

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2012 / 13 – 1º Teste de Avaliação (sem Consulta)

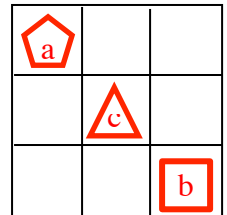
Nome:

nº:

1. Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas)

a) Desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes fórmulas

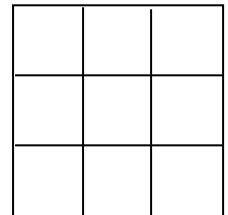
$\text{Between}(c,b,a) \wedge \neg \text{Between}(a,c,b)$
 $\neg (\text{SameShape}(a,c) \vee \text{SameShape}(a,b))$
 $\text{SameShape}(a,c) \vee \text{Cube}(b)$
 $\neg (\neg \text{Tet}(c) \vee \neg \text{FrontOf}(b,a) \vee \neg \text{LeftOf}(a,b))$



b) Verifique se a fórmula $\text{SameRow}(a,c) \vee \text{SameCol}(a,c)$ é satisfazível em conjunto com as anteriores. Se sim indique um mundo em que todas as fórmulas sejam satisfeitas; caso contrário explique sucintamente porquê.

A fórmula $\text{Between}(c,b,a)$ obriga os blocos **a**, **b** e **c** a estarem alinhados. Mas estando **a** e **b** em linhas e colunas diferentes (pela última fórmula), os três blocos têm de estar alinhados em diagonal.

Assim, os blocos **a** e **c** não podem estar nem na mesma linha nem na mesma coluna, ao contrário do que indica a nova fórmula.



2. Traduza as seguintes frases para fórmulas na linguagem do Mundo de Tarski.

a) Um dos blocos **a** e **b** é um cubo, mas não ambos.

$\text{Cube}(a) \vee \text{Cube}(b) \wedge \neg (\text{Cube}(a) \wedge \text{Cube}(b))$

b) De entre os cubos **a** e **b**, um é grande.

$\text{Cube}(a) \wedge \text{Cube}(b) \wedge (\text{Large}(a) \vee \text{Large}(b))$

c) Os blocos **a** e **b** não estão ambos à esquerda de **c** nem ambos à direita de **d**.

$\neg (\text{LeftOf}(a,c) \wedge \text{LeftOf}(b,c)) \wedge \neg (\text{RightOf}(a,d) \wedge \text{RightOf}(b,d))$

d) O bloco **c** está entre os blocos **d** e **f** ou é menor que ambos.

$\text{Between}(c,d,f) \vee (\text{Smaller}(c,d) \wedge \text{Smaller}(c,f))$

3. Considere as seguintes frases

- A Espanha faz fronteira quer com Portugal quer com França.
- O presidente de Portugal não tem a mesma idade que o de França.
- O rei de Espanha não nasceu em Espanha, mas sim em Portugal.
- O presidente de Portugal não é o presidente de França.

a) Apresente uma assinatura $\Sigma = \langle NP, NF_0 \cup NF_1 \rangle$ de uma linguagem de 1ª ordem que lhe permita escrever fórmulas de 1ª ordem correspondentes

NF_0 : Constantes	NF_1 : Funções	NP : Predicados
portugal espanha frança	idade/1 presidente/1, rei/1	Nasceu/2 Vizinhos/2 =/2

b) Traduza para fórmulas de 1ª ordem as frases acima indicadas:

i) A Espanha faz fronteira quer com Portugal quer com França.

Vizinhos(espanha, portugal) $\wedge$ Vizinhos(espanha, frança)

ii) O presidente de Portugal não tem a mesma idade que o de França.

idade(presidente(Portugal)) $\neq$ idade(presidente(frança))

iii) O rei de Espanha não nasceu em Espanha, mas sim em Portugal.

Nasceu(rei(espanha), portugal) $\wedge$ $\neg$ Nasceu(rei(espanha), espanha)

iv) O presidente de Portugal e o de França não são o mesmo.

presidente(portugal) $\neq$ presidente(frança)

4. a) Classifique cada uma das fórmulas abaixo, indicando no quadro (com S e N, respectivamente) se são ou não

V-TT: Verdade Tautológica; **V-FO**: Verdade Lógica **V-TW**: Verdade Analítica (Tarski)

P-TT: Possibilidade Tautológica; **P-FO**: Possibilidade Lógica; **P-TW**: Verdade Analítica (Tarski)

$\neg(a = b) \vee (\text{Tet}(a) \vee \neg \text{Tet}(b))$

Between(a, b, c) $\wedge$ a = b

a = b $\wedge$ $\neg(\neg \text{Tet}(a) \vee \neg \text{Cube}(a))$

V-TT	V-FO	V-TW	P-TT	P-FO	P-TW
N	S	S	S	S	S
N	N	N	S	S	N
N	N	N	S	S	N

b) Indique, se houver, uma proposição V-TT mas não V-FO. Caso contrário escreva impossível.

Impossível

c) Indique, se houver, uma proposição P-TT mas não P-TW. Caso contrário escreva impossível.

Small(a) $\wedge$ Large(a)

5. Para os argumentos abaixo, indique se são válidos, justificando informalmente a resposta.

a) Cão que ladra não morde. O Bobby ladra e morde. Logo o Bobby não é um cão.

Válido:

Se assumirmos que o ditado é verdadeiro o Bobby não poderia de facto ser um cão, pois ao ladrar não poderia morder. Assim sendo o argumento é válido.

Nota: Sendo o Bobby um cão, e sendo certo que muitos cães ladram e mordem, a falsidade da conclusão não invalida o argumento, pondo sim em causa a verdade do ditado popular!.

b) Alguns animais guincham. Os macacos guincham. Logo os macacos são animais.

Não válido.

As premissas apenas garantem que alguns animais guincham, mas não obrigam todos os seres que guincham a ser animais. Por exemplo, as máquinas sem óleo guincham e não são animais.

Embora seja verdade que os macacos são animais, isso não decorre logicamente das premissas, mas apenas do nosso conhecimento (exterior ao argumento).

c) As cadeiras da sala são todas de verga ou de madeira. Logo esta cadeira de plástico não é da sala.

Válido.

Se a cadeira fosse da sala ela teria de ser de madeira ou de verga. Mas sendo de plástico, não é nem de madeira nem de verga.

Logo é seguro concluir que a cadeira não é da sala.

6. Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski, indique se os seguintes argumentos são válidos tautologicamente (Val-TT), logicamente (Val-FO) e/ou analiticamente nos mundos de Tarski (Val-TW).

{Premissa 1, ..., Premissa n } |= Conclusão

{ Smaller(a,b) , Smaller(b,c) } |= Small(a)

{ Large(a) } |= Adjoins(a,b)

{ LeftOf(a,b) , ¬ LeftOf(a,b) } |= Tet(a)

Val-TT	Val-FO	Val-TW
N	N	S
N	N	N
S	S	S

7. a) Preencha a tabela de verdade relativa às fórmulas P1 e P2 abaixo indicadas

$$P1: \neg (A \vee (B \wedge C)) \quad \text{e} \quad P2: (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee \neg C)$$

A	B	C	$\neg (A \vee (B \wedge C))$	$(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge \neg C)$
V	V	V	F	F
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V

b) Com base na tabela assinala na caixa e justifique qual a relação tautológica entre P1 e P2

P1 é consequência de P2 ☒

☒ P2 é consequência de P1

P1 e P2 são Equivalentes ☒

☐ Nenhuma das anteriores

Justificação: Todas as valorações de A, B e C que tornam P1 verdadeiro também tornam P2 verdadeiro e vice - versa. Portanto P2 é consequência de P1, e P1 consequência de P2.

Assim sendo as fórmulas são equivalentes.

Distribuição da $\vee$ relativa à $\wedge$

8. Converta a fórmula seguinte para as formas normais conjuntiva (CNF) e disjuntiva (DNF), simplificando-as da forma mais conveniente:

$$\neg ((A \wedge B) \vee \neg B) \vee \neg (C \vee \neg B)$$

$$\neg ((A \wedge B) \vee \neg B) \vee \neg (C \vee \neg B)$$

$$\Leftrightarrow (\neg (A \wedge B) \wedge \neg \neg B) \vee \neg (C \vee \neg B)$$

Leis de de Morgan

$$\Leftrightarrow (\neg (A \wedge B) \wedge B) \vee \neg (C \vee \neg B)$$

Dupla Negação

$$\Leftrightarrow ((\neg A \vee \neg B) \wedge B) \vee \neg (C \vee \neg B)$$

Leis de de Morgan

$$\Leftrightarrow ((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \wedge B)) \vee \neg (C \vee \neg B)$$

Distribuição da $\wedge$ relativa à $\vee$

$$\Leftrightarrow ((\neg A \wedge B) \vee 0) \vee \neg (C \vee \neg B)$$

Contradição

$$\Leftrightarrow (\neg A \wedge B) \vee \neg (C \vee \neg B)$$

Elemento Neutro

$$\Leftrightarrow (\neg A \wedge B) \vee (\neg C \wedge \neg \neg B)$$

Leis de de Morgan

$$\Leftrightarrow (\neg A \wedge B) \vee (\neg C \wedge B)$$

Dupla Negação

Esta fórmula já está na forma DNF. Para a converter em CNF ...

$$\Leftrightarrow (\neg A \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (B \vee \neg C) \wedge (B \vee B)$$

Distribuição de $\vee$ relativa à $\wedge$

Esta proposição já está na forma CNF mas pode ser simplificada para ...

$$\Leftrightarrow (\neg A \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (B \vee \neg C) \wedge B$$

Idempotência

$$\Leftrightarrow (\neg A \vee \neg C) \wedge B$$

Eliminação

... que também está em CNF.