

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2012 / 13 – 3º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

nº:

1. Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

- a) Os cubos estão à frente dos tetraedros.

$$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \forall y (\text{Tet}(y) \rightarrow \text{FrontOf}(x,y)))$$

- b) Apenas dodecaedros estão à esquerda de algum dos cubos.

$$\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \forall y (\text{LeftOf}(y,x) \rightarrow \text{Dodec}(y)))$$

- c) Existe um tetraedro na mesma posição do bloco a.

$$\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{SameRow}(x,a) \wedge \text{SameCol}(x,a))$$

- d) Nenhum tetraedro que esteja ao lado de algum objecto é pequeno.

$$\forall x ((\text{Tet}(x) \wedge \exists y (\text{Adjoins}(x,y))) \rightarrow \neg \text{Small}(x))$$

- e) Todos os cubos são maiores do que alguns dodecaedros mas não do bloco d.

$$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow (\exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{Larger}(x,y) \wedge \neg \text{Larger}(x,d)))$$

- f) Nenhum cubo está entre dois tetraedros.

$$\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \exists z (\text{Dodec}(z) \wedge \text{Between}(x,y,z))))$$

2. Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições

1. $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists y (\text{Adjoins}(x,y) \wedge \text{FrontOf}(y,x)))$

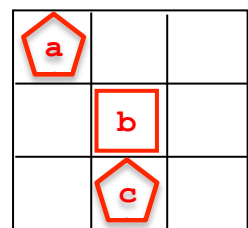
2. $\neg \exists x \exists y (x = y \vee \text{SameRow}(x,y))$

3. $\forall x (\neg \text{Cube}(x) \rightarrow \text{Dodec}(x))$

4. $\neg \text{Dodec}(b) \wedge \exists x (\text{Left}(x,b) \wedge \text{BackOf}(x,b))$

5. $\text{SameShape}(a,c)$

6. $\neg \text{FrontOf}(a,b)$



3. Complete a demonstração abaixo, preenchendo as caixas assinaladas.

<pre> 1 $\forall x (\exists y \text{ FrontOf}(x,y) \rightarrow \text{Large}(x))$ 2 $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{FrontOf}(x,y)))$ 3 4 $\neg \text{Large}(a)$ 5 $\text{Cube}(a)$ 6 $\text{Cube}(a) \rightarrow \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{FrontOf}(a,y))$ 7 $\exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{FrontOf}(a,y))$ 8 $b: \text{Dodec}(b) \wedge \text{FrontOf}(a,b)$ 9 $\text{FrontOf}(a,b)$ 10 $\exists y \text{ FrontOf}(a,y) \rightarrow \text{Large}(a)$ 11 $\exists y \text{ FrontOf}(a,y)$ 12 $\text{Large}(a)$ 13 $\perp$ 14 $\perp$ 15 $\neg \text{Cube}(a)$ 16 $\neg \text{Large}(a) \rightarrow \neg \text{Cube}(a)$ 17 $\forall x (\neg \text{Large}(x) \rightarrow \neg \text{Cube}(x))$ </pre>	$\text{Elim } \forall : 2$ $\text{Elim } \rightarrow : 5 - 6$ $\text{Elim } \wedge : 8$ $\text{Elim } \forall : 1$ $\text{Intr } \exists : 9$ $\text{Elim } \rightarrow : 10 - 11$ $\text{Intr } \perp : 4, 12$ $\text{Elim } \exists : 7, 8 - 13$ $\text{Intr } \neg : 5 - 14$ $\text{Intr } \rightarrow : 4 - 15$ $\text{Intr } \forall : 3 - 16$
---	--

4. Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respectiva demonstração.

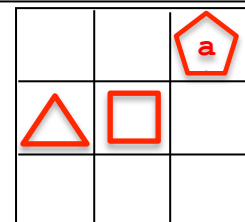
<pre> 1 $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \text{LeftOf}(x,a))$ 2 $\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Medium}(x))$ 3 4 $\text{Cube}(c)$ 5 $\text{Cube}(c) \rightarrow \text{LeftOf}(c,a)$ 6 $a: \text{Tet}(a) \wedge \text{Medium}(a)$ 7 $\text{Tet}(a)$ 8 $\text{LeftOf}(c,a)$ 9 $\text{Tet}(a) \wedge \text{LeftOf}(c,a)$ 10 $\exists y (\text{Tet}(y) \wedge \text{LeftOf}(c,y))$ 11 $\text{Cube}(c) \rightarrow \exists y (\text{Tet}(y) \wedge \text{LeftOf}(c,y))$ 12 $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists y (\text{Tet}(y) \wedge \text{LeftOf}(x,y)))$ </pre>	$\text{Elim } \forall : 1$ $\text{Elim } \wedge : 6$ $\text{Elim } \rightarrow : 4, 5$ $\text{Intr } \wedge : 7, 8$ $\text{Intr } \exists : 9$ $\text{Intr } \rightarrow : 4, 10$ $\text{Intr } \forall : 3 - 11$
--	---

a) Indique todos os erros da demonstração acima, e se "validam" erradamente o argumento.

Erros: Existem dois erros

1. No passo 6, não se pode atribuir o nome **a** ao dodecaedro, pois esse nome já está atribuído ao um objecto na fórmula 1. Este erro permite a demonstração do argumento não-válido.
2. No passo 10, a introdução do $\exists$ deveria ser feito no contexto em que foi atribuído o nome ao tetraedro. Posteriormente, a fórmula seria retirada do contexto através de uma **Elim $\exists$** da linha 2. Este erro poderia ser corrigido e não afecta a validade da argumentação.

b) Apresente no quadro ao lado um contra-exemplo que mostre que o argumento não é válido.



5. O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\forall x (\text{Medium}(x) \rightarrow \text{Cube}(x))$
2	$\forall x (\text{Large}(x) \rightarrow \text{Tet}(x))$
3	$\neg \exists x (\text{Dodec}(x) \wedge \neg \text{Small}(x))$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário colocar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

- ☒ $\forall x (\text{Large}(x) \vee \text{Medium}(x) \vee \text{Small}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Medium}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Medium}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- ☐ $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x))$
- ☐ $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Cube}(x))$
- ☒ $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$
- ☒ $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$

6. Valide o argumento apresentando a respectiva demonstração.

1	$\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \forall y (\text{Tet}(y) \rightarrow \text{Adjoins}(x,y)))$	
2	$\neg \exists x \exists y \text{Adjoins}(x,y)$	
3	$\exists x \text{Tet}(x)$	
4	$a: \text{Cube}(a) \wedge \forall y (\text{Tet}(y) \rightarrow \text{Adjoins}(a,y))$	
5	$\forall y (\text{Tet}(y) \rightarrow \text{Adjoins}(a,y))$	Elim $\wedge$: 4
6	$b: \text{Tet}(b)$	
7	$\text{Tet}(b) \rightarrow \text{Adjoins}(a,b)$	Elim $\forall$: 5
8	$\text{Adjoins}(a,b)$	Elim $\rightarrow$: 6 , 7
9	$\exists y \text{Adjoins}(a,y)$	Intr $\exists$: 8
10	$\exists x \exists y \text{Adjoins}(x,y)$	Intr $\exists$: 9
11	$\perp$	Intr $\perp$: 2 , 10
12	$\perp$	Elim $\exists$: 3, 6-11
13	$\perp$	Elim $\exists$: 1, 4-12
14	$\neg \exists x \text{Tet}(x)$	Intr $\neg$: 3 - 13