

- (1.8) 1. Assinale com uma cruz sobre **V** para verdadeiro ou sobre **F** para falso, o valor lógico de cada uma das seguintes respostas. Cada resposta correcta vale 0.3 valores e cada resposta incorrecta vale 0 valores.

Admita que a v.a. X representa a diferença entre o número estimado de dias para a conclusão de um projecto e o número efectivo de dias de execução. Sabe-se que esta variável tem por suporte o conjunto $D = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, que $P(X = 0) = 0.2$, que $P(X < 0) = P(X > 0)$ e que $P(X = -2) = P(X = 2) = 0.3$.

Quando o número de dias estimado é excedido há uma penalização. Essa penalização, digamos Y , custa 10 000 unidades monetárias (u.m.) por cada dia de atraso, transformando-se em bónus quando o tempo estimado for superior ao tempo efectivo. Assim $Y = 10\,000X$.

☐ **V** ☐ **F** A função de probabilidade da v.a. X é: $X \left\{ \begin{array}{ccccc} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 & 0.1 & 0.3 \end{array} \right.$

☐ **V** ☐ **F** $P(1 \leq X < 2 | X \geq 0) = 1/4$

☐ **V** ☐ **F** É nula a diferença **esperada** entre o número de dias estimado e o número efectivo de dias de execução.

☐ **V** ☐ **F** $V(X) = 0.74$

☐ **V** ☐ **F** $cov(X, Y) = 26\,000$.

☐ **V** ☐ **F** $\rho(X, Y) = 0$.

- (1.5) 2. Assinale com uma cruz se a afirmação é verdadeira ou falsa:

(0.5) ☐ **V** ☐ **F** Uma lista de clientes de uma empresa é constituída por 1000 endereços de clientes. Destes, 300 compraram nos últimos 3 meses, pelo menos um produto da empresa. Com o objectivo de avaliar da aceitação de um novo produto, 25 clientes daquela lista foram escolhidos ao acaso e com reposição. O número de clientes sondados que fazem parte do grupo dos que realizaram alguma compra durante os últimos 3 meses, tem distribuição Hipergeométrica com parâmetros (1000, 700, 300).

(0.5) ☐ **V** ☐ **F** Uma lista de clientes de uma empresa é constituída por 1000 endereços de clientes. Destes, 300 compraram nos últimos 3 meses, pelo menos um produto da empresa. Com o objectivo de avaliar da aceitação de um novo produto, 25 clientes daquela lista foram escolhidos ao acaso e sem reposição. O número de clientes sondados que fazem parte do grupo dos que realizaram alguma compra durante os últimos 3 meses, tem distribuição Hipergeométrica com parâmetros (1000, 300, 25).

(0.5) ☐ **V** ☐ **F** Uma lista de clientes de uma empresa é constituída por 1000 endereços de clientes. Destes, 100 compraram nos últimos 3 meses, pelo menos um produto da empresa. Com o objectivo de avaliar da aceitação de um novo produto, 40 clientes daquela lista foram escolhidos ao acaso e com reposição. O número de clientes sondados que fazem parte do grupo dos que realizaram alguma compra durante os últimos 3 meses, tem distribuição aproximada de Poisson com parâmetro 4.

- (3.0) 3. Apenas uma das seguintes respostas está correcta. Determine-a e assinale-a.
Considere X uma v.a. discreta com função de probabilidade:

$$X \left\{ \begin{array}{ccccc} 1 & a & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{12} & \frac{a}{12} & & & \frac{5}{12} \end{array} \right.$$

Sabendo que $1 < a < 4$, que $P(X > 4) = 1/2$ e que $E(X) = 51/12$, o desvio padrão de $Y = \frac{X+100}{\sqrt{507}}$ é:

☐ **A** $1/12$

☐ **B** $1/(144\sqrt{507})$

☐ **C** $100 + 1/12$

☐ **D** $1/(12\sqrt{570})$

☐ **E** $1/144$

☐ **F** Nenhuma das anteriores

- (2.0) 4. Apenas uma das seguintes respostas está correcta. Determine-a e assinale-a.

Numa linha telefónica de apoio ao cliente o número de chamadas de reclamações recebidas por dia segue uma distribuição de Poisson com valor médio igual a 4 chamadas. Numa semana útil (= 5 dias), a probabilidade de em 3 desses dias não se receberem chamadas de reclamações é de:

☐ **A** $\binom{5}{3} (0.2)^3 (0.8)^2$

☐ **B** $e^{-20} 20^3 / 3!$

☐ **C** $(e^{-4})^3$

☐ **D** $10 e^{-12} (1 - e^{-4})^2$

☐ **E** $10 (0.25)^3 (1 - 0.25)^2$

☐ **F** Nenhuma das anteriores

A classificação das duas questões que se seguem varia entre 0 e 6 valores. Uma resposta correcta vale 3 valores e uma resposta incorrecta desconta 1.5 valor (nada se desconta caso não haja resposta).

5. Considere o vector aleatório (X, Y) com a seguinte função de probabilidade conjunta:

$X \setminus Y$	2	4	6	
1	$\frac{2}{16}$	$\frac{6}{16}$	0	$\frac{8}{16}$
2	$\frac{2}{16}$	0	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$
3	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{2}{16}$

Apenas uma das seguintes afirmações é **FALSA**. Indique com uma cruz qual é:

- [A] A função de probabilidade da v.a. Y é: $Y \left\{ \begin{array}{ccc} 2 & 4 & 6 \\ \frac{5}{16} & \frac{7}{16} & \frac{4}{16} \end{array} \right.$.
- [B] As v.a.'s X e Y não são independentes.
- [C] $P(X + Y \leq 4) = 1/4$.
- [D] Sabendo que $E(X) = 13/8$, $V(Y) = 143/64$, então $cov(X, Y) = 4/64$ e $V(X + Y) = 23/8$.
- [E] A função de probabilidade de $Y - X$ é: $Y - X \left\{ \begin{array}{ccccc} -1 & 0 & 1 & 3 & 4 \\ \frac{1}{16} & \frac{2}{16} & \frac{3}{16} & \frac{6}{16} & \frac{4}{16} \end{array} \right.$

6. Nas urgências de um hospital, sabe-se que 10% dos utentes apresentam sintomas de gripe.

Apenas uma das seguintes afirmações é **VERDADEIRA**. Indique com uma cruz qual é:

- [A] Numa amostra de 10 utentes, a probabilidade de pelo menos 2 apresentarem sintomas de gripe é de 0.387 (valor arredondado às milésimas).
- [B] Se num determinado dia comparecerem 40 utentes entre as 8-9 horas e 30 utentes entre as 9-10 horas, o n.º de utentes que não apresentam sintomas de gripe entre as 8-10 horas tem distribuição Binomial de parâmetros $(70, 0.1)$
- [C] Se X representar o n.º de utentes que apresentam sintomas de gripe numa amostra de 45 utentes, X tem distribuição aproximada de Poisson com variância 4.5.
- [D] Se X representar o n.º de utentes que apresentam sintomas de gripe numa amostra de 9 utentes, então $]E(X) - 2\sigma(X), E(X) + 2\sigma(X)[=]-0.72, 2.52[$.