UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Matemática

Ano lectivo 2007/2008
1º teste - 23 de Abril de 2008
Duração: 1h30

Probabilidades e Estatística

Responda, justificando adequadamente todas as respostas.

(5.0) 1. Uma loja de venda de produtos electrónicos adquiriu dois lotes de chips, cada um com 100 unidades. O lote A contém 20 chips com capacidade de "overclocking", enquanto o lote B apenas contém 10 chips com capacidade de "overclocking".

(a) Determine a probabilidade de os 2 chips que um cliente comprou, tirados do lote A, terem ambos capacidade de "overclocking".

(b) Admitindo que o empregado da loja misturou os chips dos dois lotes completos e seleccionou um ao acaso, tendo-se verificado que tinha capacidade de "overclocking", calcule a probabilidade de esse chip ser proveniente do lote A.

(c) Admita que o número de pessoas, X que entra na loja, em cada 10 minutos, é uma variável aleatória com distribuição de Poisson. Calcule o valor esperado e o coeficiente de variação de X, sabendo que a probabilidade de não entrar ninguém, durante 30 minutos, é igual a e^{-12}.

(5.0) 2. Seja X uma variável aleatória com a seguinte função densidade probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & -2 < x < 0, \\ \frac{1}{3}\left(1 - \frac{x}{2}\right), & 0 \leq x < 2, \\ 0, & \text{outros valores de } x; \end{cases}$$

(a) Determine a função de distribuição.

(b) Determine $P(-1 < X < 1 | X > 0)$.

(c) Considere a variável aleatória W que assume o valor -1 se X for negativa e 1 se X não for negativa. Determine a variância desta variável aleatória.

(5.0) 3. Um Engenheiro Informático implementou um modelo de previsão meteorológica, em 4 computadores, usando um sistema de computação distribuída. O tempo de computação, de cada computador, tem distribuição normal de valor médio μ e variância 25^2 minutos^2.

(a) Sabendo que a probabilidade de um computador demorar menos de 644 minutos é 0.1314, determine μ. **Nota:** Se não resolveu (a), considere na alíneas seguintes, $\mu = 675$.

(b) Qual a probabilidade do tempo total de computação, necessário para concluir o modelo de previsão, ser superior a 2600 minutos e inferior a 2800 minutos.

(c) Determine a probabilidade de todos os computadores demorarem, no máximo, 697 minutos.

(5.0) 4. Considere o par aleatório (X, Y), com função de probabilidade conjunta:

$X \backslash Y$	0	1	2
0	a	1/8	1/4
1	1/8	1/8	b

(a) Complete o quadro anterior, admitindo $a = 2b$. Calcule $P(Y - X = 1)$.

(b) Calcule a covariância do par (X, Y).

(c) Podemos afirmar que X e Y são independentes? Caso não sejam, podemos atribuir outros valores a a e b de modo a que X e Y sejam independentes?