PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA
Ano Lectivo 2011/2012

Exercícios sobre Probabilidades

Técnicas de contagem, espaço de resultados e acontecimentos

1. Os escritórios de uma empresa estão equipados com telefones funcionando internamente como extensões identificadas por uma sequência de 3 algarismos, dos quais o primeiro não é zero. Quantos telefones podem ser identificados?

   Solução: 900

2. Um jogo consiste no lançamento de 2 moedas e no lançamento de 1 dado, tantas vezes quantas as caras obtidas. O número de pontos conseguidos é igual à soma dos pontos dos dados com o número de caras encontradas.
   Enumere os resultados possíveis.

   Solução: 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

3. Lança-se um dado sucessivamente 10 vezes. Quantos são os resultados possíveis?

   Solução: 6^{10}

4. Um centro comercial tem 8 portas. De quantas maneiras distintas se pode
   (a) entrar e sair do centro comercial?
   (b) entrar por uma porta e sair por outra?

   Solução: 64, 56

5. Quantas palavras diferentes, com ou sem significado, se podem formar com todas as letras da palavra:
   (a) PORTUGAL;
   (b) CASA;
   (c) INDEPENDENTE.

   Solução: 40320, 12, 1663200

6. De quantos modos diferentes é possível dispor numa fila para fotografia, 3 homens e 2 mulheres se:
   (a) os homens e as mulheres puderem ocupar indistintamente qualquer lugar?
   (b) se um dos homens, o mais alto por exemplo, ficar no meio e todos os restantes indistintamente em qualquer lugar?
   (c) se ficarem alternadamente homens e mulheres, nunca dois homens seguidos ou duas mulheres seguidas?

   Solução: 120, 24, 12

7. Quatro livros de Matemática, seis de Física e dois de Química, todos diferentes, devem ser arrumados numa prateleira. Quantas arrumações diferentes são possíveis, se:
   (a) os livros de cada matéria ficarem todos juntos?
   (b) apenas os livros de Matemática ficarem juntos?

   Solução: 207360, 8709120

8. Mostre que $n! + (n+1)! = (n+2)\,n!$ e que $(n+1)! - n! = n \times n!$.

9. Vinte e cinco membros de uma sociedade devem eleger um presidente, um secretário e um tesoureiro. Supondo que qualquer um dos vinte e cinco membros é elegível para qualquer dos cargos, quantas são as hipóteses distintas de eleição?

   Solução: 13800

10. Com os algarismos 1, 2, 4, 6 e 8, quantos números ímpares, de quatro algarismos diferentes, se podem formar?

    Solução: 24

11. Quantos números menores que 2000, formados por algarismos diferentes, se podem escrever com os algarismos 1, 2, 3 e 4?

    Solução: 46

12. Para se conseguir entrar na área de trabalho do computador do Sr. Speck-Trum tem de se introduzir uma palavra-chave de 4 dígitos, dos quais 2 são algarismos e os restantes são letras do alfabeto (português). Quantas palavra-chave é possível experimentar, caso,

    (a) se possam repetir dígitos?
    (b) não existam dígitos repetidos.

    Solução: 317400, 273240

13. Com os algarismos 0, 1, 2, 5 e 8,

    (a) quantos números de quatro algarismos diferentes se podem formar?
    (b) de entre esses, quantos são múltiplos de 5?
    (c) e quantos contêm o algarismo 2?

    Solução: 96, 42, 78

14. Quantos subconjuntos de 3 elementos do conjunto $\{a, b, c, d, e\}$, pode formar?

    Solução: 10

15. De quantas maneiras distintas se poderá formar uma comissão, com três elementos escolhidos de entre os vinte e cinco membros de uma sociedade?

    Solução: 2300

16. Entre 5 Matemáticos e 7 Físicos, deve formar-se uma comissão constituída por 2 Matemáticos e 3 Físicos. Quantas comissões distintas se podem formar, se:

    (a) qualquer Matemático e qualquer Físico puderem ser incluídos?
    (b) um determinado Físico dever ser obrigatoriamente incluído?
    (c) dois determinados Matemáticos nunca puderem ser incluídos?

    Solução: 350, 150, 105

17. Numa repartição pública existem, além do director, 152 empregados. Destes empregados, 54 são contabilistas, 67 são secretários e 31 atendem ao balcão. O novo plano de segurança obriga a que a 10 destes empregados seja ministrado um breve curso de actuação em caso de incêndio.
    De quantas maneiras diferentes pode o director formar o grupo de maneira a que ele contenha

    (a) exactamente um contabilista?
    (b) pelo menos um contabilista?
    (c) exactamente dois contabilistas?
    (d) pelo menos dois contabilistas?

    Solução: $\binom{54}{1}\binom{98}{9}$, $\binom{152}{10} - \binom{98}{10}$, $\binom{54}{2}\binom{98}{8}$, $\binom{152}{10} - \binom{98}{10} - \binom{54}{1}\binom{98}{9}$

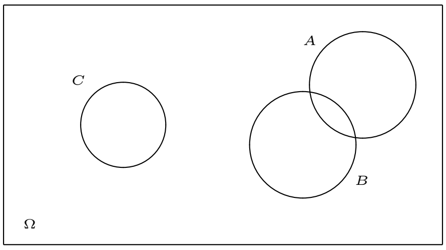
18. De quantas maneiras diferentes podemos distribuir 9 camiões de mercadoria por 2 armazéns
   (a) se as mercadorias são idênticas?
   (b) se as mercadorias não são idênticas?

   Solução: 10, 512

19. Mostre que:
   (a) $A_{k-1}^{n+1} = (n+1)\, A_{k-2}^{n}$.
   (b) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.
   (c) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$.
   (d) $k \times \binom{n+1}{k} = (n+1) \times \binom{n}{k-1}$.

20. Considere $\Omega = \{a, b, c, d\}$ o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória e os acontecimentos $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c, d\}$ e $C = \{d\}$.
   Escreva os acontecimentos $\overline{A}$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap B \cap C$, $B - C$, $B \cap \overline{C}$, $\overline{B} \cap A$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$, $A \cup (B \cap C)$ e $(A \cup B) \cap C$.

21. Três acontecimentos A, B e C estão representados no seguinte diagrama de Venn. Reproduza a figura



   e marque a região correspondente a cada um dos seguintes acontecimentos: $\overline{A}$, $(A \cap B) \cup \big(A \cap \overline{B}\big)$, $(A \cap B) \cup C$, $\overline{B \cup C}$ e $\overline{A \cap B} \cup C$.

22. O tempo de reacção a um determinado estímulo é medido em segundos. Considere o universo constituído pelos números reais positivos e os acontecimentos $A = \{x\colon\ x < 72.5\}$ e $B = \{x\colon\ x > 52.5\}$.
   Descreva os seguintes acontecimentos: $\overline{A}$, $A \cap B$, $A \cup B$ e $A \cap \overline{B}$.

23. Uma loja abre às nove horas e encerra às 19 horas. Um cliente tomado ao acaso, entra na loja num momento x e sai no momento y. Tanto x como y são expressos por números reais.
   (a) Escreva e represente graficamente o espaço de resultados.
   (b) Descreva e represente graficamente os seguintes acontecimentos:
      i. O cliente permanecer na loja por uma hora ou menos;
      ii. O cliente encontrar-se na loja no instante z, sendo z um instante fixo no período entre as 9 e as 19 horas;
      iii. O cliente ter entrado na loja antes do instante z_1 e ter saído depois do instante z_2, sendo $z_1 < z_2$ dois instantes fixos no período das 9 às 19 horas.
      iv. O cliente permanecer na loja duas vezes mais tempo do que fora da loja.

24. Sejam A e B acontecimentos não vazios de um espaço de resultados Ω. Usando operações sobre conjuntos expresse os seguintes acontecimentos:
    (a) Ocorrer A ou B;
    (b) Ocorrerem ambos os acontecimentos;
    (c) Ocorrer pelo menos um dos acontecimentos;
    (d) Não ocorrerem estes acontecimentos;
    (e) Ocorrer unicamente A.

Cálculo de probabilidades

25. Suponha que A, B e C são acontecimentos tais que: $P(A \cap (B \cup C)) = 0.3$, $P(A) = 0.6$ e $P(A \cup B \cup C) = 0.9$. Determine a $P(B \cup C)$ e a $P\left(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}\right)$.

    Solução: 0.6, 0.1

26. Sendo A, B e C acontecimentos tais que $P(A - B) = 0.2$, $P(A \cap B) = 0.3$ e a $P(A \cap B \cap C) = 0.25$, calcule a $P(A - (B - C))$.

    Solução: 0.45

27. 248 alunos realizaram uma prova que tinha dois problemas.
    - 116 alunos erraram o 1º problema;
    - 86 alunos erraram o 2º problema;
    - 74 alunos erraram os dois problemas.

    Se for escolhida ao acaso uma prova resolvida, qual a probabilidade de:
    (a) estar errado apenas um dos problemas?
    (b) pelo menos um problema estar errado?
    (c) nenhum problema estar errado?
    (d) só estar errado o 2º problema?

    Solução: 54/248, 128/248, 120/248, 12/248

28. Uma gaveta contém 5 pares de meias verdes e 3 pares de meias azuis. Tiram-se 2 meias ao acaso. Qual a probabilidade de se formar:
    (a) um par verde?
    (b) um par de meias da mesma cor?
    (c) um par de meias de cores diferentes?

    Solução: 0.375, 0.5, 0.5

29. Uma caixa contém 20 bombons, 6 dos quais com recheio de licor, 5 de amêndoa e 5 de avelã.
    (a) Ao retirar um bombom ao acaso, qual a probabilidade de obter:
        i. um bombom de amêndoa?
        ii. um bombom que não tenha recheio de licor?
    (b) Ao retirar ao acaso 3 bombons, determine a probabilidade de obter bombons com recheio de licor, avelã e avelã (por esta ordem), quando:
        i. a extracção é feita com reposição.
        ii. a extracção é feita sem reposição.

    Solução: 0.25, 0.7, 0.01875, 0.017544

30. Numa população de 50 votantes, existem 30 a favor da constituição europeia e 20 contra. Para uma sondagem de opinião, seleccionaram-se ao acaso e sem reposição, 3 votantes desta população. Qual a probabilidade de, na amostra de 3 votantes,

    (a) ninguém ser a favor da constituição europeia?

    (b) pelo menos um ser a favor da constituição europeia?

    (c) exactamente uma pessoa ser a favor da constituição europeia?

    (d) a maioria ser a favor da constituição europeia?

    Solução: 0.058163, 0.941837, 0.290816, 0.651020

31. Um negociante tem 12 motores para vender, dos quais 2 estão defeituosos.
    Encontra um comprador que está interessado em adquirir a totalidade dos motores se, ao proceder a uma inspecção não encontrar qualquer motor defeituoso. Se o vendedor enviar os motores num único caixote, o comprador escolhe dois ao acaso para inspecção. Se o vendedor enviar os motores em dois caixotes (seis motores em cada), o comprador inspecciona um motor escolhido ao acaso de cada caixote.
    Diga qual é, do ponto de vista do vendedor, a melhor estratégia para conseguir vender todos motores:

    Estratégia 1 colocar os 12 motores num só caixote;

    Estratégia 2 colocar os motores em dois caixotes (seis em cada) e pondo um motor defeituoso em cada;

    Estratégia 3 colocar os motores em dois caixotes (seis em cada) e pondo os dois defeituosos num só caixote.

    Solução: 2

Probabilidade condicionada e independência de acontecimentos

32. Dados dois acontecimentos A e B tais que $P(A) = 1/4$, $P(B) = 1/3$ e $P(A \cup B) = 1/2$, calcule $P(A|B)$, $P(B|A)$, $P(\overline{A}|B)$ e $P(\overline{A}|\overline{B})$.

    Solução: 0.25, 1/3, 0.75, 0.75

33. Uma linha de produção em série é formada por três máquinas A, B e C, colocadas nesta ordem. O produto final resulta do processamento destas três máquinas. O funcionamento das máquinas B e C está dependente do funcionamento da(das) máquinas que a(as) antecedem. Sabemos que a probabilidade da máquina A sofrer uma avaria é de 0.1. Quando esta avaria, a máquina B pode sofrer uma avaria com probabilidade 0.3, e por sua vez, quando avariam em simultâneo as máquinas A e B, a máquina C deixa de operar com 0.5 de probabilidade. Determine a probabilidade de num determinado momento, se encontrarem avariadas as três máquinas.

    Solução: 0.015

34. Os trabalhadores de uma fábrica foram, no acto de admissão, submetidos a um teste de aptidão. A experiência mostra que, dos 60% de indivíduos que no teste tiveram pontuação igual ou superior a x, 70% são considerados "bem adaptados" às tarefas que desempenham. Dos 40% que tiveram pontuação inferior a x, 50% são considerados "bem adaptados".

    (a) Qual a probabilidade de que, designado um trabalhador ao acaso, este seja "bem adaptado"?

    (b) Qual a probabilidade de que um trabalhador "bem adaptado" tenha tido pontuação inferior a x no seu teste de aptidão?

    Solução: 0.62, 0.322581

35. Durante a travessia do Canal da Mancha, a probabilidade de um velejador apanhar mau tempo é de 2/3. Sabe-se ainda que, se estiver mau tempo, tem 1/4 de probabilidade de ter uma colisão com um petroleiro, mas, não estando mau tempo, a probabilidade de atravessar o Canal da Mancha sem colidir é de 5/6. Face a uma futura viagem, determine a probabilidade

    (a) de vir a atravessar o Canal da Mancha sem colidir.

    (b) não apanhar mau tempo caso venha a colidir com um petroleiro.

    Solução: 7/9, 1/4

36. As famílias da cidade A escolhem uma de três alternativas para fazer férias: praia, campo ou ficar em casa.
    Durante a última década, verificou-se que escolhiam aquelas alternativas, respectivamente, 50%, 30% e 20% das famílias da referida cidade.
    A probabilidade de descansarem durante as férias está ligada à alternativa escolhida: 0.4, 0.6 e 0.5, conforme se tenha ido para a praia, para o campo ou ficado em casa.

    (a) Qual a probabilidade de uma família da cidade A descansar durante as férias?

    (b) Sabendo que determinada família descansou durante as férias, qual a alternativa mais provável de ter sido escolhida por esta família?

    Solução: 0.48, praia

37. A população da Britolândia (país distante do 4º Mundo) é constituída por duas etnias: os xilotos (que representam 60% da população total) e os bocemes.
    O Partido do Povo (PP) é há largos anos o partido do poder. Entre os xilotos, o PP é o preferido, recolhendo 70% de apoios. Já o mesmo não sucede entre os bocemes e, apenas 30% destes apoiam o PP.

    (a) Qual a percentagem nacional de apoiantes do PP?

    (b) Numa reunião de apoiantes do PP, qual a percentagem de bocemes?

    (c) Na opinião do Sr. Justo (um xiloto apoiante fervoroso do PP), apenas são patriotas os britolenses que pertencem à sua etnia ou então apoiam o PP. A aceitar esta opinião, qual a percentagem de patriotas na Britolândia?

    Solução: 0.54, 0.222222, 0.72

38. Numa área de serviço de uma auto-estrada, o nº de camiões relativamente ao nº de automóveis está na proporção de 3:2. Tratando-se de um camião, a probabilidade de se abastecer é de 0.1, e tratando-se de um automóvel, a probabilidade de se abastacer é de 0.2.
    Chega uma viatura à área de serviço para se abastecer. Qual a probabilidade de ser um camião?

    Solução: 0.428571

39. Sejam A e B acontecimentos independentes. Mostre que A e $\overline{B}$ são também acontecimentos independentes.

40. Sabendo que 3 pessoas sofrem da mesma doença e têm probabilidades de se curarem, respectivamente, iguais a 0.25, 0.15 e 0.10, determine a probabilidade de:

    (a) nenhuma se curar.

    (b) pelo menos duas se curarem.

    Solução: 0.57375, 0.07

41. Supondo que em voo os motores de avião falham com probabilidade p, independentemente de motor para motor, e que o avião faz um voo com sucesso desde que pelo menos metade dos seus motores trabalhem, para que valores de p se deve preferir um bimotor a um quadrimotor?

    Solução: $]1/3, 1[$

42. A probabilidade de um atirador acertar no alvo é 0.6. Calcule a probabilidade de:
    (a) em cinco tiros, acertar três.
    (b) acertar pela terceira vez ao quinto tiro.
    (c) serem necessários exactamente 10 tiros para acertar um.
    (d) necessitar de, pelo menos, 4 tiros para acertar 2.

    Solução: 0.3456, 0.20736, 0.000157, 0.352

Variáveis aleatórias discretas

43. De uma v.a. X, sabe-se que:
    - Toma valores 0, 2 e 4.
    - $P((X=0)\cup(X=2))=0.8$.
    - $P(X=0)=\frac{3}{2}P(X=4)$.

    (a) Indique a função de probabilidade da v.a. X.
    (b) Calcule a $P(0<X<4)$.
    (c) Determine a função de probabilidade da v.a. $Y=\min(X,2)$.

    Solução: –, 0.5, –

44. O Sr. Matias possui um café nas vizinhanças de um estádio de futebol. Da sua experiência, o Sr. Matias sabe que, em dias de futebol, costuma vender 50, ou 100, ou 150 ou 200 sandes, com probabilidades 0.2, 0.4, 0.3 e 0.1, respectivamente.
    O Sr. Matias costuma fazer 100 sandes e quando estas se esgotam recorre a um fornecedor da terra que lhe garante o envio atempado de mais sandes.
    (a) Qual a probabilidade de as sandes preparadas pelo Sr. Matias serem insuficientes para satisfazer a procura?
    (b) Calcule a probabilidade de vender 200 sandes, num dia em que as sandes por ele feitas não satisfazerem a procura.
    (c) Qual o número médio de sandes vendidas num dia de futebol? E o desvio padrão?

    Todas as sandes são vendidas a 1€. Cada sandes feita pelo Sr. Matias custa 0.25€ e as que são encomendadas ao fornecedor custam 0.65€.

    (d) Deduza a função de probabilidade do lucro diário obtido pelo Sr. Matias.
    (e) Determine o lucro médio por dia. Expresse através do desvio padrão, a dispersão do lucro diário.

    Solução: 0.4, 0.25, 115, 45, –, 73.75, 26.698549

45. Num jogo de apostas, um jogador recebe 10€ se tirar um às ou um rei, e 5€ se tirar uma dama ou um valete de um baralho de 52 cartas. Para ter um jogo equilibrado em termos de ganho médio, quanto é que deverá pagar no caso de tirar uma outra carta qualquer?

    Solução: 10/3

46. Um vendedor ambulante tem 8 relógios para vender, dos quais 3 estão avariados. Um cliente resolve comprar-lhe 4 relógios.
   (a) Determine a função de probabilidade de X, o número de relógios avariados comprados.
   (b) Qual a probabilidade do comprador adquirir relógios avariados e em número não superior a 2.
   (c) Determine o valor médio e a variância de X.

   Solução: –, 6/7, 1.5, 0.53571

47. A função de probabilidade do número X de memórias de computador danificadas numa remessa de 3 memórias, é:

$$X\left\{\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0.75 & 0.02 & & 0.15 \end{array}\right.$$

   (a) Determine a probabilidade de:
      i. Algumas, mas não todas as memórias da remessa, estarem danificadas.
      ii. Não mais de duas memórias da remessa estarem danificadas.
   (b) Determine:
      i. $P(X = 3\,|X > 0)$.
      ii. $P(1 \le X \le 3\,|X \le 2)$.
   (c) Determine o valor médio, a variância e o desvio padrão de X.
   (d) Se X memórias danificadas numa remessa originam um prejuízo de $C = -100X - 50$ euros, determine o prejuízo médio por remessa e também o desvio padrão.

   Solução: 0.1, 0.85, 0.6, 0.117647, 0.63, 1.2931, 1.137146, -113, 113.714555

Par aleatório discreto

48. Numa empresa de aluguer de aviões, informam-nos de que a procura diária de aviões de passageiros X, e a procura diária de aviões de transporte rápido de correio Y, constitui um par aleatório (X, Y), cuja função de probabilidade conjunta é dada por:

$X \setminus Y$	0	1	2	
0	0			0.25
1			0.05	0.35
2	0.1		0.1	$p + 0.2$
3	0	0.1		p
	0.2	0.5		

   (a) Complete a função de probabilidade conjunta do par aleatório (X, Y) e indique as funções de probabilidade marginais.
   (b) Qual a probabilidade de, num dia, a procura de aviões de passageiros ser inferior à procura de aviões de transporte rápido de correio?
   (c) Para um dia em que foi pedido um avião de transporte rápido de correio, qual a probabilidade de terem sido procurados 1 ou 2 aviões de transporte de passageiros?
   (d) Existe independência entre a procura diária de aviões de cada tipo?
   (e) Determine a procura média diária de aviões de passageiros e a procura média diária de aviões de transporte rápido de correio.
   Determine também o desvio padrão da procura diária de aviões de transporte rápido de correio.

(f) Sabendo que $V(X) = 0.8875$, determine a covariância e o coeficiente de correlação deste par aleatório. Comente o valor deste último coeficiente.
Determine agora a procura diária média do total de aviões de aluguer.

(g) Calcule a variância da média $\frac{X+Y}{2}$ de aviões procurados diariamente.

(h) Qual o valor esperado e a variância de $Y - X$?

(i) Deduza a função de probabilidade da procura diária total de aviões de aluguer.

Solução: –, 0.3, 0.6, –, 1.25, 1.1, 0.7, -0.175, -0.265372, 2.35, 0.256875, -0.15, 1.7275, –

49. Seja (X, Y) um par aleatório discreto com a seguinte função de probabilidade conjunta:

$X \setminus Y$	0	2	3	
0	1/12	1/6		1/4
1				
2	1/12	1/6	0	
		1/3	1/3	

(a) Complete a função de probabilidade conjunta e as funções de probabilidade marginais.

(b) Determine $P(X \geq 2; Y < 3)$ e $P(X = 0 \,|X + Y = 2\,)$.

(c) X e Y são v.a.'s independentes? Justifique a sua resposta.

(d) Sabendo que $E(Y) = 5/3$ e que $V(X) = 1/2$, calcule:

   i. $E(X + 4Y - 6)$;

   ii. $V(Y)$;

   iii. $cov(X, Y)$ e $\rho(X, Y)$.

(e) Deduza a função de probabilidade da v.a. $T = \max(X, Y)$.

Solução: –, 1/4, 2/3, –, 5/3, 14/9, 0, 0, –

50. O número de comprimidos para o estômago que um determinado indivíduo toma por dia, é uma v.a. C, com suporte $\{2, 3, 4, 5, 6\}$, tal que:

$P(C = 3) = 0.3$; $P(C = 4) = 0.4$;$P(C = 2) = P(C = 5) = P(C = 6)$.

O número de refeições que esse indivíduo ingere por dia é também uma v.a. R, com suporte $\{2, 3, 4\}$, tal que:

$P(R = 2) = 0.25$ e $P(R = 3) = 0.42$.

Sabe-se ainda que:

- Só toma 6 comprimidos quando faz 4 refeições;
- Quando faz 4 refeições toma sempre mais de 3 comprimidos;
- Quando faz 2 refeições toma sempre menos de 5 comprimidos;
- $P(C = 2; R = 2) = P(C = 2; R = 3)$;
- $P(C = 3; R = 2) = P(C = 4; R = 2) = P(C = 4; R = 3)$.

(a) Determine a função de probabilidade conjunta do par aleatório (C, R).

(b) O número de comprimidos ingeridos é independente do número de refeições?

(c) Calcule a $P(R \geq 3 \,|C \leq 3\,)$ e a $P(C \geq 4; R = 3)$.

(d) Para um dia em que comeu 2 refeições, determine a função de probabilidade do número de comprimidos ingeridos.

Solução: –, –, 0.625, 0.17, –

51. Suponhamos que M_1 e M_2 são duas máquinas que funcionam independentemente e sejam X e Y variáveis aleatórias que representam, respectivamente, n^o diário de avarias de M_1 e o n^o diário de avarias de M_2. Sabendo que:

   - A máquina M_1 nunca avaria mais do que uma vez por dia e, que a máquina M_2 avaria, no máximo, duas vezes por dia;
   - A probabilidade de M_1 não avariar é de 0.7;
   - A probabilidade de M_2 não avariar é 0.5 e a de avariar duas vezes é 0.3,

   construa a tabela das funções de probabilidade conjunta e marginais associadas ao par aleatório (X, Y).

Distribuições discretas importantes

52. Um fabricante de computadores inspecciona, habitualmente, os chips de memória antes de os instalar. Assim, testou uma amostra de 5 retirados ao acaso de um lote de 20 chips que continha 4 defeituosos. Seja X o número de chips defeituosos detectados nessa amostra. Determine:

   (a) A função de probabilidade de X e indique os parâmetros desta distribuição.
   (b) O número esperado de memórias defeituosas, na amostra de 5 chips.
   (c) A variância de X.

   Solução: –, 1, 0.631579

53. A Rádio Electrão quer vender rapidamente os 30 computadores portáteis que tem em armazém, pelo que realizou uma promoção com descontos atractivos e oferecendo a pré-instalação do sistema operativo. Infelizmente, o processo de instalação do sistema operativo não é completamente fiável e 10 dos portáteis necessitarão de assistência complementar. Suponha uma empresa que comprou 20 portáteis e considere X o número de portáteis com problemas comprados.

   (a) Qual a distribuição de X?
   (b) Determine a probabilidade de menos de 3 portáteis necessitarem de assistência complementar.
   (c) Determine a probabilidade de mais de 6 portáteis necessitarem de assistência complementar.
   (d) Indique o valor médio e o desvio padrão de X.

   Solução: –, 0.000291, 0.560339, 6.666667, 1.237969

54. O senhor S tem uma empresa que compra e vende selos, moedas e outros artigos para coleccionistas. Este senhor guarda 20 selos dentro de uma bolsa preta, estando ainda cada selo metido num envelope opaco. 6 destes selos valem 100 € cada um e os restantes nada valem. Para promover a venda, o senhor S cobra 20 € por cada selo, mas não permitindo que o cliente veja o conteúdo do envelope. Suponha que um cliente compra 5 selos:

   (a) Qual a probabilidade de os cinco selos nada valerem?
   (b) Determine a probabilidade de o cliente não perder nem ganhar dinheiro com a compra.
   (c) Qual o ganho esperado deste cliente? E o desvio padrão?

   Solução: 0.129128, 0.387384, 50, 91.046547

55. Uma determinada praga atacou uma unidade agrícola tendo contaminado três quartos da sua produção de maçãs. Considere 4 maçãs escolhidas ao acaso desta produção.

    (a) Determine:

    i. A probabilidade de todas elas terem sido contaminadas.
    ii. A probabilidade de nenhuma ter sido contaminada.
    iii. A probabilidade de não terem sido todas contaminadas.

    (b) Deduza a função de probabilidade da v.a. X que contabiliza o número de maçãs contaminadas, entre as 4 escolhidas. Indique a distribuição (e o valor dos parâmetros) da v.a. X.

    (c) Determine o valor médio e a variância de X.

    (d) Suponha que se recolheram ao acaso, duas amostras de maçãs, uma com 4 e outra com 3 maçãs. Determine a probabilidade de, no conjunto das duas amostras, se encontrarem 2 maças contaminadas. Identifique a distribuição para o total de maçãs contaminadas, no conjunto das duas amostras.

    Solução: 0.316406, 0.003906, 0.683594, –, 3, 0.75, 0.011536, –

56. A probabilidade de um automóvel efectuar uma lavagem automática, quando entra na estação E de abastecimento de combustível (equipada este tipo de serviço de lavagem), é 0.1.

    (a) Se tiverem entrado n, $n \in \mathbb{N}$, automóveis na estação E, identifique a distribuição da v.a. X, número de automóveis que efectuam uma lavagem automática.

    (b) Determine:

    i. A probabilidade de nenhum dos próximos 6 automóveis vir a efectuar uma lavagem automática.
    ii. A probabilidade de, pelo menos um dos próximos 10 automóveis, efectuar uma lavagem automática.
    iii. A probabilidade de, pelo menos dois dos próximos 10 automóveis, efectuarem lavagens automáticas.
    iv. Nos próximos 10 automóveis, o número médio dos que não fazem lavagens automáticas.
    v. O desvio padrão do número de lavagens automáticas efectuadas em cada grupo de 25 automóveis.

    (c) Considere W o número de automóveis que entram na estação E até que um efectua uma lavagem automática (inclusive este).

    i. Identifique e apresente, a distribuição de probabilidade da v.a. W.
    ii. Determine a probabilidade de virem a entrar mais de 3 automóveis até que um efectua uma lavagem automática (inclusive esse).
    iii. Calcule o valor esperado de W, interprete a quantidade obtida.
    iv. Recorra à desigualdade de Chebychev para determinar os valores de W que verificam $P\left(|W - E\left(W\right)| < c\sigma\left(X\right)\right) \geq 0.75$.
    v. Determine $P\left(|W - E\left(W\right)| < 2\sigma\left(X\right)\right)$ e comente os valores de W envolvidos no cálculo desta probabilidade com os obtidos na alínea anterior.
    Sugestão: Use a função de distribuição da distribuição Geométrica.

    Solução: –, 0.531441, 0.651322, 0.263901, 9, 1.5, –, 0.729, 10, $[1, 28]$, 0.947665237

57. Os registos de uma oficina de automóveis, onde se realizam inspecções, mostram que 80% dos automóveis são aprovados na primeira tentativa. Seja X o número de carros reprovados à primeira tentativa, de entre n, $n \in \mathbb{N}$, inspeccionados.

    (a) Para $n = 20$,

    i. Identifique a distribuição da v.a. X.
    ii. Determine o valor médio e o desvio padrão de X.
    iii. No mínimo, quantos automóveis deverão ser inspeccionados para ser superior a 90%, a probabilidade de haver automóveis reprovados à primeira tentativa.

(b) i. Apresente e identifique a distribuição de probabilidade do número Y de automóveis inspeccionados até que um seja reprovado à primeira tentativa (inclusive este).
   ii. Determine a probabilidade de serem inspeccionados menos de 3 automóveis até que um seja reprovado à primeira tentativa (inclusive esse).

Solução: –, 4, 1.78885, no mínimo 11, $Y \sim G\,(0.2)$, 0.36

58. O número de chamadas que chegam à secção de atendimento ao público de uma associação de defesa do consumidor é uma v.a. com distribuição de Poisson. Sabe-se que as chamadas ocorrem a uma taxa de 1.5 chamadas em cada 10 minutos.
    (a) Considere o período entre as 9:00 e as 9:10. Determine a probabilidade desta secção da associação:
        i. Não receber qualquer chamada.
        ii. Receber mais de duas chamadas.
        iii. O número médio e a variância do número de chamadas recebidas neste período.
    (b) Considere o período entre as 11:00 e as 11:30. Determine a probabilidade desta secção da associação:
        i. Não receber qualquer chamada.
        ii. Receber menos de 2 chamadas.
        iii. O número médio e o desvio padrão do número de chamadas recebidas neste período.
    (c) O director desta associação recebe chamadas telefónicas a uma taxa de 4 por hora e o número de chamadas tem uma distribuição de Poisson.
    Indique a distribuição do total de chamadas recebidas na secção de atendimento e para o director, no período entre as 11:00 e as 11:30.

Solução: 0.223130, 0.191153, 1.5, 1.5, 0.011109, 0.061099, 4.5, 2.121320, –

59. Seja X uma variável aleatória de Poisson que representa o número de golos marcados num desafio de futebol de uma Liga profissional, onde, em média, se marcam 2.5 golos por desafio. Determine a probabilidade de:
    (a) Num jogo se marcarem pelo menos 2 golos.
    (b) Em dois jogos não se marcarem golos.
    (c) Em cada um de dois jogos se marcarem pelo menos 2 golos.

Solução: 0.712703, 0.006738, 0.507945

60. O número de automóveis, X, que chegam por dia a uma pequena oficina para serem reparados é uma variável aleatória de Poisson com parâmetro igual a 2. Devido à reduzida dimensão da oficina, só podem ser atendidos, no máximo, 3 automóveis por dia. Se chegarem mais de 3 automóveis, os excedentes são encaminhados para outras oficinas.
    (a) Determine a probabilidade de, num dia qualquer, serem encaminhados automóveis para outras oficinas.
    (b) Qual deverá ser a capacidade de atendimento da oficina, de modo a que a oficina possa reparar, em aproximadamente 95% dos dias, todos os automóveis que chegam?
    (c) Qual o número esperado de automóveis que chegam por dia?
    (d) Determine a função de probabilidade para o número de automóveis atendidos diariamente.
    (e) Qual o número médio de automóveis atendidos diariamente?
    (f) Qual é o número médio de automóveis que são diariamente encaminhados para outras oficinas?
    (g) Determine a probabilidade de, em cinco dias, chegarem 9 automóveis.

Solução: 0.142877, mais 1 lugar, 2, –, 1.782, 0.218, 0.125110

61. Uma companhia de seguros está informada de que apenas 0.1% da população está sujeita a um certo tipo de acidentes, ao longo de um ano. Sabendo que a companhia tem 1 000 segurados desta população, qual a probabilidade aproximada de que, quando muito, cinco dos seus clientes venham a sofrer este tipo de acidentes durante o próximo ano?

    Solução: 0.999405815

62. Um grande armazém de venda de artigos para o lar, emprega 100 funcionários. A probabilidade de, diariamente qualquer um quebrar uma ou mais peças de vidro, é de 0.005. Determine a probabilidade aproximada de, num determinado dia, pelo menos 2 dos funcionários terem sido responsáveis pela quebra de peças de vidro.

    Solução: 0.090204

Exercícios de desenvolvimento teórico

63. Considere a informação prestada no exercício 56. O número que automóveis que entram na estação E durante 15 minutos, é uma v.a. Y com distribuição de Poisson de parâmetro λ. A probabilidade de um automóvel efectuar uma lavagem automática, quando entra na estação E de abastecimento de combustível (equipada este tipo de serviço de lavagem), é p, $0 < p < 1$.
    (a) Determine a probabilidade de, em 15 minutos, chegaram menos automóveis do que é esperado.
    (b) Se durante 15 minutos, chegaram 5 automóveis, qual a probabilidade de um deles ter efectuado uma lavagem automática.
    (c) Calcule a probabilidade de, durante 15 minutos, chegarem 5 automóveis e um deles ter efectuado uma lavagem automática.
    (d) Mostre que, sendo S-n.º de automóveis que efectuam lavagens automáticas durante 15 minutos, $P(S=4) = e^{-\lambda p}\dfrac{(\lambda p)^4}{4!}$.
    (e) Conclua que $P(S=k) = e^{-\lambda p}\dfrac{(\lambda p)^k}{k!}$, $k \in \mathbb{N}_0$, isto é, que $S \sim P(\lambda p)$.

Variáveis aleatórias contínuas

64. Em determinada estação de metropolitano, o tempo de espera (em minutos) até à chegada do primeiro comboio é uma v.a. X, com função densidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} a, & 0 < x \leq 1 \\ 1/4, & 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{outros valores de } x \end{cases}$$

    (a) Determine o valor da constante a?
    (b) Qual a probabilidade de ser necessário esperar mais de 1 minuto e não mais de 3 minutos, pelo primeiro comboio?
    (c) Determine o tempo médio de espera pelo primeiro comboio. Determine também o desvio padrão.

    Solução: 0.5, 0.25, 1.75, 1.330727

65. A duração do tratamento (em dias) de pessoas com um determinado tipo de problemas pulmonares é uma v.a. contínua X com a seguinte função densidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \dfrac{24}{x^4}, & x \geq a \end{cases}$$

(a) Determine a probabilidade de uma pessoa ter tido um tratamento com duração:
   i. superior a 10 dias.
   ii. entre 4 e 5 dias.

(b) Calcule a duração média do tratamento.

(c) Calcule o desvio padrão da duração do tratamento.

(d) Se 100 pessoas fizeram este tratamento, independentemente uma das outras, e as v.a.'s $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$, expressam as respectivas durações,
   i. escreva a expressão da v.a. que nos dá a média das durações do tratamento destas pessoas.
   ii. Determine o valor médio, a variância e o desvio padrão da média das durações do tratamento destas pessoas.

Solução: 0.008, 0.061, 3, 1.732051, –, 3, 0.03, 0.173205

66. Uma máquina de enchimento automático de garrafas de cerveja de 33cl comete, em cada garrafa, um erro aleatório X com função densidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} x/4 + 1/2, & -2 \leq x \leq 0 \\ -x/4 + 1/2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{outros valores de } x \end{cases}$$

A unidade de medida considerada é o centilitro.

(a) A distribuição será simétrica? Justifique.

(b) Divida o intervalo de variação $[-2, 2]$ em dois sub-intervalos exaustivos e disjuntos, tais que sejam iguais as probabilidades de X pertencer a um ou a outro.

(c) Qual o erro médio que se comete no enchimento de cada garrafa?

(d) Suponha fixado o seguinte critério de controle de qualidade: das garrafas cheias durante uma hora, escolhe-se uma ao acaso, e mede-se o seu conteúdo; se tiver um erro superior, em módulo, a dois desvios padrões, pára-se a máquina para revisão. Qual a probabilidade de se mandar parar a máquina?

Solução: –, [-2,0] e]0,2], 0, 0.033674

Distribuições contínuas importantes

67. Um fabricante de determinada marca de óleo sabe que a procura semanal X (em milhares de litros) dessa marca de óleo é uma v.a., com a seguinte função densidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} a, & x \in [0, 5] \\ 0, & x \notin [0, 5] \end{cases}$$

(a) Determine o valor da constante a.

(b) Determine a procura média.

(c) Determine a variância e o desvio padrão de X.

(d) A capacidade da fábrica é de 5 unidades (milhares de litros) semanais e o fabricante tem um lucro de 2000€ por cada unidade vendida e um prejuízo de 500€ por cada unidade não vendida. Seja y a quantidade (que não excede as 5 unidades) que o fabricante decidiu produzir e $L \equiv L(X, y)$ o lucro obtido.
   i. Determine a função lucro, $L \equiv L(X, y)$.
   ii. Determine o lucro esperado.
   iii. Qual o valor de y que permite obter um lucro esperado máximo?

Solução: 0.2, 2.5, 2.0833333, 1.443376, –, $2000y - 250y^2$, 4

68. Uma máquina de cortar barras de margarina com uma altura e largura constantes mas um comprimento X (em cm) aleatório, processa o corte de tal modo que a acumulação de probabilidade do comprimento final das barras, é constante no intervalo $[20, 22]$.

    (a) Obtenha a função densidade para o comprimento final das barras.

    (b) A fábrica pretende saber qual o valor de x para o comprimento final das barras, de modo a garantir que 90% das barras têm comprimento superior a x. Que valor proporia?

    (c) Qual o comprimento médio final das barras de margarina? E o desvio padrão?

    Solução: –, 20.2, 21, 0.57735

69. Seja X uma v.a. que representa a duração (em horas) de um componente electrónico. O preço de venda do referido componente é de 6€ e o custo do seu fabrico é de 2€, mas o fabricante garante o reembolso total se a sua duração for inferior a 1000 horas. A função densidade de X é:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < \lambda \\ \frac{1}{\delta} e^{-\frac{x-\lambda}{\delta}}, & x \geq \lambda \end{cases}$$

    com $\lambda = 0$ e $\delta = 1000$.

    (a) Deduza a função de distribuição de X, ou seja a função definida por $F_X(x) = P(X \leq x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

    (b) Determine a probabilidade do fabricante vir a reembolsar um cliente que comprou um componente.

    (c) Calcule a probabilidade de um componente vir a durar entre 1500 e 2000 horas.

    (d) Determine a duração média do componente electrónico e a variância da duração.

    (e) Determine o lucro esperado e o respectivo desvio padrão.

    Solução: –, 0.632121, 0.087795, 1000, 1000000, 0.207277, 2.893370

70. O tempo de atendimento de um aluno na loja de fotocópias da FCT/UNL, no ano lectivo de 2008/9, é uma v.a. T com distribuição exponencial de valor médio igual a 20 minutos e desvio padrão de 5 minutos.

    (a) Qual a probabilidade de um aluno nesse ano lectivo ter aguardado por atendimento menos de 20 minutos?

    (b) Um determinado dia em que já se encontrava à 15 minutos aguardando a sua vez de ser atendido, qual a probabilidade de ter esperado mais 10 minutos?

    Solução: 0.632121, 0.135335

71. Um estudante de Engenharia que vai passar férias ao Algarve decidiu deslocar-se à boleia tendo-se postado para o efeito, à entrada da auto-estrada.
    Sabe-se que o número de automóveis que entram na auto-estrada num intervalo de tempo de duração t é uma v.a. com distribuição de Poisson com valor médio δt, $\delta \in \mathbb{R}^+$.

    (a) Qual a probabilidade deste estudante ter de esperar mais de t tempo pela passagem do primeiro automóvel?

    (b) Deduza a função de distribuição da v.a. T, ou seja a função definida por $F_T(t) = P(T \leq t), \forall t \in \mathbb{R}^+$, que indica o tempo de espera pela passagem do primeiro automóvel e identifique a distribuição de T.

    (c) Qual a probabilidade deste estudante ter de esperar mais de $s + t$ tempo, dado que já espera há s tempo?

72. Seja X uma v.a. com distribuição $N(100, 400)$. Calcule:

    (a) $P(X \leq 125)$

    (b) $P(X > 85)$

    (c) $P(60 < X < 140)$

    Solução: 0.8944, 0.7734, 0.9544

73. Uma máquina de encher garrafas de água mineral foi calibrada para deitar uma média de 1.5 litros em garrafas com uma capacidade nominal de 1.55 litros. Sabe-se ainda que o volume de água despejado é normalmente distribuído com um desvio padrão de 30 ml. Determine:

    (a) A percentagem de garrafas que contêm menos de 1.52 litros.

    (b) A probabilidade de uma garrafa conter entre 1.48 e 1.52 litros.

    (c) O valor de c tal que a percentagem de garrafas com um volume de água entre $1.5 - c$ e $1.5 + c$ litros, seja de 0.95.

    (d) O número esperado de garrafas, das próximas 100 a serem enchidas, em que a máquina vai tentar meter uma quantidade de água superior à capacidade.

    (e) O volume de água abaixo do qual se encontra a fracção de 25% das garrafas menos cheias.

    Solução: 0.7486, 0.4972, 0.0588, 4.75, 1.4799

74. Uma empresa fabrica computadores. O tempo que leva a produzir um lote é uma v.a. normal com valor médio de 50 dias e desvio padrão de 5 dias.

    (a) Qual a probabilidade de que o tempo de produção de um lote seja inferior a 44 dias?

    (b) É necessário estabelecer um prazo de entrega para um lote cuja produção vai ser agora iniciada. Que prazo deveremos indicar ao cliente, se a probabilidade de não o vir a cumprir fôr de 0.05?

    (c) Foram encomendados 10 lotes de computadores. Qual a probabilidade do tempo total de produção desses lotes exceder 520 dias?

    Solução: 0.1151, 58.2, 0.1038

75. Um professor desloca-se todos os dias de manhã na sua viatura para ir para a escola. A duração da viagem é uma v.a. normal com valor médio de 20 minutos e desvio padrão de 4 minutos.

    (a) Determine a probabilidade da viagem demorar mais de 25 minutos.
    (b) Determine a percentagem de vezes em que chega atrasado à aula das 9:00 quando sai de casa às 8:45.
    (c) O professor gosta de chegar à escola entre as 8:50 e às 9:00. Se sair de casa às 8:35, qual é a probabilidade de não o conseguir?
    (d) Calcule o tempo a partir do qual se encontram as 20% das viagens mais lentas.
    (e) Calcule a probabilidade de duas das próximas três viagens demorarem mais de 25 minutos.

    Solução: 0.1056, 0.8944, 0.2112, 23.36, 0.029921

76. Um avião para poder descolar só pode levar, no máximo, 8 toneladas. O avião transporta 20 passageiros, podendo cada um levar a sua bagagem. O avião transporta ainda outro tipo de carga. Admita que o peso (em kg)

    - de cada passageiro é uma v.a. com distribuição $N(75, c)$;
    - da bagagem de cada passageiro é uma v.a. com distribuição $N(15, 4)$;
    - de "outro tipo de carga" é uma v.a. com distribuição $N(6000, 1000000)$.

    (a) Se um passageiro for admoestado por levar mais do que 20 kg de bagagem, qual a probabilidade de tal vir a acontecer?
    (b) Determine a probabilidade de um passageiro levar entre 14 e 20 kg de bagagem.
    (c) Determine o valor de c, de modo a que um passageiro pese menos de 72 kg, com probabilidade 0.1587.
    (d) Admita que $c = 16$. Não havendo qualquer espécie de controlo, qual a probabilidade do avião poder descolar? (Considere que todas as v.a.'s que vai usar são independentes).

    Solução: 0.0062, 0.6853, 9, 0.5793

77. Um fabricante tem uma máquina A que pode produzir esferas para rolamentos cujo diâmetro (em cm) é uma v.a. com distribuição normal de parâmetros $\left(5\text{cm}, 0.01\text{cm}^2\right)$. No entanto, os seus clientes, exigem que o diâmetro esteja compreendido entre 4.9 e 5.1cm, pelo que as esferas que não satisfaçam este requisito vão para a sucata. Estas representam um prejuízo unitário de 1 unidade monetária, enquanto que as esferas de boa qualidade dão um lucro unitário de 2 unidades monetárias.

    (a) Determine a percentagem da produção que é vendida e a percentagem que vai para a sucata.
    (b) Suponha uma encomenda de n, $n \in \mathbb{N}$ esferas. Quantas esferas terão em média de ser produzidas para satisfazer esta encomenda?
    (c) Determine o valor esperado do lucro obtido com a encomenda de n esferas.
    (d) Determine o aumento relativo do lucro unitário esperado se o processo melhorasse de forma que o desvio padrão do diâmetro das esferas, fosse reduzido para metade.
    (e) Se, para conseguir essa melhoria do processo de fabrico, fosse necessário comprar uma máquina B que custa 10 milhões de unidades monetárias (incluindo todos os encargos financeiros), determine o número esperado de esferas que seria necessário produzir para pagar este investimento.

    Solução: 0.6826, 0.3174, $n/0.6826$, $1.535013\,n$, 77.82%, no mínimo 5367111

Teorema Limite Central

78. Ao adicionar números, um computador arredonda cada número para o inteiro mais próximo. Admita que os erros cometidos são v.a.'s independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com valor médio igual a 0 e variância igual a 1/12.
Se 1200 números forem adicionados, qual a probabilidade aproximada de que o erro total cometido não ultrapasse 15.4?

Solução: 0.9382

79. O saldo médio das contas de cartões de crédito dos clientes de um banco, no dia 1 de cada mês, é de -250 € e o desvio padrão é de 100 €. Considere uma amostra aleatória de 40 contas. Determine a probabilidade do saldo médio da amostra ser:

 (a) Inferior a -230 €.
 (b) Superior a -270 €.
 (c) Estar compreendido entre -250 € e -200 €.

Solução: 0.8962, 0.8962, 0.4992

80. Os envelopes destinados a transporte de avião são empacotados em grupos de 100, sendo depois pesados. Supondo que o peso de cada envelope é uma v.a. com valor médio igual a 1 grama e desvio padrão de 0.05g, independentemente de envelope para envelope, determine:

 (a) A probabilidade de que um pacote, com exactamente 100 envelopes, pese mais de 100.5g.
 (b) A probabilidade aproximada de que a média dos pesos dos 100 envelopes de um pacote diste do seu valor médio por uma quantidade superior ao seu desvio padrão.

Solução: 0.1587, 0.3174

81. Num certo complexo industrial, inspeccionaram-se 100 componentes de um sistema eléctrico. Considere, para cada componente, uma v.a. $X_i \quad (i = 1, 2, \ldots, 100)$ que toma valor 1 se o componente está operável e 0 se não está operável. De registos anteriores, sabe-se que a probabilidade de um qualquer componente estar operável é de 80%.

 (a) Considere a v.a. $Y = \sum_{i=1}^{100} X_i$.
  i. Diga qual o significado da v.a. Y?
  ii. Qual a distribuição de Y?
 (b) Determine o valor aproximado da probabilidade de, no máximo, 80 desses componentes estarem operáveis.
 (c) Qual a probabilidade aproximada de que exactamente 80 desses componentes estejam operáveis?

Solução: –, –, 0.5, 0.0987

82. Uma empresa comercializa garrafas de vinho do Porto de 1 litro, vendendo-as em caixotes de 5 garrafas. Supõe-se que 4% das garrafas contêm realmente uma quantidade de líquido inferior à indicada no rótulo. Calcule a probabilidade aproximada de, num lote de 100 caixotes, se encontrarem entre 16 e 25 garrafas com menos de 1 litro.

Solução: 0.7458

83. Um sistema é formado por 100 componentes, cada um dos quais com confiabilidade de 0.95 (probabilidade de funcionamento do componente durante um certo período de tempo).
Se esses componentes funcionarem independentemente uns dos outros e, se o sistema completo funcionar adequadamente quando, pelo menos 90 componentes funcionarem, qual a confiabilidade do sistema?

Solução: 0.9970

84. Considere a informação prestada no exercício 56. Determine o valor aproximado da probabilidade da secção de atendimento ao público, receber durante um hora de serviço:

   (a) No máximo, 10 chamadas.
   (b) 10 chamadas.
   (c) Pelo menos 9 chamadas.

   Solução: 0.6293, 0.1293, 0.6293