

**Justifique adequadamente todas as respostas;
Resolva as questões em folhas separadas.**

- (4.5) 1. As maçãs colhidas num pomar são classificadas de acordo com o seu peso em três categorias: pequenas, médias e grandes. As pequenas são aquelas cujo peso é inferior a 45 gramas e as grandes têm um peso que excede 75 gramas. Suponha que o peso de uma maçã (em gramas) é uma variável aleatória X , que se admite ter distribuição Normal com valor médio 60 gramas e desvio padrão 15 gramas.
- Mostre que a probabilidade de uma maçã escolhida ao acaso ser classificada como grande é 0.1587?
 - O lucro L (em cêntimos), com a venda de uma maçã está relacionado com o seu peso de acordo com a expressão $L = 12 - X^2/400$. Determine o lucro esperado com a venda de cada maçã.
 - Enchem-se sacos com 9 maçãs escolhidas ao acaso. Qual a probabilidade de um saco vir a pesar mais de 500 gramas?
 - Considere um saco com 9 maçãs escolhidas ao acaso e Y o n.º de maçãs **grandes** nele contidas. Identifique a distribuição da v.a. Y e determine a probabilidade do saco conter entre 2 e 3 (inclusive) maçãs grandes.

- (1.5) 2. As maçãs colhidas num pomar são classificadas de acordo com o seu peso em três categorias: pequenas, médias e grandes. As maçãs defeituosas são enviadas para a produção de sumo. Sabe-se que para este destino vão: 2% das maçãs grandes, 5% das médias e 15% das pequenas. A percentagem de maçãs de categoria grande é igual à percentagem das de categoria pequena e 70% são de categoria média. Escolhida uma maçã ao acaso, qual a probabilidade de vir a ser enviada para a produção de sumo?

- (4.0) 3. Uma empresa seguradora tem ao balcão dois vendedores A e B , de seguros de vida. Considere o par aleatório (X, Y) que representa o número de apólices vendidas por A e B , respectivamente, nos dias em que se apresentam duas pessoas interessadas num seguro de vida. Sabendo que:
- O vendedor A vende uma apólice em 50% dos dias;
 - Os vendedores conseguem vender o mesmo número de apólices com probabilidade 0.2.

- (a) Complete a função de probabilidade conjunta do par aleatório (X, Y) :

| | | | | | |
|-----------------|---|---|------|--|-----|
| $X \setminus Y$ | 0 | 1 | 2 | | |
| 0 | 0 | | | | 0.3 |
| 1 | | | 0 | | |
| 2 | | 0 | 0 | | |
| | | | 0.25 | | 1 |

- Qual a probabilidade de num dia ser vendido um total de duas apólices?
- Determine o número médio de apólices vendidas por A .
- Sabendo que $E(Y) = 0.75$ e $V(X) = 0.49$, determine o coeficiente de correlação de (X, Y) e comente o valor obtido.

- (4.0) 4. Um determinado modelo de telemóvel é vendido em quatro cores: preto (C_1), branco (C_2), rosa (C_3) e cinzento (C_4). Num estudo de mercado para averiguar a popularidade das várias cores obtiveram-se os seguintes valores resultantes da análise de uma amostra casual de 200 vendas recentes:

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--|-------|
| C_1 | C_2 | C_3 | C_4 | | Total |
| 59 | 43 | 35 | 63 | | 200 |

Teste, ao nível de 10% de significância, a hipótese de que os consumidores não manifestam preferência por qualquer das cores, isto é, $P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = P(C_4) = 0.25$.

- (6.0) 5. De uma população escolheram-se aleatoriamente n pessoas para serem inquiridas sobre o número de horas que gastam semanalmente a ver televisão.
- (a) Num inquérito a 120 pessoas, 36 reportaram que gastam mais de 15 horas por semana a ver televisão. Teste a hipótese de que a proporção de pessoas desta população que gastam mais de 15 horas semanais a ver televisão, ultrapassa os 30% (Considere um nível de significância de 10%).
 - (b) Admita que o tempo gasto semanalmente por cada pessoa a ver televisão, X , tem distribuição Normal. Apresente uma estimativa por intervalo de 80% de confiança para o desvio padrão de X , sabendo que num inquérito a 15 pessoas se obteve a seguinte informação acerca dos valores observados de X :

$$\sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 = 56$$

- (c) Admita que o tempo gasto semanalmente por cada pessoa a ver televisão X , tem distribuição Normal com variância $\sigma^2 = 4$. Qual deverá ser o tamanho mínimo da amostra de modo a que a amplitude do intervalo de 95% de confiança para o tempo médio gasto semanalmente por cada pessoa a ver televisão, μ , não exceda 1.5 horas?