

- [3.0] 1. Considere os conjuntos $A = \{\{1, 3\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 5, 7\}\}$, $B = \{\{1, 3, 5\}, \{1, 3, 5, 7\}\}$ e $C = \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$. Represente em extensão os seguintes conjuntos:

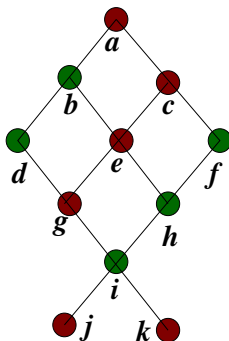
(a) $\cap A$; (b) $\cup A$; (c) $\cup(A \setminus B) \times \cap(A \setminus B)$; (d) $\mathcal{P}(C)$.

- [3.0] 2. Sobre o conjunto $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, considere as relações $S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 5), (1, 6)\}$ e $R = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$.

- (a) Determine $\text{Dom}(S)$, $\text{Im}(S)$ e S^{-1} .
(b) Indique os elementos de $R \circ S$.
(c) Represente a relação R por meio de um diagrama.
(d) Justifique se R é uma relação de equivalência e, em caso afirmativo, indique os elementos do conjunto cociente X/R .

Mudar de Folha

- [2.0] 3. Considere o conjunto $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}$ e a relação de ordem parcial $\leq$ sobre X definida pelo seguinte diagrama de Hasse:



Indique, se existirem, os elementos mínimo, máximo, minimais, maximais, minorantes, majorantes, ínfimo e supremo do subconjunto $A = \{b, d, f, h, i\}$ do conjunto parcialmente ordenado $(X, \leq)$.

- [2.0] 4. Mostre que $n^3 - 3n^2 + 5n - 3$ é divisível (em $\mathbb{Z}$) por 3, para qualquer $n \in \mathbb{N}$.

Mudar de Folha

- [3.0] 5. Considere os números inteiros $a = 462$ e $b = 735$. Determine:

- (a) $d = \text{mdc}\{a, b\}$, usando o Algoritmo de Euclides;
(b) $x, y \in \mathbb{Z}$ tais que $d = ax + by$;
(c) As formas standard de a e de b ;
(d) $m = \text{mmc}\{a, b\}$.

- [3.0] 6. (a) Determine todas as soluções da congruência linear $6x \equiv 3 \pmod{9}$ no conjunto $\{-8, -7, \dots, -1, 0, 1, \dots, 8\}$.
(b) Determine uma solução comum às congruências lineares $6x \equiv 3 \pmod{9}$ e $2x \equiv 6 \pmod{8}$ no conjunto $\mathbb{Z}_{72} = \{0, 1, \dots, 71\}$.

Mudar de Folha

- [2.0] 7. Sejam $f : X \rightarrow Y$ uma função injectiva e $A \subseteq X$. Mostre que $f^{-1}(Y \setminus f(A)) = X \setminus A$.

- [2.0] 8. (a) Dados dois números inteiros não nulos a e b , defina o *máximo divisor comum*, $\text{mdc}\{a, b\}$, de a e b .
(b) Sejam $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{N}$ tais que $a = bc + d$ e $b = de + f$, com f um divisor de d tal que $0 \leq f < d < b$. Mostre (por definição) que $f = \text{mdc}\{a, b\}$.