

Lógica Computacional

LEI FCT UNL, 2º Semestre 2010/2011

Teste 3 A, 21/5/2011

Justifique cuidadosamente todas as respostas

Duração: 2h00m

Identificação

Nome:

Número:

Grupo I

(1+1 valores)

Represente as seguintes afirmações em lógica de primeira ordem:

1. Nenhum número par maior que 2 é primo.
2. Há só um número de contribuinte para cada cidadão.

Grupo II

(3+3 valores)

Sejam $x, y, z \in X$ e $a \in SF_0$. Considere ainda a seguinte fórmula.

$$\varphi \stackrel{\text{def}}{=} \exists x M(z, f(x)) \rightarrow \forall y Q(f(x), g(y, a))$$

1. Calcule os conjuntos das variáveis livre e mudas da fórmula.
2. Se cada termo em baixo for livre na fórmula para a variável referida, encontre a nova fórmula que resulta da substituição dessa variável por esse termo.
 - (a) Seja $t = q(y)$, sendo a variável y .
 - (b) $t = q(z)$, sendo a variável x .

Grupo III

(3+3+3 valores)

Considere a assinatura $\Sigma = (SF, SP)$ onde:

- $SF_0 = \{zero\}$, $SF_1 = \{suc\}$, $SF_2 = \{\oplus, \otimes\}$ e;
- $SP_2 = \{Leq\}$.

Considere também a estrutura de interpretação $\mathbf{Nat} = (\mathbb{N}_0, I)$, sendo:

- $I(zero) = 0$;
- $I(suc) : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ tal que $I(suc)(n) = n + 1$;
- $I(\oplus) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$ tal que $I(\oplus)(n, m) = n + m$;
- $I(\otimes) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$ tal que $I(\otimes)(n, m) = n \times m$;
- $I(Leq) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \{0, 1\}$ tal que $I(Leq)(n, m) = 1$ se $n \leq m$ e $I(Leq)(n, m) = 0$ caso contrário.

1. Verifique semanticamente se:

- (a) $\mathbf{Nat} \models \forall x \exists y Leq(\oplus(suc(zero), x), \otimes(y, x))$
- (b) $\{\forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)\} \models \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

2. Mostre por indução natural que $\{\exists x \forall x_1 \cdots \forall x_n \varphi\} \models \forall x_1 \cdots \forall x_n \exists x \varphi$, para $n \geq 1$ e sendo φ uma fórmula de Lógica de Primeira Ordem.

Grupo IV

(1+2 valores)

1. Considere que dada assinatura é tal que $f \in SF_1$, $P \in SP_1$, $= \in SP_2$, e seja $x \in X$. A expressão $\forall x (f(P(x)) = x)$ é uma fórmula da Lógica de primeira ordem? Justifique.
2. Defina indutivamente o conjunto das constantes de um termo de primeira ordem.