

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2012 / 13 – 2º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Não existem cubos grandes.

$\neg \exists x (Cube(x) \wedge Large(x))$

b) O cubo b é grande apenas se c for um tetraedro.

$Cube(b) \wedge (Large(b) \rightarrow Tet(c))$

c) Os blocos a, b e c estão todos em colunas diferentes.

$\neg SameCol(a,b) \wedge \neg SameCol(a,c) \wedge \neg SameCol(b,c)$

d) O bloco a é o único na sua linha.

$\forall x (x \neq a \rightarrow \neg SameRow(a,x))$

e) O cubo c está à esquerda de um tetraedro pequeno.

$Cube(c) \wedge \exists x (Tet(x) \wedge Small(x) \wedge LeftOf(c,x))$

f) Nem todos os tetraedros estão à frente do bloco a e atrás do bloco b.

$\neg \forall x (Tet(x) \rightarrow (FrontOf(x,a) \wedge BackOf(x,b)))$

g) O cubo a é grande a menos que o bloco c seja grande.

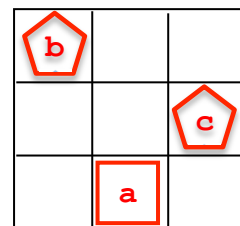
$Cube(a) \wedge (\neg Large(c) \rightarrow Large(a))$

h) O dodecaedro a tem o tamanho de todos os cubos.

$Dodec(a) \wedge \forall x (Cube(x) \rightarrow SameSize(a,x))$

2. Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\forall x (x \neq a \rightarrow \text{FrontOf}(a, x))$
2. $\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \text{Dodec}(x))$
3. $\text{Dodec}(b) \wedge \forall x (x \neq b \rightarrow (\text{FrontOf}(x, b) \wedge \text{RightOf}(x, b)))$
4. $\exists x (\text{Dodec}(x) \wedge \text{RightOf}(x, a))$
5. $\neg \text{SameShape}(a, b)$
6. $\text{Medium}(a) \wedge \neg \exists x \neg \text{SameSize}(a, x)$



3. Complete a demonstração abaixo indicada, indicando as fórmulas e as justificações em falta nas caixas em branco.

1	$\neg ((B \vee C) \leftrightarrow (A \wedge D))$	
2	$A \rightarrow B$	
3	$D \vee \neg A$	
4	A	
5	D	
6	D	Reit: 5
7	$\neg A$	
8	$\perp$	Intr $\perp$: 4, 7
9	D	Elim $\perp$: 8
10	D	Elim $\vee$: 3, 5-6, 7-9
11	$A \wedge D$	Intr $\wedge$: 4, 10
12	$B \vee C$	
13	$A \wedge D$	Reit: 11
14	$A \wedge D$	
15	A	Elim $\wedge$: 14
16	B	Elim $\rightarrow$: 2, 15
17	$B \vee C$	Intr $\vee$: 16
18	$(B \vee C) \leftrightarrow (A \wedge D)$	Intr $\leftrightarrow$: 12-13, 14 -17
19	$\perp$	Intr $\perp$: 1, 18
20	$\neg A$	Intr $\neg$: 4-19

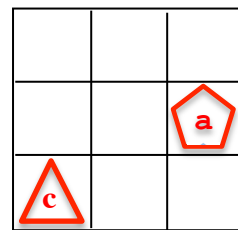
4. Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respectiva demonstração.

- a) Verifique que a demonstração está *errada*, e indique o(s) passo(s) em que as regras do sistema de Dedução Natural não foram corretamente utilizadas

1	$\text{Tet}(a) \leftrightarrow (\text{Cube}(c) \vee \text{Dodec}(c))$	
2	$\neg \text{Cube}(c)$	
3	$\neg (\text{Tet}(a) \vee \text{Dodec}(c))$	
4	$\text{Cube}(c)$	
5	$\perp$	Intr $\perp$: 2, 4
6	$\text{Tet}(a) \vee \text{Dodec}(c)$	Elim $\perp$: 5
7	$\perp$	Intr $\perp$: 3, 6
8	$\neg \neg (\text{Tet}(a) \vee \text{Dodec}(c))$	Intr $\neg$: 3 - 7
9	$\text{Tet}(a) \vee \text{Dodec}(c)$	Elim $\neg$: 8

No passo 6, a eliminação da contradição está errada, pois não é feita na sub-demonstração onde ocorre a fórmula mais interna.

- b) Indique no tabuleiro ao lado um contra-exemplo que mostre que o argumento não é válido



5. Valide o argumento abaixo apresentando a respectiva demonstração.

1	$A \rightarrow (B \vee C)$	
2	$C \rightarrow (\neg A)$	
3	$\neg B$	
4	A	
5	$B \vee C$	Elim $\rightarrow$: 1, 4
6	B	
7	$\perp$	Intr $\perp$: 3, 6
8	C	
9	$\neg A$	Elim $\rightarrow$: 2, 8
10	$\perp$	Intr $\perp$: 4, 9
11	$\perp$	Elim $\vee$: 5, 6-7, 8-10
12	$\neg A$	Intr $\neg$: 4, 11
13	$(\neg B) \rightarrow (\neg A)$	Intr $\rightarrow$: 3, 12