UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Matemática

Ano lectivo 2007/2008
2º teste - 25 de Junho de 2008

Probabilidades e Estatística

Aviso: Trata-se da solução dos exercícios. Faltam muitos dos cálculos e justificações necessárias.

1. (a) Pretende-se testar:
$$H_0 : \mu \leq 9 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 9$$
Como a população tem distribuição normal, de variância desconhecida, vamos utilizar a estatística de teste:
$$T = \frac{\overline{X} - 9}{S/\sqrt{8}} \underset{sob\, H_0}{\sim} t_7.$$
Obtemos $t_{obs} = 0.96$ e $R_{0.05} =]1.89, +\infty[$. Logo, não rejeitamos H_0 ao nível de significância de 5%.

   (b) valor-p= $P(T > t_{obs}) \simeq P(T > 0.896) = 0.2$.

2. (a) $\hat{y} = 119.54 + 552.33x$

   (b) Como $\frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} = \frac{SQ_E}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-2}$ e $n = 12$,
$$P\Big(\chi^2_{10,0.95} < \tfrac{10\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} < \chi^2_{10,0.05}\Big) = P\Big(\tfrac{10\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{10,0.05}} < \sigma^2 < \tfrac{10\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{10,0.95}}\Big) = 0.90.$$
Para a amostra do enunciado, $SQ_E = 10\hat{\sigma}^2 = 2026.498$, e $IC_{90\%}(\sigma^2) =]110.74\ ,\ 514.34[$.

3. (a) O estimador dos momentos é $\hat{\alpha} = \frac{3}{2}\overline{X}$.

   (b) Como $V(\hat{\alpha}) = \frac{9}{4}V(\overline{X}) = \ldots = \frac{\alpha^2}{8n} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0$, $\hat{\alpha}$ é um estimador consistente.

   (c) Seja $u \in]0, 1[$. Então, $F(x) = u \quad \Leftrightarrow \quad x = \sqrt{u}, \quad 0 < u < 1$.
Uma possível escolha para os números pseudo-aleatórios é,
$$x_1 = \sqrt{0.2517} = 0.5017$$
$$x_2 = \sqrt{0.7437} = 0.8624$$

4. Considerando, **por exemplo**, as classes $]0, 0.2]$, $]0.2, 0.4]$, $]0.4, 0.6]$, $]0.6, 0.8]$ e $]0.8, 1[$, obtemos:

	O_i	p_i	E_i
$]0, 0.2]$	3	1/5	5.4
$]0.2, 0.4]$	2	1/5	5.4
$]0.4, 0.6]$	5	1/5	5.4
$]0.6, 0.8]$	8	1/5	5.4
$]0.8, 1[$	9	1/5	5.4

$X^2_{obs} = 6.89$
$R_{0.05} =]\chi^2_{4,0.05}, +\infty[=]9.49, +\infty[$.