



PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA

- (8.0) 1. Com o objectivo de estudar a qualidade do ar na região de Lisboa, pretende-se modelar a quantidade Y de Ozono troposférico (O_3), com a quantidade x de partículas em suspensão com diâmetro aerodinâmico inferior a $10 \mu m$ (PM_{10}). Para tal, registaram-se os seguintes dados:

x_i	60.5	78.8	89.8	80.9	74.8	49.9	97.5	92.5	36.5	18.1	29.6	15.9
y_i	124.2	158	177.1	185.6	179.2	145.7	163.7	188.8	122.2	75.4	94.8	80.3

$$\sum x_i = 724.8; \quad \sum x_i^2 = 53414.92; \quad S_{YY} = 18620.05; \quad \sum x_i y_i = 114890.35; \quad \hat{\sigma}^2 = 237.44;$$

- (a) Ajuste um modelo de regressão linear simples aos dados. Refira quais os pressupostos do modelo.
 (b) Comente a qualidade do modelo.
 (c) Teste, ao nível de significância de 5%, a hipótese de o declive da recta de regressão ser nulo.
 (d) Prove que qualquer recta dos mínimos quadrados passa por (\bar{x}, \bar{y}) .
- (5.5) 2. Com o objectivo de estudar a capacidade de cálculo dos computadores da FCT/UNL seleccionou-se uma amostra de 35 computadores e determinou-se a capacidade em MIPS (milhões de instruções por segundo). Os resultados obtidos foram os seguintes:

51 59 56 39 71 56 54 58 56 58 67 60 65 60 61 60 61 29
 53 64 62 85 60 42 74 67 77 53 45 44 61 69 47 82 45

$$\sum x_i = 2051; \quad \sum x_i^2 = 124935;$$

- (a) Estime pontualmente a proporção p de computadores com capacidade superior a 50 MIPS.
 (b) Determine um intervalo de confiança a 95% para p .
 (c) Podemos afirmar, ao nível de significância de 6%, que a capacidade média é superior a 55 MIPS?
- (3.5) 3. Para verificar se um dado é honesto, foram efectuados 300 lançamentos e registaram-se os seguintes resultados:

Resultado	1	2	3	4	5	6
Nº de ocorrências	47	52	39	55	63	44

Existem razões para duvidar da honestidade do dado? Considere um nível de significância de 10%.

- (3.0) 4. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra aleatória, extraída de uma população com distribuição Geométrica.
- (a) Determine o estimador de p usando o método dos momentos e o método da máxima verosimilhança.
 (b) Determine o estimador de máxima verosimilhança do valor médio de X . Verifique se o estimador é consistente para a estimação do valor médio.