FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

Primeiro Teste

VERSÃO B

Matemática Discreta

10 de Abril de 2010

[3.0] 1. Considere os conjuntos $A = \{\,\{2,4\},\{2,4,6\},\{2,4,6,8\}\,\}$, $B = \{\,\{2,4,6\},\{2,4,6,8\}\,\}$ e $C = \{\,\{\emptyset\},\{\{\emptyset\}\}\,\}$. Represente em extensão os seguintes conjuntos:

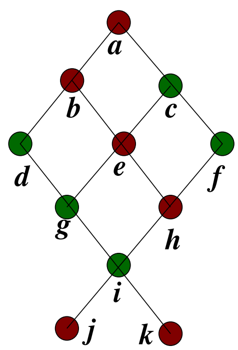
(a) $\bigcap A$; (b) $\bigcup A$; (c) $\bigcup(A\setminus B)\times\bigcap(A\setminus B)$; (d) $\mathcal{P}(C)$.

[3.0] 2. Sobre o conjunto $X=\{1,2,3,4,5,6\}$, considere as relações $S=\{(1,1),(1,3),(1,5),(1,6)\}$ e $R=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4),(4,5),(4,6),(5,4),(5,5),(5,6),(6,4),(6,5),(6,6)\}$.

(a) Determine $\mathrm{Dom}(S)$, $\mathrm{Im}(S)$ e S^{-1}.
(b) Indique os elementos de $R\circ S$.
(c) Represente a relação R por meio de um diagrama.
(d) Justifique se R é uma relação de equivalência e, em caso afirmativo, indique os elementos do conjunto cociente X/R.

Mudar de Folha

[2.0] 3. Considere o conjunto $X=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k\}$ e a relação de odem parcial $\leq$ sobre X definida pelo seguinte diagrama de Hasse:



Indique, se existirem, os elementos mínimo, máximo, minimais, maximais, minorantes, majorantes, ínfimo e supremo do subconjunto $A=\{c,d,f,g,i\}$ do conjunto parcialmente ordenado $(X,\leq)$.

[2.0] 4. Mostre que n^3-3n^2+5n+3 é divisível (em $\mathbb{Z}$) por 3, para qualquer $n\in\mathbb{N}$.

Mudar de Folha

[3.0] 5. Considere os números inteiros $a=308$ e $b=490$. Determine:

(a) $d=\mathrm{mdc}\{a,b\}$, usando o Algoritmo de Euclides;
(b) $x,y\in\mathbb{Z}$ tais que $d=ax+by$;
(c) As formas standard de a e de b;
(d) $m=\mathrm{mmc}\{a,b\}$.

[3.0] 6. (a) Determine todas as soluções da congruência linear $6x\equiv 3\,(\mathrm{mod}\,9)$ no conjunto $\{0,1,\ldots,17\}$.
(b) Determine uma solução comum às congruências lineares $6x\equiv 3\,(\mathrm{mod}\,9)$ e $2x\equiv 6\,(\mathrm{mod}\,7)$ no conjunto $Z_{63}=\{0,1,\ldots,62\}$.

Mudar de Folha

[2.0] 7. Sejam $f:A\longrightarrow B$ uma função injectiva e $X\subseteq A$. Mostre que $f^{-1}(B\setminus f(X))=A\setminus X$.

[2.0] 8. (a) Dados dois números inteiros não nulos a e b, defina o *máximo divisor comum*, $\mathrm{mdc}\{a,b\}$, de a e b.
(b) Sejam $a,b,c,d,e,f\in\mathbb{N}$ tais que $a=bc+d$ e $b=de+f$, com f um divisor de d tal que $0\leq f<d<b$. Mostre (por definição) que $f=\mathrm{mdc}\{a,b\}$.