UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Matemática

Ano lectivo 2006/2007
Época normal - 7 de Julho de 2007
Duração: 2h30

Probabilidades e Estatística

1ª Parte

(3.5) 1. Com o objectivo de estudar a capacidade de cálculo dos computadores da FCT/UNL seleccionou-se uma amostra de 35 computadores e determinou-se a capacidade em MIPS (milhões de instruções por segundo). Os resultados obtidos foram os seguintes:

51	59	56	39	71	56	54	58	56	58	67	60	65	60	61	60	61	29
53	64	62	85	60	42	74	67	77	53	45	44	61	69	47	82	45	

$$\sum x_i = 2051; \quad \sum x_i^2 = 124935;$$

(a) Estime pontualmente a proporção p de computadores com capacidade superior a 50 MIPS.

(b) Determine um intervalo de confiança a 95% para p.

(c) Podemos afirmar, ao nível de significância de 6%, que a capacidade média é superior a 55 MIPS?

(3.0) 2. Sejam $X \sim G(p)$ e $Y \sim P(\lambda)$ variáveis aleatórias com o mesmo valor médio igual a 2 e com $E(XY) = 4$.

(a) Calcule o valor médio e a variância da variável aleatória $W = X - 2Y$.

(b) As variáveis aleatórias X e Y são independentes? Justifique.

(c) Seja $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ uma amostra aleatória de dimensão n extraída de uma população com distribuição Geométrica. Determine o estimador de p usando o método da máxima verosimilhança.

(5.0) 3. Com o objectivo de estudar a qualidade do ar na região de Lisboa, pretende-se modelar a quantidade Y de Ozono troposférico (O_3), com a quantidade x de partículas em suspensão com diâmetro aerodinâmico inferior a 10 μm (PM_{10}). Para tal, registaram-se os seguintes dados:

x_i	60.5	78.8	89.8	80.9	74.8	49.9	97.5	92.5	36.5	18.1	29.6	15.9
y_i	124.2	158	177.1	185.6	179.2	145.7	163.7	188.8	122.2	75.4	94.8	80.3

$$\sum x_i = 724.8; \quad \sum x_i^2 = 53414.92; \quad S_{YY} = 18620.05; \quad \sum x_i y_i = 114890.35; \quad \hat{\sigma}^2 = 237.44;$$

(a) Ajuste um modelo de regressão linear simples aos dados. Refira quais os pressupostos do modelo.

(b) Comente a qualidade do modelo.

(c) Teste, ao nível de significância de 5%, a hipótese de o declive da recta de regressão ser nulo.

(d) Prove que qualquer recta dos mínimos quadrados passa por $(\overline{x}, \overline{y})$.

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Matemática

Ano lectivo 2006/2007
Época normal - 7 de Julho de 2007
Duração: 2h30

Probabilidades e Estatística

2ª Parte

(3.0) 4. Um estudo indica que 8% dos CI (circuitos integrados) produzidos numa fábrica têm defeito. O responsável pelo controlo de qualidade, decidiu usar um novo aparelho para testar todos os CI produzidos. O aparelho indica se o CI tem defeito, ou se não tem defeito, mas nem sempre consegue classificar correctamente o CI. Se o CI não têm defeito, a probabilidade de ser correctamente classificado é 0.92. Se tem defeito, o aparelho indica que o CI tem defeito com probabilidade 0.98. Calcule:

(a) A probabilidade do aparelho indicar que um CI não tem defeito.

(b) A probabilidade de um CI ter defeito, sabendo que foi testado e classificado como não tendo defeito.

(2.5) 5. Um elevador está preparado para suportar uma carga até Y kg, onde Y é uma variável aleatória com distribuição $N(450, 75)$. Sempre que este valor é ultrapassado, o elevador não funciona. O peso das pessoas, que utilizam esse elevador, é uma variável aleatória com distribuição $N(71, 25)$.

(a) Qual a distribuição e respectivo(s) parâmetro(s) da v.a. S="peso total de 6 pessoas"?

(b) Se entrarem 6 pessoas no elevador, qual a probabilidade de o elevador não funcionar?

(3.0) 6. Seja X uma variável aleatória com função densidade

$$f(x) = \begin{cases} c(1+x), & -1 < x \leq 0; \\ c(1-\frac{x}{2}), & 0 < x < 2; \\ 0, & \text{outros valores de } x; \end{cases}$$

(a) Mostre que $c = 2/3$ e determine a função de distribuição.

(b) Calcule $P(X \leq 0 | X \leq 1)$.