

[3.0] 1. Considere os conjuntos $A = \{\{\{1\}, \{3\}\}, \{\{1\}, \{3, 5\}\}, \{\{1\}, \{3\}, \{5, 7\}\}\}$ e $B = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$. Represente por extensão os seguintes conjuntos:

(a) $\cap A$; (b) $\cup A$; (c) $\cap(\cup A)$; (d) $\cup(\cap A)$; (e) $(\cup(\cup A)) \setminus (\cap(\cap A))$; (f) $\mathcal{P}(B)$.

[3.0] 2. Seja $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Considere as relações $R = \{(i+2, i) \mid 1 \leq i \leq 4\}$ e $S = \{(i, i+1) \mid 1 \leq i \leq 5\}$ sobre X . Considere também a relação de equivalência ρ sobre X tal que $X/\rho = \{\{1\}, \{2, 3, 4, 5\}, \{6\}\}$.

(a) Determine $\text{Dom}(S)$, $\text{Im}(S)$ e S^{-1} . (Sugestão: determine primeiro S por extensão.)

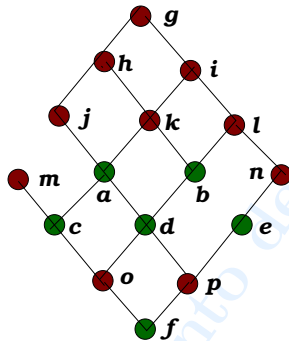
(b) Indique os elementos de $R \circ S$ e de $S \circ R$.

(c) Represente as relações R e S por meio de um diagrama.

(d) Indique a matriz das adjacências de ρ .

Mudar de Folha

[2.0] 3. Considere o conjunto $X = \{a, b, \dots, o, p\}$ e a relação de ordem parcial $\leq$ sobre X definida pelo seguinte diagrama de Hasse:



Indique, se existirem, os elementos mínimo, máximo, minimais, maximais, minorantes, majorantes, ínfimo e supremo do subconjunto $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ (pontos a verde) do conjunto parcialmente ordenado $(X, \leq)$.

[2.0] 4. Considere a sucessão $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definida por $u_0 = 0$, $u_1 = 7$ e $u_n = u_{n-1} + 12u_{n-2}$, para $n \geq 2$. Usando o Princípio de Indução Completa, mostre que $u_n = (-1)^{n+1}3^n + 4^n$, para qualquer $n \in \mathbb{N}$.

Mudar de Folha

[3.0] 5. Considere os números inteiros $a = 1386$ e $b = 735$. Determine:

(a) $d = \text{mdc}\{a, b\}$, usando o Algoritmo de Euclides;

(b) $x, y \in \mathbb{Z}$ tais que $d = ax + by$;

(c) As formas standard de a e de b ;

(d) $m = \text{mmc}\{a, b\}$.

[3.0] 6. (a) Determine todas as soluções da congruência linear $11x \equiv 1 \pmod{735}$ no conjunto $Z_{735} = \{0, 1, \dots, 734\}$.

(b) Determine uma solução comum às congruências lineares $x \equiv 7 \pmod{11}$ e $2x \equiv 10 \pmod{13}$ no conjunto $Z_{143} = \{0, 1, \dots, 142\}$.

Mudar de Folha

[2.0] 7. Resolva a relação de recorrência $u_n = 7u_{n-1} - 12u_{n-2}$ sujeita às condições iniciais $u_0 = 0$ e $u_1 = -1$.

[2.0] 8. Sejam $f : X \rightarrow Y$ uma função sobrejectiva e $B \subseteq Y$. Mostre que $f(X \setminus f^{-1}(B)) = Y \setminus B$.