Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2012 / 13 – 4º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	**nº:**

1. Verifique que o conjunto *S* de cláusulas Horn abaixo indicado é satisfazível,

1. $D \rightarrow B$	6. $F \rightarrow E$
2. $(A \wedge I \wedge J) \rightarrow E$	7. $\top \rightarrow H$
3. $\top \rightarrow D$	8. $(A \wedge B \wedge H) \rightarrow J$
4. $(B \wedge D \wedge H) \rightarrow A$	9. $(B \wedge D) \rightarrow F$
5 $B \wedge C \rightarrow \perp$	10. $A \wedge G \rightarrow \perp$

a) indicando uma interpretação que o satisfaça.

A = T (4)	B = T (1)	C = F (5)	D = T (3)	E = T (6)
F = T (9)	G = F (10)	H = T (7)	I = X	J = T (8)

b) A interpretação é única? Justifique.

Justificação: As cláusulas acima não impõe um valor de verdade à proposição I, pelo que existem 2 interpretações que satisfazem S (I = T e outra com I = F)

2. Mostre por resolução a validade do seguinte argumento em lógica proposicional.

P1	$A \rightarrow B$
P2	$A \vee D$
P3	$(B \wedge D) \rightarrow A$
P4	$B \leftrightarrow D$
C	$A \wedge B$

a) Coloque as premissas e a negação da conclusão na forma clausal.

b) Mostre que as cláusulas obtidas em a) são inconsistentes, derivando por resolução a cláusula vazia.

1	$\neg A \vee B$
2	$A \vee D$
3	$\neg B \vee \neg D \vee A$
4	$\neg B \vee D$
5	$B \vee \neg D$
6	$\neg A \vee \neg B$

7	$\neg A$	Res 6, 1
8	D	Res 7, 2
9	B	Res 8, 5
10	$\neg D \vee A$	Res 9, 3
11	A	Res 10, 8
11	$\square$	Res 11, 7

3. Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Há dodecaedros do mesmo tamanho que alguns cubos.

∃x (Dodec(x) ∧ ∃y (Cube(y) ∧ SameSize(x,y)))

b) Os únicos blocos que estão à esquerda de um certo tetraedro são cubos.

∃x (Tet(x) ∧ ∀y (LeftOf(y,x) → Cube(y))

c) Não há cubos pequenos ao lado de qualquer tetraedro .

¬∃x ∃y (Cube(x) ∧ Small(x) ∧ Tet(y) ∧ Adjoins(x,y))

d) Todos os cubos maiores que o bloco b estão à esquerda de qualquer bloco ao lado do a.

∀x ((Cube(x) ∧ Larger(x,b)) → ∀y (Adjoins(y,a) → LeftOf(x,y)))

e) Só dodecaedros são maiores que todos os tetraedros.

∀x (∀y (Tet(y) → Larger(x,y)) → Dodec(x))

4. Converta as fórmulas abaixo para a forma Prenex, com a matriz na forma normal conjuntiva (CNF).

a) ∀x (Cube(x) → ∃y (Adjoins(x,y))

∀x ∃y (¬Cube(x) ∨ Adjoins(x,y))

b) ∃x (Cube(x) ∧ ∀y (Tet(y) → LeftOf(x,y))

∃x ∀y (Cube(x) ∧ (¬Tet(y) ∨ LeftOf(x,y)))

c) ∀x ((Tet(x) ∧ ∃y Adjoins(y,x)) → Small(x))

∀x ∀y (¬Tet(x) ∨ ¬Adjoins(y,x) ∨ Small(x))

5. Coloque na forma clausal, incluindo a Skolemização, as seguintes fórmulas Prenex:

a) ∀x ∃y (Cube(x) → (Tet(y) ∧ LeftOf(y,x))

1. (¬Cube(x1) ∨ Tet(f(x1)) 2. (¬Cube(x2) ∨ LeftOf(f(x2),x2)

b) ∃x ∀y ∃z (Tet(x) ∧ (Cube(y) → Between(z,x,y)))

1. Tet(a) 2. ¬Cube(x2) ∨ Between(g(x2),a, x2)

6. Obtenha uma substituição σ que unifique os dois termos abaixo. Indique qual o termo obtido quando se aplica essa substituição a qualquer um dos termos unificados

T1 : Between(x, f(x), w) **T2 : Between(y, z, g(y,z))**

substituição σ =	{ y / x, z / f(x), w / g(x,f(x)}
T1σ = T2σ =	Between(x,f(x),g(x,f(x)))

7. Mostre por resolução a validade do seguinte argumento de lógica de predicados de 1ª ordem

P1	∃x (Cube(x) ∧ ∀y (Tet(y) → Adjoins(x,y)))
P2	∀x ∀y (Adjoins(x,y) → (Small(x) ∨ Small(y)))
P3	∃x Tet(x)
C	∃x Small(x)

a) Coloque as premissas e a negação da conclusão na forma clausal

```
1.  Cube(c)
2.  ¬Tet(x2) ∨ Adjoins(c,x2)
3.  ¬Adjoins(x3,y3) ∨ Small(x3) ∨ Small(y3)
4.  Tet(a)
5.  ¬Small(x5)
```

b) Mostre que as cláusulas obtidas são inconsistentes, derivando por resolução a cláusula vazia.

```
6.  ¬Adjoins(x3,y3) ∨ Small(x3)      Res 5, 3  { x5/ y3}
7.  ¬Tet(x2) ∨ Small(x2)             Res 6, 2  { x3/ c, y3/ x2}
8.  Small(a)                         Res 7, 4  { x2/ a}
9.  □                                Res 8, 5  { x5/ a}
```

8. Notando que `S(1) = 1/(1*2) = 1/2,`

```
S(2) = 1/(1*2) + 1/(2*3) = 1/2+1/6 = 2/3
S(3) = 1/(1*2) + 1/(2*3) + 1/(3*4) =  1/2+1/6 + 1/12 = 3/4 ...
```

prove por indução sobre os números naturais que $S(n) = \sum_{i=1}^{n} 1/(i*(i+1)) = n\,/\,(n+1)$

Passo Base: S(1) = 1/(1+1)

Para n = 1 temos S(1) = 1/(1*2) = 1/ 2

Passo de Indução: S(n) = n/(n+1) ⇒ S(n+1) = (n+1)/(n+2)

S(n+1) = 1/(1*2)+ 1/(2*3) + 1/(n*(n+1))+1/((n+1)*(n+2))
= S(n) + 1/((n+1)*(n+2))
= n/(n+1) + 1/((n+1)*(n+2))
= (n*(n+2)+1) / ((n+1)*(n+2))
= $((n^2+2*n+1))$ / ((n+1)*(n+2))
= $(n+1)^2$ / ((n+1)*(n+2))
= (n+1) / (n+2)   q.e.d.

9.