[\![zero]\!]^{\rho}_{\mathsf{Nat}}$
   (b) $[\![n]\!]^{\rho}_{\mathsf{Nat}}$
   (c) $[\![suc(n)]\!]^{\rho}_{\mathsf{Nat}}$
   (d) $[\![suc(zero) \oplus m]\!]^{\rho}_{\mathsf{Nat}}$
   (e) $[\![(m \oplus suc(n)) \otimes (suc(zero) \oplus m)]\!]^{\rho}_{\mathsf{Nat}}$

2. Determine se são verdadeiras as afirmações seguintes.

   (a) $\mathsf{Nat}, \rho \Vdash zero \leq n$;
   (b) $\mathsf{Nat}, \rho \Vdash m \leq suc(zero) \oplus m$;
   (c) $\mathsf{Nat}, \rho \Vdash n = m \wedge n \leq suc(n)$;
   (d) $\mathsf{Nat}, \rho \Vdash par(n) \to impar(n)$;
   (e) $\mathsf{Nat}, \rho \Vdash \exists n\, impar(suc(n))$;
   (f) $\mathsf{Nat}, \rho \Vdash \exists n\, suc(n) = zero$;
   (g) $\mathsf{Nat}, \rho \Vdash \forall n\, suc(n) = m$;
   (h) $\mathsf{Nat}, \rho \Vdash \forall n\, \neg(suc(n) = zero)$.