FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

Segundo Teste

VERSÃO B

Matemática Discreta

29 de Maio de 2010

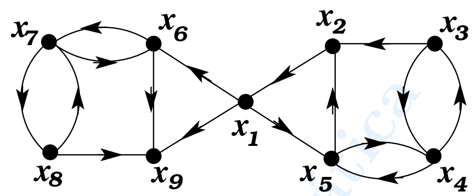
[**1.5**] 1. Resolva a relação de recorrência $a_n = a_{n-1} + 42a_{n-2}$ sujeita às condições iniciais $a_0 = 6$ e $a_1 = -10$.

[**1.5**] 2. Represente geometricamente duas árvores não isomorfas de tamanho seis com exactamente dois vértices de grau três. Justifique por que não são isomorfas.

[**2.0**] 3. Verifique, usando o algoritmo estudado nas aulas, se $(5, 5, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2)$ é uma sequência gráfica. Em caso afirmativo, utilize o mesmo algoritmo para representar geometricamente um grafo simples que possua esta sequência de graus.

Mude de Folha

4. Considere o seguinte digrafo $G = (X, \mathcal{U})$:



Sejam $u = (x_2, x_3)$, $Y = \{x_6, x_7, x_8, x_9\}$, $G' = G - Y$ e $G'' = G' + u$.

Sejam $a = \{x_2, x_6\}$, $b = \{x_5, x_9\}$, G_0 o grafo subjacente a G, $G_1 = G_0 + a$ e $G_2 = G_1 + b$.

[**1.0**] (a) Indique a ordem, o tamanho, a sequência de graus exteriores, a sequência de graus interiores e a sequência de graus de G.

[**1.0**] (b) Verifique se o digrafo G é fortemente conexo e indique as suas componentes fortemente conexas.

[**1.5**] (c) Os digrafos G, G' e G'' têm caminhos eulerianos abertos ou fechados? Justifique.

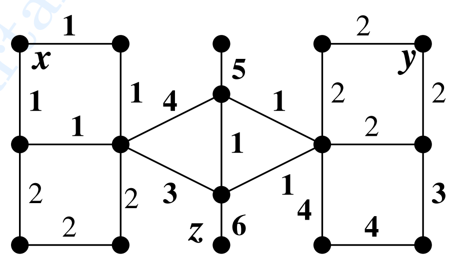
[**1.0**] (d) Indique a matriz A das adjacências de G' relativamente à marcação $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$.

[**1.0**] (e) Utilize a matriz A para determinar o número de caminhos $x_4 - x_1$ de comprimento 3 de G'.

[**1.5**] (f) Caracterize os grafos G_0, G_1 e G_2 quanto a serem eulerianos ou semi-eulerianos.

Mude de Folha

5. Considere o seguinte grafo ponderado:



[**2.0**] (a) Utilize o **algoritmo de Kruskal** para calcular uma árvore maximal de valor mínimo. Indique o seu valor.

[**1.5**] (b) Utilize o **algoritmo de Prim**, a partir do vértice z, para calcular uma árvore maximal de valor mínimo.

[**2.0**] (c) Utilize o **algoritmo da Cadeia mais Curta** para determinar uma cadeia $x - y$ mínima L entre os vértices x e y. Indique o valor de L.

Mude de Folha

[**1.0**] 6. Justifique que, para qualquer número natural n, a sequência $(2n+1, 2n, 2n, 2n-1, 2n-1, \ldots, 2, 2, 1, 1)$ não é uma sequência gráfica.

[**1.5**] 7. Sejam $G = (X, \mathcal{U})$ um grafo simples e $u = \{x, y\} \in \mathcal{U}$. Sejam z um elemento tal que $z \notin X$ (novo vértice) e $G\%u$ o grafo simples de vértices $X \cup \{z\}$ e arcos $(\mathcal{U} \setminus \{u\}) \cup \{\{x, z\}, \{z, y\}\}$.

Mostre que G é conexo se e só se $G\%u$ for conexo.