



PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E

Aviso: Trata-se da solução dos exercícios. Faltam muitos dos cálculos e justificações necessárias.

1. Seja X – “O tempo que decorre até à 1ª avaria”, $X \sim N(4, 8; (1, 3)^2)$

(a) $P(X \leq 2) = \Phi\left(\frac{2-4,8}{1,3}\right) = 0,0158$

R: 1,58% dos computadores são substituídos dentro do prazo de garantia.

(b) $P(X \leq a) = 0,005 \Leftrightarrow \Phi\left(\frac{4,8-a}{1,3}\right) = 0,995 \Rightarrow a = 1,45$

R: O período dado que deve ser dado como garantia é de aproximadamente 1 ano e 5 meses.

- (c) Seja Y – “nº de computadores substituídos entre o 2º e o 3º ano”, $Y \sim \text{Bin}(500, p)$

$$p = P(2 < X < 3) = \Phi\left(\frac{3-4,8}{1,3}\right) - \Phi\left(\frac{2-4,8}{1,3}\right) = \Phi(2,15) - \Phi(1,38) = 0,068$$

R: $E(Y) = 500 \times p = 34$ computadores

- (d) Seja W – “nº de computadores com defeito no módulo de memória”, $W \sim H(18, 5, 5)$

$$P(W = 3) = \frac{\binom{5}{3} \binom{13}{2}}{\binom{18}{5}} = 0,09104$$

2. Há várias formas distintas de resolver a questão. Por exemplo, tendo em conta que

$$P(A \cap B) \geq P(A) - P(\overline{B}) \Leftrightarrow P(\overline{B}) \geq P(A) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(\overline{B}) \geq P(A \cap \overline{B})$$

pode-se concluir que a proposição é verdadeira pois $A \cap \overline{B} \subseteq \overline{B}$, tendo-se $P(A \cap \overline{B}) \leq P(\overline{B})$.

3. Considere os acontecimentos:

A - “peça produzida pela máq A”,
B - “peça produzida pela máq B”,
C - “peça produzida pela máq C” e
D - “peça defeituosa”.

$$P(A) = 2P(B); P(B) = P(C), \quad P(D|A) = 0,02, \quad P(D|B) = 0,03 \text{ e } P(D|C) = 0,05,$$

$$P(A) = 1/2 \text{ e } P(B) = P(C) = 1/4$$

- (a) i. Pelo Teorema da probabilidade total,

$$P(D) = P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B) + P(D|C)P(C) = 0,03$$

- ii. Pelo Teorema de Bayes,

$$P(C|D) = \frac{P(D|C)P(C)}{P(D)} = 0,417$$

- (b) $P(A \cap \overline{D}) = (1 - P(D|A))P(A) = 0,49$

R: 49% das peças são produzidas pela máq. A e não são defeituosas.

4. (a) $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx = 6,92$

(b)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 6 \\ \frac{x^3-216}{254}, & 6 < x \leq 7 \\ -\frac{x^2}{2} + 8x - 31, & 7 < x \leq 8 \\ 1, & x > 8 \end{cases}$$

(c) $F(x) = 1/2 \Leftrightarrow x = 7$. A mediana é 7.

(d) $P(X > 6, 2) = 1 - F(6, 2) = 1 - \frac{6 \cdot 2^3 - 216}{254} = 0,9121$.

5. (a)

$X \backslash Y$	0	1	2	
-1	1/6	1/6	1/6	1/2
1	0	1/2	0	1/2
	1/6	2/3	1/6	

(b) $\rho(X, Y) = 0$

(c) X e Y não são independentes.